

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

СЕРЕДА НАТАЛІЯ ІВАНІВНА

Удк 515.2

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕБІГУ ПРОМЕНІВ
В ЕЛІПТИЧНИХ ТА ПАРАБОЛІЧНИХ
ВІДБИВАЛЬНИХ СИСТЕМАХ

Спеціальність 05.01.01 -
Прикладна геометрія, інженерна графіка

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ - 1999

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Харківському державному політехнічному університеті Міністерства освіти України.

Науковий керівник: - доктор технічних наук, професор
Куценко Леонід Миколайович,
професор кафедри Пожежної техніки,
Харківський інститут пожежної
безпеки МВС України

Офіційні опоненти: - доктор технічних наук, доцент
Найдиш Андрій Володимирович,
завідувач кафедри Прикладної математики і
обчислювальної техніки,
Таврійська державна агротехнічна академія;

кандидат технічних наук, доцент
Анпілогова Віра Онисимівна,
доцент кафедри Нарисної геометрії,
інженерної і машинної графіки,
Київський національний університет
будівництва і архітектури

Провідна організація: - Донецький державний технічний
університет, кафедра нарисної геометрії
та інженерної графіки.

Захист відбудеться 20 жовтня 1999 р. о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д
26.056.06 у Київському національному університеті будівництва і архітектури за адресою:
252037 Київ - 37, Повітрофлотський просп., 31, ауд. 319

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Київського національного університету
будівництва і архітектури за адресою: 252037 Київ - 37, Повітрофлотський просп., 31.

Автореферат розісланий “ 17 ” вересня 1999 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради

В.О. Плоский

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. В Національній програмі інформатизації наголошено, що становлення виробничого потенціалу України неможливе без створення інформаційного забезпечення систем автоматизованого проектування. Це стосується і проектування відбивальних систем, що базуються на фізичному ефекті відбиття променів від кривої або поверхні за законом Декарта-Снеліуса. Відбивачі концентрують в заданих точках простору промені, які переломлені їх відбивальними поверхнями. Прикладами відбивальних поверхонь є дзеркала в оптичному приладобудуванні, склепіння стель в архітектурній акустиці, антенні конструкції в радіотелескопах, фокусує обладнання в геліоустановках. Ефект відбиття променя від кривої (або поверхні) враховується також в теорії математичного більярда та в численних її впровадженнях.

Відбивальну систему складають “дзеркальна” крива (поверхня) та джерело променів (переважно точкове). У якості відбивальних звичайно використовуються криві (поверхні), що утворені на базі еліптичних та параболічних залежностей. При проектуванні прецизійних приладів геометричну форму відбивальної кривої (поверхні) слід обирати з урахуванням двох геометричних характеристик: *фронту відбитої хвилі* та *катакаустики (карстової області)*. Це забезпечує удосконалення прецизійних приладів щодо рівномірної інтенсивності та співфазності потоку відбитих променів, та фокусування променів на фокальній прямій згідно заданого закону розподілу їх щільності.

Значний вклад в розв’язання проблеми розрахунку відбивальних систем зробили О.Л.Підгорний та його учні: І.В.Волошина, А.М.Висоцький, О.Т.Дворецький, І.І.Коваленко, Ю.В.Козак, М.І.Снісаренко, Б.І.Черніков та ін. Суміжні з цим питання розглядали В.О.Анпілогова, В.В.Ванін, Л.А.Вайнштейн, М.Герцбергер, С.М.Ковальов, В.Є.Михайленко,

В.М.Найдиш, В.С.Обухова, А.В.Павлов, Н.І.Седлецька, І.А.Скидан та ін. Однак проведені дослідження не дозволяють говорити про створення наскрізного інформаційного забезпечення проектування відбивальних систем. Зокрема це стосується профілювання еліпсоїдоподібних відбивальних поверхонь, які призначені для “рівномірного” освітлювання відрізка фокальної прямої, та розрахунку плоских параболічних фокусаторів. Однією з причин цього, на наш погляд, була відсутність математичних процесорів, що дозволяють провадити дослідження на аналітичному рівні. Роботи Л.М.Куценка та О.Д.Мазуренко продовжили дослідження в напрямку створення інформаційної бази автоматизованого проектування відбивальних поверхонь на основі геометричного моделювання перебігу променів у просторі конкретної відбивальної системи засобами математичних процесорів (таких як Maple V R4/R5, Mathematica 3.0, Derive 4.0).

