

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
"ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"

ФЕДЧЕНКО ГАННА ВАЛЕРІЇВНА

УДК 621.833

РОЗРОБКА МЕТОДИКИ МАТЕМАТИЧНОГО  
МОДЕЛЮВАННЯ Й ДОСЛІДЖЕННЯ КРУТИЛЬНИХ ТА ПОПЕРЕЧНИХ  
КОЛИВАНЬ ЦИЛІНДРИЧНИХ ПЕРЕДАЧ  
НОВІКОВА ДЛЗ

Спеціальність 05.02.02 – машинознавство

АВТОРЕФЕРАТ  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Харків – 2001

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Національному технічному університеті "Харківський політехнічний інститут" Міністерства освіти і науки України, м. Харків

**Науковий керівник:** доктор технічних наук, професор,  
*Кириченко Анатолій Федорович*,  
Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут" Міністерства освіти і науки України, професор кафедри  
нарисної геометрії та графіки.

**Офіційні опоненти:**  
доктор технічних наук, професор,  
*Тернюк Микола Еммануїлович*,  
Інститут машин та систем НАН України, м. Харків  
директор;  
кандидат технічних наук, доцент,  
*Калінін Павло Миколайович*,

Національний технічний університет “Харківський політехнічний інститут” Міністерства освіти і науки України, доцент кафедри деталей машин та прикладної механіки.

**Провідна установа:** Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, м. Харків

Захист відбудеться "19" грудня 2001 р. о 14.30 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.050.10 у Національному технічному університеті “Харківський політехнічний інститут” Міністерства освіти і науки України за адресою: 61002, м. Харків, вул.. Фрунзе, 21.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”

Автореферат розісланий “ 14 ” листопада 2001 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради

Бортовой В.В.

## **ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ**

**Актуальність теми.** Будучи одним з найбільш розповсюджених видів механічних передач, зубчасті передачі багато в чому визначають габарити, вагу, передану потужність, а також ряд інших показників, від яких залежать експлуатаційні властивості й економічна ефективність створюваних машин. Саме цим можна пояснити те, що і раніше, і тепер завзято ведуться дослідження з удосконалювання старих і по створенню нових систем зачеплення, особливо з підвищеною навантажувальною здатністю.

В наш час панує достатньо добре вивчена евольвентна система зачеплення. Але, незважаючи на цілий ряд її переваг і значних удосконалень, вона має все-таки непереборні великі недоліки. Одним з них є обмежена контактна міцність. Досвід експлуатації евольвентних передач показав, що контактна міцність зубців являє собою фактор, що лімітує подальше підвищення їхньої навантажувальної здатності і не дозволяє істотно знижувати габарити передачі без збитку для несучої здатності зубців. Великим кроком на шляху рішення питання про підвищення навантажувальної здатності зубчастих передач з'явилася розроблена М.Л. Новіковим нова система зачеплення, що володіє низкою незаперечних переваг перед евольвентним зачепленням. Треба підкреслити, що в даний час вирішені далеко не всі проблеми, що прямо пов'язані з ефективним використанням зачеплення Новікова в промисловості. Так одним з перших і головних питань, що виникають перед конструкторами - це вибір раціонального вихідного контуру, ступеня точності, визначення рівня динаміки передачі і розрахункового навантаження й інш. Більш того, досвід промислової експлуатації свідчить про те, що зубчасті передачі Новікова не повною мірою реалізують їхні техніко-економічні можливості.

Значне ж відставання досліджень передач Новікова від рівня їхнього промислового застосування і практично повна відсутність нормативно-технічної документації і науково обґрунтованих методик розрахунку основних параметрів зачеплення на стадії проектування змушують виробника підбирати самостійно, наприклад, коефіцієнт динаміки за аналогією з евольвентними передачами. Однак такий підхід дозволяє досить приблизно оцінити розрахункове навантаження, при цьому зовсім не враховує особливості пружно-коливальних процесів конкретної передачі. Таким чином, пошук раціонального сполучення параметрів передачі затягується на роки і здійснюється, головним чином, методом "проб і помилок" при вже запущеній у виробництво продукції.

Таким чином, актуальною науково-технічною задачею є розробка методики математичного моделювання динаміки циліндричної передачі Новікова ДЛЗ.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційне дослідження проводилося в рамках робіт, що ведуться Національним технічним університетом "Харківський політехнічний інститут" на підставі програми науково-технічного співробітництва НТУ "ХПІ" з ЗАТ Новокраматорським машинобудівним заводом і НДПРедуктором (м. Київ).

**мета і задачі дослідження.** метою дослідження є створення методики, що дозволяє провести аналіз динамічного стану системи, що включає передачу Новікова і забезпечити в процесі проектування вибір раціонального сполучення геометричних і кінематичних параметрів зачеплення.

*Об'єкт дослідження* – динамічні процеси, які виникають при роботі зубчастих передач із зачепленням Новікова ДЛЗ.

*Предмет дослідження* – одноступінчатий циліндричний редуктор із зачепленням Новікова ДЛЗ.

*Методи дослідження.* Теоретичні – з використанням положень теорії зубчастих зачеплень, теорії коливальних та аналітичні – з обробкою результатів за допомогою сучасних методів програмування.

Для досягнення мети дослідження необхідно було вирішити такі задачі:

- визначення напрямку і методів рішення проблеми динамічного аналізу циліндричної передачі Новікова ДЛЗ;
- побудова математичної моделі внутрішньої динаміки одноступінчатої циліндричної передачі Новікова ДЛЗ;
- розробка алгоритму чисельної реалізації математичної моделі за допомогою комп'ютерних технологій;
- чисельний порівняльний аналіз зубчастих передач Новікова ДЛЗ із різними параметрами системи;
- апробація розробленої методики на фізичних моделях.

