

## ІНТЕРПРЕТАЦІЯ КЛАСИЧНИХ ВАРІАЦІЙНИХ ПРИНЦИПІВ

Федоров В.О.

*Національний технічний університет  
«Харківський політехнічний інститут», м. Харків*

Практичне значення варіаційних принципів механіки є в тому, що вони дозволяють для розв'язання прикладних задач застосовувати ефективні чисельні методи. Однак, варіаційний підхід завдяки високому рівню формалізації також дозволяє вирішити фундаментальні питання механіки, де векторний підхід стикається з ускладненнями.

На жаль, варіаційні принципи традиційно формулюють в досить окремому вигляді, що не дозволяє реалізувати усі можливості варіаційного підходу. Зокрема, для дослідження границь пружних параметрів композитів кожного разу доводиться застосовувати узагальнення формулювань варіаційних принципів [1-2] з короткими поясненнями. Оскільки проблема є загальною, є необхідність спеціального її обговорення.

Векторна модель статичного тіла складається з диференціальних рівнянь рівноваги  $div\sigma + F = 0$ , рівнянь Коші  $\varepsilon = \frac{1}{2}[gradU + (gradU)^T]$  і конститутивних залежностей  $L(\sigma, \varepsilon) = 0$ , які доповнюється граничними умовами  $\sigma_\nu = \sigma_\nu^\Gamma$  на частині границі  $S_\sigma$ , де задані сили і  $U = U^\Gamma$  на частині границі  $S_U$ , де задані переміщення.

Еквівалентна їй варіаційна модель використовує варіаційні принципи потенціальної енергії  $\int_V \sigma \bullet \bullet \delta \varepsilon dV - \int_V F \bullet \delta U dV - \int_{S_\sigma} \sigma_\nu^\Gamma \bullet \delta U dS = 0$  в якості статичних залежностей та додаткової енергії  $\int_V \delta \sigma \bullet \bullet \varepsilon dV - \int_{S_U} \delta \sigma_\nu \bullet U^\Gamma dS = 0$  в якості кінематичних залежностей.

Обидва підходу є обмеженими достатньо окремими випадками граничних умов. Пропонується обидва варіаційних принципи формулювати одним варіаційним рівнянням  $\delta(\int_V \sigma \bullet \bullet \varepsilon dV - \int_V F \bullet U dV - \int_S \sigma_\nu \bullet U dS) = 0$ , де групи силових та кінематичних функцій варіюються незалежно, а поверхневий інтеграл береться по всій границі тіла. Показано, що це рівняння є еквівалентним узагальненому формулюванню крайової задачі.

### Література:

1. Fedorov V.A. Homogenization and boundary estimates of shear stiffness for the composites of the tetragonal structure / V.A. Fedorov // Composites B. — 2016. — Vol. 85. — P. 8—14.
2. Fedorov V. A. Symmetry in a problem of transverse shear of unidirectional composites / V.A. Fedorov // Composites B. — 2014. — Vol. 56. — P. 263—269.