Отже, для розрахунку відбивальних систем необхідні алгоритми геометричного моделювання катакаустик та фронтів хвиль у відбивальних системах, що визначає предмет досліджень у галузі прикладної геометрії та є метою досліджень даної дисертаційної роботи.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана в рамках концепції Національної програми інформатизації “Науково-дослідні заклади повинні створити і впровадити інтегровані інформаційні технології побудови розподілених баз знань і експертних систем, оснований на автоматичному формуванні знань для вирішення важко формалізуємих задач по різним предметним областям”. Робота виконувалась згідно з планом наукових робіт, які ведуться в Харківському державному політехнічному університеті на кафедрі нарисної геометрії і інженерної графіки.

Мета і задачі дослідження. Метою дослідження є розробка методів опису та алгоритмів побудови зображень катакаустик і фронтів відбитих хвиль на основі геометричного моделювання перебігу променів у відбивальних системах для профілювання еліпсоїдоподібних відбивальних поверхонь, які забезпечують “рівномірне” освітлення відрізка фокальної прямої, та для розрахунку плоских параболічних фокусаторів.

Для досягнення головної мети досліджень у дисертації поставлені такі **основні задачі**:

- 1) для даної відбивальної системи *розробити* метод опису: сім'ї фронтів хвиль, що відбито кривою (поверхнею); сім'ї відбитих променів та катакаустики кривої;
- 2) *скласти* алгоритми побудови зображень: сім'ї фронтів хвиль, що відбито кривою (поверхнею); катакаустики кривої; відбивальної кривої в залежності від заданої катакаустики на основі поняття біевольвенти;
- 3) *запропонувати* метод складання аналітичних описів фронтів хвиль та катакаустик засобами математичного процесора Maple V;
- 4) *створити* алгоритми трасування променів математичних більярдів для кола, еліпса, комбінованих областей та для еліпсоїда;
- 5) *розв'язати* дві реальні задачі проектування відбивальних систем: визначити профіль еліпсоїдоподібної відбивальної поверхні, яка б дозволила “рівномірно” освітлювати відрізок фокальної прямої, та розробити метод розрахунку плоского параболічного фокусатора.

Наукову новизну роботи складають методи опису:

- сім'ї фронтів хвиль, що відбито кривою (поверхнею);
- катакаустики кривої (для джерела променів і у невласній точці);
- відбивальної кривої в залежності від заданої катакаустики.
- трасування променів математичних більярдів для кола, еліпса, комбінованих областей та для еліпсоїда;
- катакаустики для плоского параболічного фокусатора.

Вірогідність результатів підтверджується доведеннями тверджень та графічними зображеннями фронтів хвиль і катакаустик для тестових прикладів, а також розрахунками реальної відбивальної поверхні в процесі впровадження методу в практику.

Практичне значення одержаних результатів. Викладені в дисертації результати досліджень є науковою основою для практичного використання інформаційного забезпечення проектування відбивальних систем на основі сучасних математичних процесорів. Одержані

результати дозволяють створювати та впроваджувати в реальну практику алгоритми профілювання: фронтів відбитих хвиль та катакаустик в залежності від форми відбивальної кривої (поверхні); та відбивальних кривих (поверхонь) в залежності від катакаустики.

Впровадження результатів роботи виконано в Науково-дослідному технологічному інституті приладобудування (НДТІП, м. Харків) при проектуванні відбивальних поверхонь сучасних виробів у галузі лазерної техніки. Реалізація підтверджується довідкою про використання запропонованої у роботі методики.

Особистий внесок здобувача. Особисто автором розроблена теоретична основа та складено алгоритми побудови фронтів відбитих хвиль (еквірефлектів), катакаустик та трасування математичних більярдів. Конкретний внесок до наукових праць полягає в розробці універсального методу геометричного моделювання перебігу променів у відбивальних системах із застосуванням математичного процесора Maple V, в доведенні тверджень стосовно опису фронтів відбитих хвиль та катакаустик.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на:

- науково - практичних конференціях "Сучасні проблеми геометричного моделювання" (м. Мелітополь, 1996 р., 1997 р., 1998 р., 1999 р.);
- Міжнародній науково - практичній конференції "Сучасні проблеми геометричного моделювання" (м. Харків, 1998 р.);
- науковому семінарі кафедри нарисної геометрії, інженерної і комп'ютерної графіки КНУБА під керівн. В.С.Михайленка (Київ, 1999р.);
- науковому семінарі кафедри нарисної геометрії НТУУ "КПІ" під керівн. А.В.Павлова (Київ, 1998 р.);
- науковому семінарі кафедри прикладної геометрії і інженерної графіки ХТУРЕ під керівн. В.П.Ткаченка (Харків, 1999 р.).