**Наукова новина одержаних результатів.** Наукова новина одержаних результатів полягає в наступному:

- побудована динамічна модель циліндричної одноступінчатої передачі Новікова ДЛЗ;
- побудована математична модель внутрішньої динаміки одноступінчатої циліндричної зубчастої передачі Новікова ДЛЗ, що дозволяє на стадії проектування досліджувати вплив на коливальний рух відповідних мас швидкісних режимів, вихідного контуру, жорсткості зачеплення, перемінної по фазі зачеплення, жорсткості опор, похибки кута нахилу зубців, вивчити коливальний процес у межах пересполучення однієї пари зубців, за повний оборот і за кілька оборотів;
- для зачеплення Новікова визначені теоретичні параметри, що роблять вплив на амплітуду і форми коливальних мас;

- розроблений алгоритм чисельного дослідження динаміки циліндричної передачі Новікова, зручний для використання в практичній діяльності;
- проведено чисельне дослідження внутрішньої динаміки зубчастої передачі Новікова ДЛЗ з апробацією на фізичних моделях, на основі якого складена загальна методика розрахунку пружного-коливального руху мас зубчастої циліндричної передачі Новікова ДЛЗ.

#### **Практичне значення одержаних результатів.**

1. Розроблено математичну модель одноступінчатої циліндричної зубчастої передачі Новікова ДЛЗ, що дозволяє в процесі проектування роботи на комп'ютері чисельні експерименти по виявленню раціональних параметрів зачеплення з рівнем динаміки передачі, що задовольняє нормам технічного завдання.
2. Досліджено вплив параметрів вихідного контуру на рівень коливальних процесів у передачі.
3. Досліджено вплив швидкісних режимів на рівень динамічних процесів у передачі Новікова ДЛЗ.
4. Досліджено вплив жорсткості опор і похибок кута нахилу зубців на характер і рівень коливальних процесів у передачі.

Згадані матеріали використовуються в проектних і дослідницьких підрозділах ЗАТ "Новокаматорський машинобудівний завод", "НДІ "Редуктор" (м. Київ), що сприяє більш повної реалізації навантаження і ресурсу, підвищенню надійності і зниженню рівня шуму зубчастих передач і редукторів за рахунок вибору більш раціонального сполучення геометричних, кінематичних і жорсткісних параметрів передачі.

Техніко-економічний ефект досягається за рахунок збільшення надійності і довговічності передач і редукторів, за рахунок зниження питомої металоємності і зменшення маси комплектуючих ними машин.

Слід зазначити також, що матеріали досліджень можуть бути використані іншими машинобудівними підприємствами і проектними організаціями без якої-небудь попередньої адаптації в процесі розробки нових приводів з використанням зачеплення Новікова на рівні керівних матеріалів.

**Особистий внесок здобувача.** Особистий внесок здобувача складається в наступному: створена динамічна модель одноступінчатої циліндричної зубчастої передачі Новікова ДЛЗ; виведена система диференціальних рівнянь руху передачі; розроблений критерій оцінки власних частот у зубчастій передачі Новікова ДЛЗ; розроблено алгоритм чисельної реалізації математичної моделі; розроблена методика проведення тестових досліджень на фізичних моделях; чисельний аналіз рівня динамічної напруженості зубчастої передачі Новікова в залежності від ряду визначальних її факторів; розроблена методика для користувача.

**Апробація результатів дисертації.** Основні результати дисертаційної роботи докладались, обговорювались та отримали позитивну оцінку на наукових конференціях "Проблеми якості і довговічності зубчастих передач і редукторів" (у м. Севастополі - 1995, 1997, 1999, 2000 р.р.), на наукових семінарах кафедр деталей машин і прикладної механіки та нарисної геометрії та графіки Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут" в 2001 р.

**Публікації.** Основні наукові положення і результати досліджень опубліковані в 8 наукових роботах. З них 6 статей, 2- матеріали доповідей науково-технічних конференцій. 6 статей опубліковані у виданнях, оговорених переліком ВАК України.

**Структура й обсяг роботи.** дисертаційна робота складається з вступу, чотирьох розділів, висновків і додатка. Повний обсяг дисертації 165 сторінок, 19 ілюстрацій на 4 аркушах, 109 ілюстрацій по тексту, 1 таблиця на 4 аркушах, 1 додаток на 11 аркушах,

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

**У вступі** обґрунтовується вибір і актуальність теми дослідження, сформульована мета роботи, задачі дослідження, наукова новина і практична значимість роботи.

**У першому розділі** проведений огляд опублікованих робіт у досліджуваній області. Під час роботи зубчастих коліс у їхньому зачепленні виникають зусилля, величина і характер яких визначається не тільки переданою потужністю, але і поруч інших факторів. До їхнього числа, насамперед, відносяться умови і режими роботи механізму, куди як окрема частина включена зубчаста передача, конструктивні особливості всього механізму і, зокрема, вузла зубчастої передачі, похибки виготовлення і монтажу зубчастих коліс, швидкості руху, пружні деформації самих зубців і інших з'єднань, змащення й інш.

