

# АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ВЗВЕШЕННОМ ПАРСОЧЕТАНИИ

Маций О.Б.

*Национальный автомобильно-дорожный университет, г. Харьков*

Пусть  $H=(V,U)$  – граф, где  $V$  – множество вершин,  $U$  – множество ребер (неориентированных пар вершин). В  $H$  недопустимы петли и кратные или «параллельные» ребра. Паросочетанием в графе  $H$  называется подмножество ребер, в котором никакие два ребра не имеют общих вершин.

В приложениях теории графов широкую известность получила задача о паросочетании. Она состоит в нахождении в заданном графе  $H=(V,U)$  паросочетания с наибольшим числом ребер – максимального паросочетания. В обобщении этой задачи заданы веса ребер – неотрицательные числа, и требуется определить максимальное паросочетание графа, содержащее ребра с минимальным (максимальным) суммарным весом. Сформулированное обобщение называется задачей о взвешенном паросочетании (ЗВП).

Известно, что ЗВП полиномиально разрешима [1]. Классический алгоритм Эдмондса для нахождения наибольшего взвешенного паросочетания в недвудольном графе  $H=(V,U)$ , изложенный в [1], характеризуется трудоёмкостью  $O(|V|^4)$ . Основной причиной относительно невысокого быстродействия алгоритма Эдмондса является существование в графе  $H$  цветков – циклов, содержащих  $2k+1$  вершин и  $k$  ребер некоторого фиксированного паросочетания  $M$ . Обнаруженный цветок не позволяет организовать быстрый поиск паросочетания мощности  $|M|+1$  способом, применяемым для двудольных графов. Для работы с произвольными графами алгоритм Эдмондса содержит процедуру обнаружения цветка и операцию его замены одной вершиной, допустимую в процессе нахождения текущего паросочетания.

Наиболее эффективные алгоритмы нахождения максимальных паросочетаний в произвольных графах построены на развитии идей Эдмондса о сжатии нечетных циклов. В них включены способы хранения данных и организации процесса вычислений, понижающие сложность до  $O(|V|^3)$  для графов с  $n$  вершинами [1, 2].

## Литература:

1. Пападимитриу Х. Комбинаторная оптимизация: Алгоритмы и сложность / Х. Пападимитриу, К. Стайглиц. – М.: Мир, 1985. – 510 с.
2. Ловас Л. Прикладные задачи теории графов. Теория паросочетаний в математике, физике, химии / Л. Ловас, М. Пламмер. – М.: Мир, 1998. – 653 с.