Публікації. За результатами наукових досліджень опубліковано 14 робіт (з них 3 статті у виданнях, які рекомендовано ВАК України).

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку літератури із 125 найменувань та додатків. Робота містить 138 сторінок основного тексту та 46 рисунків, побудованих за допомогою комп'ютера.

ЗМІСТ РОБОТИ

Вступ містить загальну характеристику роботи. Обґрунтована актуальність теми досліджень, Сформульовані мета та задачі досліджень. Показана наукова новизна і практична цінність отриманих розв'язків.

У **першому розділі** розглянуто геометричні аспекти конструювання відбивальних систем. Названо задачі, що виникають у процесі конструювання відбивальних систем. Серед задач названо геометричне моделювання *сім'ї відбитих променів, фронтів відбитих хвиль (еквірефлектів) та катакаустик* відбитих променів. Наведено результати О.Д.Мазуренко, де описано метод дослідження форми відбивачів, який обрано як прототип даної роботи. Надано критику щодо проектування відбивальних систем без геометричного моделювання перебігу променів. Завдяки наочному контролю геометричне моделювання дозволяє усунути можливі помилки при проектуванні. Наведено конкретні приклади доцільності геометричного моделювання перебігу променів у відбивальних системах. Один із них стосується пояснення парадоксу щодо "спростування" другого закону термодинаміки, згідно якому в термоізоляованій системі тіл тепло не може передаватися у напрямку від холодного до гарячого тіла. Для формулювання парадоксу розглянуто конструкцію, яка складається з двох співфокусних напівеліпсів, доповнених двома відрізками (рис.1 а). В фокусах F_1 і F_2 еліпсів розміщено два джерела тепла, які мають рівні початкові температури. В результаті дзеркального відбиття тіло F_2 одержує, крім променів від тіла F_1 , і частину своїх променів, які відбито відрізками. Тому F_2 нагрівається; в той час як тіло F_1 охолоджується. Недолік такого "спростування" закону термодинаміки пояснює геометричне

моделювання перебігу променів (рис.1 б), що вказує на однакову кількість променів, які перетинають точки F_1 і F_2 .

Другий розділ дисертації присвячено питанням складання алгоритмів для розрахунку відбивальних систем, які одержано засобами Maple V.

Означення. Нехай маємо гладку криву (поверхню) L і точку S як джерело променів. Точка Q належить еквірефлектній лінії (поверхні) E тоді, коли вона розташована на відбитому від кривої (поверхні) L в точці M промені і якщо виконується тотожність $|SM| + |MQ| = t = \text{const}$.

Твердження. Для кривої $L: y = f(x)$ і точки $S(0, y_0)$ як джерела променів рівняння сім'ї еквірефлектних кривих має вигляд

$$x(z) = \frac{(2A - t)z f' + 2(t - A)(f - y_0)f' + tz}{1 + f'^2 A};$$

$$y(z) = \frac{(tf - (t - A)y_0)f'^2 + 2(t - A)zf' + (2A - t)f + (t - A)y_0}{1 + f'^2 A},$$

де z - параметр і $A = \sqrt{z^2 + f^2 + y_0^2 - 2f y_0}$.

Твердження. Для параболоїда обертання $z = \frac{x^2 + y^2}{2p} - \frac{p}{2}$ і джерела променів в точці $S(0, 0, z_0)$, рівняння еквірефлектних поверхонь буде

$$x(u, v) = \frac{u \cos v (A u^2 + A p^2 - 4z_0 p t + 2A p z_0)}{A(p^2 + u^2)};$$

$$y(u, v) = \frac{u \sin v (A u^2 + A p^2 - 4z_0 p t + 2A p z_0)}{A(p^2 + u^2)};$$

$$z(u, v) = \frac{t u^4 + (p - z_0)(2t - A) p u^2 - A p^3 (p + z_0) + p^3 t (2z_0 + p)}{A p (p^2 + u^2)},$$

де $A = \frac{1}{|p|} \sqrt{u^4 + 2p(p - 2z_0)u^2 + 4p^3 z_0 + 4p^2 z_0^2 + p^4}$.

На рис.2 наведено зображення еквірефлектів параболоїда обертання в залежності від розташування джерела променів.