У результаті зазначених порушень рух коліс носить коливальний характер, що супроводжується появою інерційних зусиль у зачепленні, що часом стає у порівнянні з величиною статичного навантаження. Цим проблемам у відношенні евольвентного зачеплення присвячені роботи, що виконані Б.М. Абрамовим, М.Д. Генкіним, В.К. Гринкевичем, К.І. Заблонським, М.О. Ковальовим, А.І. Петрусевичем і ін. Теорія крапкового зачеплення, розроблена М.Л. Новиковим, одержала свій розвиток у працях учених: В.М. Кудрявцева, Р.В. Федякіна, В.А. Чеснокова, М.М. Краснощогова, А.Ф. Кириченка, В.П. Шишова, В.М. Грибанова. однак динаміка зачеплення Новікова залишається маловивченою. Для зачеплення Новікова, геометрія і кінематика якого докорінно відрізняються від евольвентного, основними збудниками динамічного навантаження в зачепленні є похибка кута нахилу зубців, перекид і непаралельність осей. Особливого значення набуває окружна швидкість руху зубчастих коліс, тому що основним видом відносного руху сполучених поверхонь у зачепленні Новікова є їх кочення уздовж контактних ліній зі швидкістю в 3-10 разів більшої, ніж кружна. Розходження по абсолютній величині жорсткості зачеплення Новікова в порівнянні з евольвентним, характер її зміни по фазі зачеплення, а також геометричної і кінематичної особливості показують, що зачеплення Новікова і за динамічними характеристиками повинне відрізнятися від евольвентного. Отже, механічне використання результатів досліджень динаміки евольвентного зачеплення в розрахунках зачеплення Новікова є неприйнятними.

**В другому розділі** розглянуті питання розробки динамічної моделі циліндричної передачі з зачепленням Новікова ДЛЗ, математичної моделі на базі динамічної, проведене дослідження стійкості рішення отриманої системи, визначені власні частоти. Геометро-кінематична схема при введенні елементів податливості у всіх з'єднаннях, масових характеристик, обліку можливих похибок виготовлення і монтажу перетворюється в динамічну модель із усіма позначеннями, що приведена на рис.1.

Рис.1

Прийнято, що вали мають крутильну твердість, а твердість опор реалізована тільки у вертикальній площині (горизонтальної складової на даному етапі досліджень зневажаємо).

Приведена динамічна модель визначається 8-ю узагальненими координатами:

$j_1, j_4$  – кути повороту ведучої і веденої приєднаних мас;

$j_{ш}, j_{к}$  – кути повороту шестірні і колеса відповідно;

$x_{ш}, x_{к}$  – вертикальні переміщення центра мас відповідно шестірні і колеса;

$u_{ш}, u_{к}$  – кути галопування шестірні і колеса щодо опор.

На рис.2 показане моделювання пружних зв'язків безпосередньо в зачепленні. Кожною пружинкою тут моделюється цілком конкретна точка контакту зубців у конкретній фазі зачеплення, що має в даний момент часу конкретну жорсткість, що функціонально міняється уздовж ширини зубчастого вінця. Світлі точки відносяться до доплюсної лінії зачеплення, чорні до заплісної. На кожній з ліній зачеплення пружинки розташовані одна до одної на відстані  $p_x$  (осьовий крок зачеплення), а зсув по двох лініях відбито величиною  $q_{21}$  (осьовий зсув).

Рис.2

Жорсткість зачеплення описується залежністю, що представлена на рис.3.

Рис.3

Використовуючи рівняння Лагранжа II роду, одержимо систему диференціальних рівнянь руху передачі. Запишемо вираз для кінетичної енергії

$$2T = I_1 \dot{\phi}_1^2 + I_u \dot{\phi}_u^2 + I_u' \dot{\psi}_u^2 + I_k \dot{\phi}_k^2 + I_k' \dot{\psi}_k^2 + m_u \dot{x}_u^2 + m_k \dot{x}_k^2 + I_4 \dot{\phi}_4^2 \quad (1)$$

Дисипативна функція Релея прийнята у вигляді:

$$2\Phi = h_3' \dot{\phi}_u^2 + h_3'' \dot{\phi}_k^2 + h_{u1} \dot{\Delta}_{u1}^2 + h_{u2} \dot{\Delta}_{u2}^2 + h_{k1} \dot{\Delta}_{k1}^2 + h_{k2} \dot{\Delta}_{k2}^2, \quad (2)$$

Потенційна енергія має вигляд  $\Pi = \Pi_{оп} + \Pi_{в1} + \Pi_{в4} + \Pi_3$ , (3)

де  $\Pi_{оп}$  – потенційна енергія опор;  $\Pi_{в1}$  – потенційна енергія ведучого вала;  $\Pi_{в4}$  – потенційна енергія веденого вала;  $\Pi_3$  – потенційна енергія зачеплення, про неї докладніше далі.

$$\begin{aligned} 2\Pi_3 = & c_3(z) \left[ \varphi_u R_u - \varphi_k R_k + \Delta\beta z + x_u - x_k + z(\psi_u - \psi_k) \right]^2 + c_3(z + q_{21}) \times \\ & \left[ \varphi_u R_u - \varphi_k R_k + \Delta\beta(z + q_{21}) + x_u - x_k + (z + q_{21})(\psi_u - \psi_k) \right]^2 + c_3(z - p_x) \times \\ & \left[ \varphi_u R_u - \varphi_k R_k + \Delta\beta(z - p_x) + x_u - x_k + (z - p_x)(\psi_u - \psi_k) \right]^2 + c_3(z - p_x + q_{21}) \times \\ & \left[ \varphi_u R_u - \varphi_k R_k + \Delta\beta(z - p_x + q_{21}) + x_u - x_k + (z - p_x + q_{21})(\psi_u - \psi_k) \right]^2 + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