Твердження. Для циліндра, рівняння профілю якого $z=f(x)$, і точки $S(0, 0, z_0)$ як джерела променів, опис еквірефлектів має вигляд

$$X(x, y) = 2m \frac{xm - z_0 + f(x)}{1 + m^2} - 2 \frac{x(m^2 - 1) - 2m(z_0 - f(x))}{A(1 + m^2)} t;$$

$$Z(x, y) = \frac{2f(x) + z_0(m^2 - 1) + 2xm}{1 + m^2} - 2 \frac{(z_0 - f(x))(m^2 - 1) + 2xm}{A(1 + m^2)} t;$$

$$Y(x, y) = 2yt / A,$$

де $m = -f'(x)$ і $A = \sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2 - 2z_0 f(x) + f^2(x)}$.

Далі розглянуто геометричне моделювання катакаустики кривої на площині. Нехай в декартовій системі координат Oxy маємо криву $L: y = f(x)$. Позначимо через α кут між віссю Ox та дотичною до кривої L у точці $M(z, f(z))$ (тут z - параметр).

Твердження. Якщо джерело променів розташовано в т. $S(x_s, y_s)$, то рівняння сім'ї променів, відбитих кривою L , має вигляд

$$\Phi(x, y, z) \equiv (y - f(z))(1 + \operatorname{tg} 2\alpha \frac{f(z) - y_s}{z - x_s}) - (x - z)(\operatorname{tg} 2\alpha - \frac{f(z) - y_s}{z - x_s}) = 0.$$

Твердження. Якщо точка S є невласною, і напрям падаючих променів визначаються вектором $e\{m, n\}$ ($m^2 + n^2 = 1$), то маємо рівняння

$$\Phi(x, y, z) \equiv (y - f(z))(1 + \operatorname{tg} 2\alpha \frac{n}{m}) - (x - z)(\operatorname{tg} 2\alpha - \frac{n}{m}) = 0.$$

Для опису катакаустики як обвідної сім'ї прямих необхідно вилучити параметр z із системи рівнянь $\Phi(x, y, z) = 0$; $\Phi'_z(x, y, z) = 0$.

Твердження. Нехай на параболу $y = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}$ з точкового джерела $S(x_s, y_s)$ падає пучок променів. Тоді рівняння катакаустики матиме вигляд

$$x(z) = \frac{3x_s z^4 - Az^3 + Bz^2 + 6x_s^2 z - x_s - 2x_s y_s}{2(x_s z^3 - 3y_s z^2 - 3x_s z + 2x_s^2 + 2y_s^2 + y_s)};$$

$$y(z) = \frac{z^6 + Cz^4 + Dz^3 + Ez^2 - 12x_s y_s z - 4x_s^2 + 2y_s + 1}{4(x_s z^3 - 3y_s z^2 - 3x_s z + 2x_s^2 + 2y_s^2 + y_s)},$$

де $A = 8y_s + 2x_s^2$; $B = 6x_s y_s - 6x_s$; $C = 3 - 6y_s$; $D = 4x_s y_s - 16x_s$;
 $E = 12x_s^2 + 12y_s + 3$.

На рис.3 наведено зображення та рівняння катакаустик параболу в залежності від розташування джерела променів (тут z_1, z_2 та z_3 - значення параметру z , для яких знаменник у описах катакаустики дорівнює нулю).

Твердження. Якщо задана крива $y=f(x)$ і падаючі промені спрямовані вздовж вектора $\{m, n\}$, то маємо опис катакаустики

$$x(z) = z - \frac{[n - mf'(z)]^2 f'(z) + (n - mf'(z))(m + n f'(z))}{2f''(z)};$$

$$y(z) = f(z) + \frac{[n - mf'(z)]^2 - (n - mf'(z))(m + n f'(z)) f'(z)}{2f''(z)}.$$

На рис.4 наведено катакаустики параболу $y = x^2/2 - 1/2$ (де $\operatorname{tg}\alpha = n/m$).

Далі розглянуто профілювання відбивальної кривої в залежності від її катакаустики на основі поняття біевольвенти. Нехай опукла фігура G обмежена кривою L . Проведемо з зовнішньої точки A дві прямі, що дотикаються кривої L в точках S_1 і S_2 . Розглянемо фігуру G^* , утворену об'єднанням фігури G та області трикутника AS_1S_2 .

Означення. Біевольвентою L^* кривої L називається множина точок A , для яких периметр фігури G^* матиме постійне значення.

В роботі показано, що якщо нормаль до деякої кривої складає в кожній точці рівні кути з дотичними до іншої кривої $S_0S_1S_2$, то периметр фігури $AS_1S_0S_2A$ постійний незалежно від положення точки A .

Твердження. Якщо біевольвента являє собою "дзеркальну" криву, то її катакаустика збігається з кривою L .

Вищенаведене дає підстави для графічного методу побудови біевольвенти L^* кривої L : біевольвенту утворить слід олівця, що рухається в петлі за умови її натягу на контурі L фігури G .