Якщо прийняти за точку відліку координати  $z$  лівий торець шестірні чи колеса (рис.2), то перший доданок у (4) виражає потенційну енергію деякої однієї конкретної точки контакту по доплюсній лінії зачеплення і знаходиться на відстані  $z$  від лівого торця, а також враховуюча її жорсткість, реалізовану в цій фазі, похибку лінії зуба і податливість опор. Другий доданок представляє потенційну енергію точки контакту по заплісній лінії зачеплення для того ж зуба і враховуючої ті ж умови, що і перше. У залежності від сполучення  $p_x$ ,  $q_{21}$  і  $b_w$  у зачепленні можуть знаходитися більше ніж пара зубів. Тому в (4) третій член виражає потенційну енергію точки контакту другого зуба (за першим) по доплюсній лінії зачеплення, а четверте - точки контакту другого зуба по заплісній лінії зачеплення. У загальному виді вираз для повної потенційної енергії має вид (6):

$$\begin{aligned}
& 2\Pi = c'_{uu} [x_{uu} - \psi_{uu} (a+b_w/2)]^2 + c''_{uu} [x_{uu} + \psi_{uu} (a+b_w/2)]^2 + \\
& c'_k [x_k - \psi_k (a+b_w/2)]^2 + c''_k [x_k - \psi_k (a+b_w/2)]^2 + c_1(\varphi_1 - \varphi_{uu})^2 + c_4(\varphi_k - \varphi_4)^2 + \\
& \sum_i \sum_j \{ A_{1j} c_3 (z \pm (i-1) p_x) [\varphi_{uu} R_{uu} - \varphi_k R_k + \Delta\beta (z \pm (i-1) p_x) + x_{uu} - x_k + (z \pm (i-1) p_x) (\psi_{uu} - \psi_k)]^2 + \\
& \{ A_{1j} c_3 (z \pm (i-1) p_x + q_{21}) [\varphi_{uu} R_{uu} - \varphi_k R_k + \Delta\beta (z \pm (i-1) p_x + q_{21}) + x_{uu} - x_k + (z \pm (i-1) p_x + q_{21}) (\psi_{uu} - \psi_k)]^2 \} \\
& \text{Застосувавши оператор Лагранжа, одержуємо систему диференціальних рівнянь руху:} \\
& I_1 \ddot{\varphi}_1 + c_1(\varphi_1 - \varphi_{uu}) = M_1; \\
& I_{uu} \ddot{\varphi}_{uu} - c_1(\varphi_1 - \varphi_{uu}) + F_1(z) R_{uu} + F_2(z) R_{uu} = -M_1 - h'_3 \dot{\varphi}_{uu}; \\
& m_{uu} \ddot{x}_{uu} + c'_{uu} [x_{uu} - (a+b_w/2) \psi_{uu}] + c''_{uu} [(a+b_w/2) \psi_{uu} + x_{uu}] + F_1(z) + F_2(z) = \\
& P_{1uu} - P_{2uu} - h_{1uu} (\dot{x}_{uu} - (a+b_w/2) \dot{\psi}_{uu}) - h_{2uu} (\dot{x}_{uu} + (a+b_w/2) \dot{\psi}_{uu}) \\
& I'_{uu} \ddot{\psi}_{uu} - c'_{uu} (a+b_w/2) [x_{uu} - (a+b_w/2) \psi_{uu}] + c''_{uu} (a+b_w/2) [(a+b_w/2) \psi_{uu} + x_{uu}] + \\
& (z \pm (i-1) p_x) F_1(z) + (z \pm (i-1) p_x + q_{21}) F_2(z) = -P_{1uu} (a+b_w/2) - P_{2uu} (a+b_w/2) + \\
& h_{1uu} (a+b_w/2) (\dot{x}_{uu} - (a+b_w/2) \dot{\psi}_{uu}) - h_{2uu} (a+b_w/2) (\dot{x}_{uu} + (a+b_w/2) \dot{\psi}_{uu}) \\
& I_k \ddot{\varphi}_k + c_2(\varphi_k - \varphi_4) + F_1(z) R_k + F_2(z) R_k = M_4 - h''_3 \dot{\varphi}_k; \\
& m_k \ddot{x}_k + c'_k [x_k - (a+b_w/2) \psi_k] + c''_k [(a+b_w/2) \psi_k + x_k] - F_1(z) - F_2(z) = \\
& P_{1k} - P_{2k} - h_{1k} (\dot{x}_k - (a+b_w/2) \dot{\psi}_k) - h_{2k} (\dot{x}_k + (a+b_w/2) \dot{\psi}_k) \\
& I'_k \ddot{\psi}_k - c'_k (a+b_w/2) [x_k - (a+b_w/2) \psi_k] + c''_k (a+b_w/2) [(a+b_w/2) \psi_k + x_k] - \\
& (z \pm (i-1) p_x) F_1(z) - (z \pm (i-1) p_x + q_{21}) F_2(z) = -P_{1k} (a+b_w/2) - P_{2k} (a+b_w/2) + \\
& h_{1k} (a+b_w/2) (\dot{x}_k - (a+b_w/2) \dot{\psi}_k) - h_{2k} (a+b_w/2) (\dot{x}_k + (a+b_w/2) \dot{\psi}_k) \tag{7} \\
& I_4 \ddot{\varphi}_4 - c_2(\varphi_k - \varphi_4) = -M_4, \\
& \text{де } F_1(z) = A_{1j} c_3 (z \pm (i-1) p_x) [\varphi_{uu} R_{uu} - \varphi_k R_k + \Delta\beta (z \pm (i-1) p_x) + x_{uu} - x_k + (z \pm (i-1) p_x) (\psi_{uu} - \psi_k)] \\
& F_2(z) = A_{2j} c_3 (z \pm (i-1) p_x + q_{21}) \times \\
& \quad [\varphi_{uu} R_{uu} - \varphi_k R_k + \Delta\beta (z \pm (i-1) p_x + q_{21}) + x_{uu} - x_k + (z \pm (i-1) p_x + q_{21}) (\psi_{uu} - \psi_k)] .
\end{aligned}$$

Таким чином, отримані вирази (7) являють собою систему звичайних неоднорідних диференціальних рівнянь другого порядку з перемінними коефіцієнтами, які враховують геометричні, кінематичні, динамічні параметри зубчастої передачі, а також можливо деякі помилки, що можуть виникнути в процесі виготовлення і монтажу зубчастих коліс.

Отримана система досліджена методом функцій Ляпунова на предмет технічної стійкості руху. Маючи окреме рішення системи (7), що відповідає деяким початковим

умовам  $\varphi_1^0, \varphi_{uu}^0, \varphi_k^0, x_{uu}^0, x_k^0, \psi_{uu}^0, \psi_k^0, \varphi_4^0$ , так званий необурений рух, порівнюємо цей рух з іншими можливими рухами при тих же діючих на систему силах, а, отже, обумовлених тими ж диференціальними рівняннями. Обурені рухи отримані з необуреного зміною значень початкових умов узагальнених координат на 1%. Результати досліджень зведені в таблицю 1.

Таблиця 1

Змінюваний параметр+1%	Зміни по узагальнених координатах, %				jш	j1	jdо
j4	xш	xк	Уш	Удо			
jш+1% 5	11,8	0,8	0,4	0,1	0,1	0	3
j1+1% 10,8	12	8,2	0	0	0	0	0

$j_K+1\%$	5	13	0,8	0,2	11	3,5	0	3
$j_4+1\%$	5	4	0	0,6	14	3,5	0	0
$x_{III}+1\%$	5	4,2	0,8	0,4	0,1	7	0	3
$x_K+1\%$	14	1	0,8	0,1	2	3,5	0	0
$u_{III}+1\%$	5	9	1,3	0	11	7	1,5	3
$u_K+1\%$	5	12,6	0	0,4	0,1	11	1,5	3

При перебуванні власних частот виходили з припущення, що в системі (рис.1) одночасно збуджується кілька коливальних процесів, а саме крутильні коливання всієї системи і поперечні коливання кожного з валів окремо. Це дозволяє при перебуванні резонансних частот розглядати кілька підсистем окремо. Розглядаючи крутильні коливання, привівши систему до вхідного вала і вирішивши вікове рівняння, отримані наступні значення власних частот системи, що виконує крутильні коливання:

$$p_1^2=829 \text{ 1/с}; p_2^2=7201 \text{ 1/с}; p_3^2=31048 \text{ 1/с}.$$

Аналогічні операції щодо поперечних коливань надали можливість отримати значення власної частоти  $p^2=19780 \text{ 1/с}$ .

**У третьому розділі** на основі теоретичних розробок другого розділу побудована методика та організація проведення досліджень динамічного стану зубчастої передачі на математичній та фізичній моделях циліндричних зубчатих коліс з зачепленням Новікова.

Парадоксально, але широке впровадження комп'ютерів донедавна не зробило математичні обчислення більш легкими для зацікавлених користувачів. Звичайно, усіх уражає висока швидкість обчислень і багатство напрацьованого програмного забезпечення для їхньої реалізації. Але не завжди наявні програми доступні користувачу (як у прямому, так і в переносному значенні). Пакет ViSSim – пакет моделювання динамічних систем призначений для математичного моделювання лінійних і нелінійних динамічних систем і пристроїв, представлених своєю функціональною блок-схемою. Даний програмний засіб – представник візуально-орієнтованої мови програмування. На всіх етапах роботи, практично не має справи зі звичайним програмуванням. Програма автоматично генерується в процесі введення обраних блоків компонентів, їхніх з'єднань і завдання параметрів компонентів. Пакет автоматизує етап моделювання: складає і вирішує системи алгебраїчних і диференціальних рівнянь, що описують задану функціональну схему, забезпечуючи зручний і наочний візуальний контроль за поведінкою віртуального пристрою. На базі даного пакета була складена програма, що використана в роботі. Для вибору вихідних параметрів був проаналізований широкий діапазон існуючих редукторів і обрані найбільш масові характеристики.  $m=3 \text{ мм}$  – нормальний модуль зачеплення, в.к. – вихідний контур Урал-2Н,  $z_{III}=18$  і  $z_K=90$ - кількість зубів на шестірні і колесі,  $b_{III}=45 \text{ мм}$ -ширина зубцюватого вінця,  $bb=16^\circ$ – кут нахилу зубів на ділільному циліндрі,  $N_{III}=10 \text{ кВт}$  і  $n=1000 \text{ об/хв}$  – потужність приводного двигуна і частота обертання його вала,  $M_I=95000 \text{ Н}\cdot\text{мм}$ .

Для оцінки вірогідності отриманих результатів був проведений фізичний експеримент. Дослідження проводилися на базі існуючого стенда, у якому була зроблена лише модернізація підшипникових вузлів (рис.4).

Таке рішення було прийнято з метою зміни положення вала шестірні в процесі іспитів за рахунок укрупнення чи відповідного вивертання втулок. Більш того, за допомогою

заміни втулок з різною товщиною денця легко досягається зміна жорсткості опор і, нарешті, порожня втулка відіграє роль месдози, на якій із внутрішньої сторони під кулькою наклеюється вимірювальний тензорезистор. Таким чином, описане рішення дозволило одночасно вирішити важливі питання: здійснити реєстрацію динамічних процесів практично безінерційними датчиками; мати можливість передачі вимірів на порівняно великі відстані без використання струмознімача.

**У четвертому розділі** приведені результати досліджень на математичних та фізичних моделях. Дослідження на математичних моделях проводилося за кількома основними напрямками. У цій роботі дослідження були проведені для досить широкого діапазону варіюваних параметрів передачі. Для виявлення впливу окремих з них паралельно досліджувалася та сама передача при зміні в робочому діапазоні одного з її параметрів. Такий підхід дозволив досліджувати вплив швидкісних режимів, припустимих похибок кута нахилу лінії зуба, жорсткості опор і приєднаних валів, параметрів вихідного контуру. На рис.5 у якості приклада приведені осцилограми для деяких узагальнених координат при розрахунку базової моделі.