На рис.5 наведено зображення та залежності від кута обертання і периметра катакаустики (многокутника) довжини: A - катакаустики; B - біевольвенти, а також C - периметра біевольвенти.

В **третьому розділі** як приклади відбивальних систем розглянуто математичні більярди. Засобами математичного процесора Maple V і мовою Pascal складено алгоритми і програми трасування більярдних променів в колі, в еліпсі, в комбінованих фігурах (рис.6) та в просторі (в еліпсоїді).

Розглянуто метод оцінки кількості початкових рухів з точки N , після яких промінь пройде через точку K за умови k відбиттів від кола (еліпса).

Твердження. Якщо після k -го відбиття від кола промінь, який виходить з точки $N(a,b)$, досягає точки $K(c,d)$, то кількість можливих початкових напрямків дорівнює кількості коренів функції

$$f(x) = \frac{\cos x(a - \cos x) + \sin x(b - \sin x)}{\sqrt{(a - \cos x)^2 + (b - \sin x)^2}} - \frac{A(c - A) + B(d - B)}{\sqrt{A^2 + B^2} \sqrt{(c - A)^2 + (d - B)^2}},$$

де x - центральний кут, $A = \cos(x + (k-1)(\pi - 2\alpha))$; $B = \sin(x + (k-1)(\pi - 2\alpha))$.

Приклад. Нехай $N(0.5, 0.5)$, $K(-0.6, 0)$ і $k=1$. Графіком функції буде крива, яка зображена на рис.7 а (корені 0,93; 2,27; 2,75 і 5,03). Тобто існують чотири напрямки руху з точки N (рис.7 б).

Для дослідження *резонансних явищ* в відбивальних системах розглянуто задачу "самоопромінення" точки джерела променів. Тобто варіант трасування, коли точки N і K співпадають ($K \equiv N$). На рис.8 для $k=5000$ наведено графіки функції $f(x)$ в залежності від джерела променів в точці K .

Також розглянуто випадок математичного більярда в еліпсоїді та в параболоїді обертання. На рис.9 наведено приклади зображення на сім'ї паралельних січних площин слідів більярдної кулі в просторі еліпсоїда.

В **четвертому розділі** наведено приклади розрахунків еліптичних та параболічних відбивальних систем. Зокрема, розв'язано дві реальні задачі проектування відбивальних систем у галузі лазерної техніки:

- i) визначено профіль еліпсоїдоподібної відбивальної поверхні, яка дозволяє "рівномірно" освітлювати відрізок фокальної прямої;
- ii) розроблено метод розрахунку плоского параболічного фокусатора.

Наголошується, що дисертація присвячена *геометричним*, а не фізико-технологічним питанням щодо конструкцій відповідного устаткування. В ній лише доводиться ефективність розглянутих алгоритмів геометричного моделювання перебігу променів у зазначених відбивальних системах стосовно відповідних впроваджень.

Перша задача. На рис.10а наведено схему відбивача для накачки лазерів, який складається з еліпсоїдоподібної відбивальної поверхні, із ниткоподібної лампи накачки та стрижня з активної речовини, який розташований біля отвору поверхні для виходу лазерного променя. На рис. 10б наведено геометричне моделювання перебігу променів за умови, що джерелом променів є три точки, які розташовані на лампі накачки, і, що відбиття променів від "дзеркальної" поверхні є одноразовим. Дослідження показали, що *нерівномірною* є залежність від положення на фокальній прямій щільності променів, які падають на стрижень. Тому виникла задача описати відбивальну криву (поверхню), яка б дозволила енергію джерела у вигляді відрізка фокальної прямої "рівномірно" розподілити на відрізок стрижня.

Для врахування багаторазового відбиття від поверхні розглянемо переріз еліпсоїда січною площиною, яка проходить через фокальну пряму (рис. 11а). Для точки $A(x_a, y_a)$ рівняння ланки АМ траєкторії точки буде

$$(b \sin \alpha - y_a)(x - x_a) - (a \cos \alpha - x_a)(y - y_a) = 0.$$

Твердження. Вершина В наступної ланки ламаної траєкторії має координати $B(a \cos \beta, b \sin \beta)$, де кут β визначається як корінь рівняння

$$\arctg \frac{b(\sin \beta - \sin \alpha)B_N + a(\cos \beta - \cos \alpha)A_N}{b(\sin \beta - \sin \alpha)A_N - a(\cos \beta - \cos \alpha)B_N} = \theta_\alpha.$$

Тут
$$\theta_\alpha = \arctg \frac{A_N B_P - A_P B_N}{A_N A_P + B_N B_P}, \quad A_N = \frac{\sin \alpha}{b}, \quad B_N = -\frac{\cos \alpha}{a}, \quad A_P = b \sin \alpha - y_a,$$

$$B_P = x_a - a \cos \alpha.$$

Після обчислення значення кута β маємо рівняння ланки МВ

$$b(\sin \beta - \sin \alpha)(x - a \cos \alpha) - a(\cos \beta - \cos \alpha)(y - b \sin \alpha) = 0.$$

Викладене дозволяє здійснювати трасування променів в еліпсі (рис. 11б).

На рис.12 наведено результати профілювання відбивальної поверхні, яка забезпечує рівномірний розподіл відбитих променів, що падають на відрізок фокальної прямої. При цьому змінювалися наступні параметри:

- 1) положення активної речовини (стрижня) - параметр b_n ($120 \div 200$);
- 2) щільність відбитих променів на стрижні - параметр b_i ($1 \div 5$);
- 3) положення т. дзеркала відносно стрижня - параметр A ($150 \div 230$).

Друга задача. Розглянемо сім'ю співфокусних парабол (рис. 13а). Переріз плоского фокусатора складається з фрагментів зазначених парабол (рис. 13б). Конструктивно фокусатору надають форму циліндричної поверхні (рис. 13в) або поверхні обертання (рис.13г). Для геометричного розрахунку фокусатора необхідно визначити параметри оптично еквівалентної параболи. Останнє означає, що у плоского фокусатора та параболи повинні бути близькі катакаустики для допустимих напрямків їх освітлення.

Для плоского параболічного фокусатора оптично еквівалентну параболу пропонується знаходити шляхом геометричного моделювання її катакаустики (рис.14) та подальшим порівнянням її апроксиманта з відомими катакаустиками параболи (рис 4).

Впровадження результатів роботи виконано в НДТІП (м. Харків) при проектуванні відбивальних поверхонь сучасних виробів лазерної техніки.

ВИСНОВКИ

Дисертація присвячена розробці методів і алгоритмів опису та побудови зображень катакаустик і фронтів відбитих хвиль (еквірефлектів) на основі геометричного моделювання перебігу променів у відбивальних системах з метою профілювання еліпсоїдоподібної відбивальної поверхні, яка забезпечить “рівномірне” освітлення відрізка фокальної прямої, та для розрахунку плоских параболічних фокусаторів.

При цьому одержані такі результати, що мають наукову та практичну цінність.

1. Наведено критичний аналіз щодо проектування відбивальних систем без геометричного моделювання перебігу променів. Зазначено, що геометричне моделювання завдяки наочному контролю дозволяє усунути можливі помилки при проектуванні.

2. Для даної відбивальної системи розроблено метод опису сім'ї еквірефлектів та обвідної сім'ї відбитих променів (катакаустики кривої).

3. *Складено* алгоритми побудови зображень сім'ї еквірефлектів і катакаустики кривої, а також відбивальної кривої в залежності від заданої катакаустики на основі поняття біевольвенти.

4. *Запропоновано* метод складання аналітичних описів еквірефлектів та катакаустик засобами математичного процесора Maple V.

5. *Створено* алгоритми та складено програми (засобами Maple V і мовою PASCAL) трасування променів математичних більярдів для кола, еліпса, комбінованих областей та для еліпсоїда.

6. *Розв'язано* дві реальні задачі проектування відбивальних систем у галузі лазерної техніки:

i) визначено профіль еліпсоїдоподібної відбивальної поверхні, яка дозволяє "рівномірно" освітлювати відрізок фокальної прямої;

ii) розроблено метод розрахунку параболічного плоского фокусатора.

7. Вірогідність одержаних результатів *підтверджено* шляхом доведення тверджень та побудовою за допомогою ЕОМ графічних зображеннями еквірефлектів і катакаустик для тестових прикладів.

8. *Впровадження* результатів роботи виконано в Науково-дослідному технологічному інституті приладобудування (НДТІП, м. Харків) при проектуванні відбивальних поверхонь сучасних виробів. Реалізація підтверджується довідкою про використання запропонованої у роботі методики.