Рис.5

З приведених осцилограм неважко помітити, що має місце коливання всіх мас редукторної системи. Ці коливання є наслідком кінематичного і параметричного порушень. Головні сплески амплітуд коливань мають місце при пересполученні зубців, а також при проходженні точкою контакту, наприклад, по заплюсній лінії зачеплення осьового зсуву  $q_{21}$ , що вводить у зачеплення чи виводить з нього зуб по доплюсній лінії зачеплення. Це стан найбільш виразний проглядається на осцилограмі для  $j_{III}$ .

Серія експериментів по зміні похибки кута нахилу лінії зубців показали, що зі збільшенням похибки кута нахилу лінії зуба в цілому має місце тенденція до збільшення амплітуди коливань узагальнених координат. Ця ж тенденція проглядається і при збільшенні швидкості обертання зубчастих коліс. Однак при визначеному сполученні параметрів системи і режимів її роботи деякі з узагальнених координат зі збільшенням швидкості руху мас редукторної системи прагнуть до деякого зменшення. Це вказує на те, що конструктор за допомогою розробленої математичної моделі ще на стадії проектування може, змінюючи тільки відповідні параметри, може легко домогтися такого результату, що сформульований з метою й умовами технічного завдання на проектування агрегату, що включає в себе як частину зубчастий редуктор. Відомо, що від швидкості обертання зубчастих коліс залежить швидкість контакту зубців в осьовому напрямку. З цього випливає, що час між пересполученнями зубців зі збільшенням швидкості скорочується. Отже, скорочується і час дії імпульсу при вході чи виході зуба із зачеплення. Тому, цікаво як устигає зуб здеформуватися під дією зовнішнього навантаження й інерційних сил, яку форму коливання здобуває відповідне зубчасте колесо за час одного пересполучення й ін. Аналіз результатів показав, що зі зміною швидкості за інших рівних умов відбувається зміна у формах коливань, а також в амплітудно-частотному складі навіть за одне пересполучення, а ця обставина істотно позначається на стомленій міцності зубців. У процесі проектування зубчастого редуктора шляхом відповідних розрахунків на міцність встановлюють у якості доцільного, використання того чи іншого вихідного контуру. Кожний з відомих вихідних контурів має свою специфічну геометрію, що задовольняє визначеним

вимогам. Однак, як відомо, зі зміною геометрії вихідного контуру відповідним чином змінюється жорсткість зуба, що, як правило, у міцностних розрахунках ніяк не враховується. Варто підкреслити, що саме це є великим недоліком всіх існуючих методів розрахунків на міцність. Проте, жорсткість зачеплення дуже впливає на динаміку передачі і, як наслідок, на міцність зубів. Розглянутий діапазон зміни жорсткості зачеплення – від 50000Н/мм до  $1,5 \cdot 10^8$  Н/мм, а при величині  $C_3 = 3 \cdot 10^8$  Н/мм мав місце ріст амплітуд по всіх узагальнених координатах (рис.6), тобто така жорсткість є граничної для подальших конструкцій вихідного контуру.

Рис.6

Також був досліджений вплив зміни крутильної жорсткості валів, жорсткості опор, ширини зубчастого вінця на динаміку системи, що включає передачу Новікова.

Звичайно в існуючих методиках розрахунку динамічне навантаження приєднують до статичного й одержують так зване розрахункове навантаження. У свою чергу динамічне навантаження одержують як статичне помножене на коефіцієнт динамічності, що залежить від швидкості руху, похибок виготовлення, жорсткості, але ніде в жодній доступній нам методиці не зустрічалося, щоб коефіцієнт динамічності розглядалася як змінна величина між пересполученнями двох сусідніх зубів. Таким чином, максимальне розрахункове навантаження прикладається в деякій точці по фазі зачеплення, що взагалі ж є невідомою. У цьому ми вбачаємо одне з досить серйозних і не зовсім виправданих існуючих допущень. Тому в цій роботі, зроблена перша спроба по розгляду ступеня навантаження кожної з точок контакту, що одночасно знаходяться в зачепленні в інтервалах ширини зубчастого вінця. При такому розгляді був використаний принцип незалежності дії сил і принцип збереження енергії. Використовуючи узагальнені координати системи 7, неважко перейти до координат, що визначають положення кожної розглянутої точки контакту (рис.2), а також деформацію кожної з розглянутих пружинок у конкретній фазі зачеплення. Тому що координата  $x_{u1}$  визначає переміщення центра мас шестірні, перейдемо до координат  $x_{u1}$ ,  $x_{u2}$  і т.д. (рис.2 і рис.7).

Рис.7

$$\begin{aligned} x_{u1} &= x_{u0} - tg \psi_{u0} (b/2 - z); \\ x_{u2} &= x_{u0} - tg \psi_{u0} (b/2 - z - q_{21}); \\ x_{u3} &= x_{u0} - tg \psi_{u0} (b/2 - z - p_x) \end{aligned} \quad (8)$$

навантаження кожної точки зачеплення в кожному дану мить часу розглядається як добуток жорсткості зачеплення  $C_3$  у даній фазі зачеплення на сумарну величину деформацій від всіх узагальнених координат з урахуванням похибки виготовлення, наприклад, для 1-ї точки (див. рис.7)  $P_{n1} = C_{31} (\varphi_{u1} R_{u1} - \varphi_k R_k + x_{u1} - x_{k1} + z \cdot \Delta\beta)$ .

Тоді на рис.8 необхідно розглядати 1-й графік як зміна навантаження в точці зачеплення, що ввійшла на лівому торці колеса, при відсутності контакту у всіх інших точках. Графіки 2-й, 3-й, 4-й відповідають другій третій і четвертій точкам контакту, тоді як 5-й – є сумарне навантаження від усіх точок контакту одночасно. Таким чином, ґрунтуючись на приведених розрахунках, можна помітити, що загальне динамічне навантаження можна оцінити по

величині, а також розподіл цього навантаження між крапками, що одночасно беруть участь у зачепленні.