Основні положення дисертації опубліковано у таких роботах:

Основні публікації:

1. *Середа Н.І.* Дослідження інтенсивності пучка променів у еліптичному відбивачі. // Прикладна геометрія та інженерна графіка: Міжвідомча науково-технічна збірка. Вип. 63. Відп. ред В.Є. Михайленко. Київ: КДТУБА, 1998. - с.206-209

2. *Рева Г.В., Середа Н.І.* Зображення фронту хвилі, яка відбита від циліндричної синусоїдальної поверхні. // Проблемы пожарной безопасности. Сб. научных трудов. Юбилейный вып. Часть 2. Харьков: ХИПБ МВД Украины, 1998. - с.35 - 38

3. *Середа Н.И.* Траектории математического бильярда внутри эллипсоида. // Труды Таврической государственной агротехнической академии. Т.3. Вып. 4. "Прикладная геометрия и инженерная графика" - Мелитополь: ТГАТА. 1998. - с.111-114

4. *Середа Н.И.* Геометричне моделювання траєкторії більярдної точки в еліпсі. // Труды Таврической государственной агротехнической академии. Т.5. Вып. 4. "Прикладная геометрия и инженерная графика" - Мелитополь: ТГАТА. 1999. - с.75-79

5. *Середа Н.И.* Профилирование свода для равномерного освещения площадки отраженным светом. // Труды Таврической государственной агротехнической академии. Т.5. Вып. 4. "Прикладная геометрия и инженерная графика"-Мелитополь: ТГАТА. 1999. - с.90-93

6. *Середа Н.И.* Геометричне моделювання перебігу променів у системі двох співфокусних напівеліпсів. // Труды Таврической государственной агротехнической академии. Т.5. Вып. 4. "Прикладная геометрия и инженерная графика"-Мелитополь: ТГАТА. 1999. - с.132-135

Додаткові публікації:

7. *Куценко Л.Н., Мазуренко Е.Д., Середа Н.И.* Описание катакаустики и карстовой области. В сб. трудов 3 Международной научно-практической конференции "Современные проблемы геометрического моделирования. Часть 1. - Мелитополь: ТГАТА. 1996.- с.46-47

8. *Мазуренко Е.Д., Середа Н.И.* Описание катакаустики и карстовой области при помощи R-функций. В сб. научных трудов к 70-летию В.Л.Рвачева "R-функции в задачах математической физики и прикладной геометрии". - Харьков: ХИПБ МВС Украины, 1996. - с.77-82

9. *Середа Н.И.* Применение компьютерной графики в теории математических бильярдov. // Труды Таврической государственной агротехнической академии. Т.1. Вып. 4. "Прикладная геометрия и инженерная графика"-Мелитополь: ТГАТА. 1997. - с.95-98

10. *Середа Н.И.* Определение геометрической формы отражателя осветителя для накачки лазеров. В сб. трудов 4 Международной научно-практической конференции "Современные проблемы геометрического моделирования. Часть 3. - Мелитополь: ТГАТА. 1997. - с. 53-56

11. *Куценко Л.Н., Середа Н.И.* Количество возможных траекторий математического бильярда в круге. - В зб. праць Міжнародної науково-практичної конференції "Сучасні проблеми геометричного моделювання". Частина 2. - Харків: ХІПБ МВС України, 1998. - с.55-59

12. *Середа Н.И.* Оцінка інтенсивності пучка променів у відбивачі з врахуванням кутів падіння. - В зб. праць Міжнародної науково-практичної конференції "Сучасні проблеми геометричного моделювання". Частина 2. - Харків: ХІПБ МВС України, 1998. - с.60-64

13. *Середа Н.И.* Профилірованне отражателя с заданными характеристиками. - В зб. праць Міжнародної науково-практичної конференції "Сучасні проблеми геометричного моделювання". Частина 2. - Харків: ХІПБ МВС України, 1998. - с.65-68

14. *Мазуренко Е.Д., Середа Н.И.* Геометрическое моделирование хода лучей при расчете отражающей поверхности СВЧ-антенны.- В зб. праць Міжнародної науково-практичної конференції "Сучасні проблеми геометричного моделювання". Частина 4. - Харків: ХІПБ МВС України, 1998. - с.38-46

АНОТАЦІЯ

Середа Наталя Іванівна. Геометричне моделювання перебігу променів в еліптичних та параболічних відбивальних системах. -*Рукопис.*

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.01.01 - Прикладна геометрія, інженерна графіка.- Київський національний університет будівництва і архітектури. Україна, Київ, 1999.

Захищається дисертація та 14 наукових робіт, в яких викладаються розроблені методи і алгоритми опису та побудови зображень катакаустик і фронтів відбитих хвиль (еквірефлектів) на основі геометричного моделювання перебігу променів у відбивальних системах з метою профілювання еліпсоїдоподібної відбивальної поверхні, яка забезпечує "рівномірне" освітлення відрізка фокальної прямої, та для розрахунку плоских параболічних фокусаторів. Для даної відбивальної системи розроблено метод опису сім'ї еквірефлектів. Також розроблено метод опису обвідної сім'ї відбитих променів (катакаустики кривої). Складено алгоритми побудови зображень сім'ї еквірефлектів і катакаустики кривої. Одержано зображення відбивальної кривої в залежності від заданої катакаустики на основі поняття біевольвенти. Розглянуто метод складання аналітичних описів еквірефлектів та катакаустик засобами математичного процесора Maple V. Складено алгоритми трасування променів математичних бильярдів для кола, еліпса, комбінованих областей та для еліпсоїда. Розв'язано дві реальні задачі проектування відбивальних систем:

1) визначено профіль еліпсоїдоподібної відбивальної поверхні, яка дозволяє "рівномірно" освітлювати відрізок фокальної прямої;

2) розроблено метод розрахунку плоского параболічного фокусатора.

Ключові слова: відбивальна поверхня, фронт відбитої хвилі, катакаустика, карстова область.

АННОТАЦИЯ

Середа Наталия Ивановна. Геометрическое моделирование хода лучей в эллиптических и параболических отражательных системах. -*Рукопись.*

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.01.01 - Прикладная геометрия, инженерная графика.- Киевский национальный университет строительства и архитектуры. Украина, Киев, 1999.

Защищается диссертация и 14 научных работ, в которых изложены разработанные методы и алгоритмы описания и построения изображений катакаустик и фронтов отраженных волн (эквирефлектов) на основе геометрического моделирования хода лучей в отражательных системах с целью профилирования эллипсоидоподобной отражательной поверхности, которая обеспечивает “равномерное” освещение отрезка фокальной прямой, и для расчета плоских параболических фокусаторов. Для данной отражательной системы разработан метод описания семейства эквирефлектов. Также разработан метод описания огибающей семейства отраженных лучей (катакаустики кривой). Составлены алгоритмы построения изображений семейства эквирефлектов и катакаустики кривой. Получены изображения отражательной кривой в зависимости от заданной катакаустики на основе понятия биэвольвенты. Рассмотрен метод составления аналитических описаний эквирефлектов и катакаустик средствами математического процессора Maple V. Составлены алгоритмы трассирования лучей математических бильярдov для окружности, эллипса, комбинированных областей и для эллипсоида. Решены две реальные задачи проектирования отражательных систем:

1) определен профиль эллипсоидоподобной отражательной поверхности, позволяющей “равномерно” освещать отрезок фокальной прямой;

2) разработан метод расчета плоского параболического фокусатора.

Ключевые слова: отражательная поверхность, фронт отраженной волны, катакаустика, карстовая область.

SUMMARY

Sereda Nataliy Ivanovna. Geometric modelling a course of rays in elliptic and parabolic reflective systems. - *Manuscript.*

The competition thesis for Scientific Degree of Candidate of Technical Sciences' in speciality 05.01.01 - Applied geometry, engineering graphics.- the Kyiv National University of Building and Architecture. Ukraine, Kyiv, 1999.

The thesis and 14 scientific works is protected, in which the developed methods both algorithms of exposition and construction of images catacaustiks and fronts of reflected waves (ekvireflekt) because of geometric modelling of a course of rays in reflective systems are explained with the purpose of profiling kvaziellipsoid of a reflective surface, which ensures "uniform" illumination of a segment focal direct, and for calculation flat parabolic focusators. For the given reflective system the method of exposition of a set ekvireflect is developed. A method of exposition enveloping sets of reflected rays (catacaustik by a curve) also is developed. The algorithms of a construction of images of a set ekvireflect and catacaustik by a curve are composed. The images reflective curve in an association from specific catacaustiks because of concepts bievolvents are obtained. The method of compiling of analytical expositions ecvireflects and catacaustiks by tools of the mathematical processor Maple V is considered. The algorithms tracing of rays of mathematical billiards for a circle, ellipse, combined areas and for an ellipsoid are composed. Two actual tasks of projection of reflective systems are decided:

1) is defined a profile kvaziellipsoid of a reflective surface, which allows "is uniform" to illuminate a segment focal direct;

2) the method of calculation flat parabolic focusator is developed.

The key words: a reflector surface, drive-round of family rays, the catacaustics, the cars field.

Підписано до друку 25.08.99 р.

Формат 60x80 1\16

Друк. ризограф.

Ум. друк.арк. 1,25

Тираж 100

Вид. № 7 Зам.№ 117

ХПБ МВС України, 310023, м. Харків, вул. Чернишевського, 94.