Так на рис.8 у момент часу  $t=0.5375$ с сумарне навантаження 13000Н, у контакті беруть участь 3 крапки і навантаження розподілене між ними в такий спосіб: 1-а точка – 1500Н, 2-а – 2500Н, 3-я – 9000Н. Аналогічним чином можна оцінити кожен з моделей, що розраховуються. На закінчення відзначимо, що представлене вище різноманіття зміни параметрів передач Новікова ДЛЗ природньо не охоплює навіть незначну частину існуючих і розроблених редукторів і тим самим за своїми динамічними характеристиками показує, що наступив кінець ери динамічних (і інших) коефіцієнтів, що наступила ера розробки досить адекватних математичних моделей з їхньою комп'ютерною реалізацією на базі сучасних чисельних методів, що створює можливість визначати цікаві характеристики в кожному конкретному випадку і при конкретних умовах.

## Висновки

1. Розвинуто представлення про коливальні процеси, що відбуваються в зубчастих передачах із зачепленням Новікова ДЛЗ, а також визначені напрямки і методи аналізу динамічного стану редукторної системи.
2. На сучасному теоретичному рівні розроблена математична модель динаміки одноступінчатої дозаполусної передачі Новікова ДЛЗ. На базі зробленого аналізу визначені узагальнені координати, у достатній мері охоплюючі стан редукторної системи. Уперше розроблена модель, що дозволила вивчати коливальні процеси за одне пересполучення пари зубців, за повний оборот одного з зубчастих коліс, за кілька десятків оборотів після запуску системи. У розробленій моделі кожний зуб зі своєю геометрією, жорсткістю по фазі зачеплення і похибками вводиться дискретно в зачеплення. При цьому враховане осьове перекриття.
3. Розроблено методику комп'ютерної реалізації математичної моделі, для чого на базі математичного пакета VisSim була складена програма, налагоджена до рівня широкого практичного використання.
4. Детально досліджені коливальні процеси редукторної системи при варіації параметрами, що складають основу динамічної моделі:
  - а) Вплив швидкості обертання зубчастих коліс. Зі збільшенням швидкості обертання зубчастих коліс рух здобуває більш періодичний характер, причому відбуваються коливання, що представляють собою суму коливань з більш високої і більш низької частотами. З ростом швидкості також має місце невеликий ріст амплітуд.
  - б) Похибка лінії нахилу. У цілому можна зробити висновок, що зі збільшенням похибки лінії нахилу зубів має місце тенденція до збільшення амплітуд коливань узагальнених координат. Ця ж тенденція проглядається і при збільшенні швидкості обертання зубчастих коліс. Однак при визначеному сполученні параметрів системи і режимів роботи деякі з координат прагнуть до деякого зменшення.
  - в) Жорсткість зачеплення. Серія розрахунків привела до висновку про те, що зубці, що виготовлені з використанням конкретного вихідного контуру і, таким чином, що мають конкретну жорсткість, при якій дана передача на визначених режимах не може бути працездатною. Ці дослідження показали, що на стадії проектування підбирати вихідний контур необхідно не тільки за задоволенням контактної чи вигибної міцності зубців, але і за рівнем динаміки на заданих режимах.
  - г) Крутильна жорсткість приєднувальних валів. Зменшення жорсткості валів від середньостатистичного розрахункового значення в 100 разів веде до збільшення амплітуд

усіх координат у 100 разів і значно знижує частоту коливань.

д) жорсткість опор. При різних швидкостях обертання зубчастих коліс можуть виникати небезпечні резонансні режими. Також на визначеному етапі збільшення жорсткості опор приводить до погіршення динаміки, а може привести і до руйнування.

е) Ширина зубчастого вінця. Показано, що від ширини зубчастого вінця залежить кількість точок, що одночасно знаходяться в зачепленні. Це приводить до підвищення сумарної жорсткості зачеплення. Розкрита уперше фізична суть питання, чому передачі Новикова з підвищеними кутами нахилу мають більш сприятливу динаміку.

5. Виконані розробки дозволяють визначати і приймати найбільш раціональні параметри передачі ще на стадії її проектних розробок.
6. Проведено експериментальну перевірку результатів аналітичних досліджень. Експеримент був здійснений по спеціально розробленій методиці з застосуванням тензометрії на стенді, що працює за принципом замкнутого потоку потужності. Отримані результати шляхом чисельного інтегрування добре погодяться з даними експерименту, тобто адекватність теоретичного моделювання й експериментального дослідження підтверджена результатами рішення системи (7).
7. Отримані матеріали і результати досліджень використовуються в НдіРедуктор (м. Київ) і на ЗАТ НКМЗ (м. Краматорськ), що сприяє більш повній реалізації навантаження і ресурсу, підвищенню надійності і зниженню рівня шуму зубчастих передач і редукторів за рахунок вибору найбільш раціональних параметрів зачеплення.

#### **Список опублікованих праць за темою дисертації:**

1. Кириченко А.Ф., Федченко А.В. Методика моделирования внутренней динамики цилиндрической передачи Новикова ДЛЗ // Вестник Харьковского государственного политехнического университета.-1998.-№27.-С.130-134.
2. Кириченко А.Ф., Федченко А.В. О влиянии погрешности угла наклона зубьев на динамику зубчатой передачи Новикова ДЛЗ // Вестник Харьковского государственного политехнического университета.-1999.-№50.-С.111-117.
3. Кириченко А.Ф., Федченко А.В. О влиянии скоростных режимов на внутреннюю динамику зубчатой передачи Новикова ДЛЗ // Вестник Харьковского государственного политехнического университета.-Харьков: ХГПУ, 1999.-№58.-С.35-38.
4. Федченко А.В. Методика компьютерной реализации динамической модели зубчатой передачи Новикова ДЛЗ // Вестник Харьковского государственного политехнического университета.-Харьков: ХГПУ, 1999.-№54.-С.80-84.
5. Кириченко А.Ф., Федченко А.В. Влияние исходного контура на внутреннюю динамику зубчатой передачи Новикова ДЛЗ // Вестник Харьковского государственного политехнического университета.-1999.-№85.-С.118-122.
6. Федченко А.В., Кириченко А.Ф. Стеновые исследования внутренней динамики цилиндрических передач Новикова ДЛЗ // Вестник Харьковского государственного политехнического университета.-2000.-№78.-С.53-54.

#### **АНОТАЦІЇ**

Федченко Г.В. Розробка методики математичного моделювання й дослідження крутильних та поперечних коливань циліндричних передач Новікова ДЛЗ. – *Рукопис*. Дисертація на здобуття наукового ступеню кандидата технічних наук за спеціальністю 05.02.02-машинознавство. Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", Харків, 2001.  
Дисертація присвячена розробке методики математичного моделювання динамічних

процесів, що виникають в циліндричних передачах з зачепленням Новікова ДЛЗ. В роботі запропонована динамічна модель одноступінчастого редуктора з циліндричною передачею Новікова ДЛЗ. До цієї моделі кожен зуб зі своєю геометрією, жорсткістю, змінною за фазою зачеплення, введений дискретно. побудована математична модель, яка описує динамічну, що дозволяє на стадії проектування досліджувати вплив на коливальний рух відповідних мас швидкісних режимів, вихідного контуру, жорсткості зачеплення, перемінної по фазі зачеплення, жорсткості опор, похибки кута нахилу зубців, вивчити коливальний процес у межах пересполучення однієї пари зубців, за повний оборот і за кілька оборотів. Складена програма розрахунку на базі пакета моделювання динамічних систем ViSSim. Для визначення адекватності застосування математичних моделей створено експериментальний стенд та проведені дослідження на фізичних моделях. Експериментальні дослідження підтвердили адекватність отриманих моделей і результатів отриманих за їхньою допомогою. Основні результати праці знайшли своє промислове впровадження.

*Ключові слова:* динамічна модель, математична модель, точка контакту, колювання, динамічне навантаження.

*Федченко А.В. Разработка методики математического моделирования и исследование крутильных и поперечных колебаний цилиндрических передач Новикова ДЛЗ. - Рукопись.*

Диссертация на соискание научной степени кандидата технических наук по специальности 05.02.02 – Машиноведение. Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", Харьков, 2001.

Диссертация посвящена разработке методики математического моделирования динамических процессов, возникающих в цилиндрических передачах с зацеплением Новикова ДЛЗ. А также исследованию на основе созданной методики динамического состояния системы включающей зубчатую передачу Новикова ДЛЗ.

Показано, что существующие исследования теории точечного зацепления практически не коснулись динамики зубчатых передач. Отсутствие нормативно-технической документации и научно обоснованных методик расчета основных параметров зацепления на стадии проектирования заставляют изготовителя подбирать самостоятельно, например, коэффициент динамики по аналогии с эвольвентными передачами. Однако такой подход позволяет достаточно приближенно оценить расчетную нагрузку, но при этом совсем не учитывает особенности упруго-колебательных процессов конкретной передачи.

В данной работе предложена динамическая модель одноступенчатого редуктора с цилиндрической передачей Новикова ДЛЗ. В эту модель каждый зуб со своей геометрией, со своей жесткостью, переменной по фазе зацепления, включен дискретно. построена математическая модель, описывающая динамическую, позволяющая на стадии проектирования исследовать влияние на колебательное движение соответствующих масс скоростных режимов, исходного контура, жесткости зацепления, переменной по фазе зацепления, жесткости опор, погрешности угла наклона зубьев, изучить колебательный процесс в пределах пересопряжения одной пары зубьев, за полный оборот и за несколько оборотов.

Полученная система исследована методом функций Ляпунова на предмет технической устойчивости движения.

Получены собственные частоты системы, совершающей крутильные и поперечные колебания.

На базе пакета моделирования динамических систем ViSSim, предназначенного для

математического моделирования линейных и нелинейных динамических систем и устройств и являющегося представителем визуально-ориентированного языка программирования, составлена используемая в работе программа.

В настоящей работе исследования были проведены для достаточно широкого диапазона варьируемых параметров передачи. Для выявления влияния отдельных из них параллельно исследовалась одна и та же передача при изменении в рабочем диапазоне одного из параметров. Такой подход позволил исследовать влияние скоростных режимов, допустимых погрешностей угла наклона линии зуба, жесткости опор и присоединенных валов, параметров исходного контура. Сделана первая попытка по рассмотрению степени динамической нагрузки каждой из точек контакта одновременно находящихся в зацеплении в интервалах ширины зубчатого венца. Для оценки адекватности аналитических результатов и действительных, имеющих место в реальной зубчатой передаче с зацеплением Новикова, были испытаны две пары реальных зубчатых колес на специальном стенде, работающем по принципу замкнутого потока мощности. Совпадение физического и численного экспериментов произошло по амплитуде колебаний и по зубцовой частоте. Погрешность расчетов не превышает 10%.

Основные результаты работы нашли свое промышленное применение.

*Ключевые слова:* динамическая модель, математическая модель, точка контакта, колебания, динамическая нагрузка.

*Fedchenko A. V. Development of mathematical modelling methods and the study of torsional and transverse vibrations in the DLZ cylinder Novikov gearings. – Manuscript.*

The dissertation for the scientific degree competition in technical sciences under the speciality 05.02.02 – Machine science. National Technical University “Kharkov Polytechnic Institute”, Kharkov, 2001.

The dissertation is devoted to developing the mathematical modelling methods of the dynamical processes initiated in cylindrical gears of DLZ Novikov toothing. In this work it is proposed a dynamical model of a single-reduction unit with the DLZ cylinder Novikov gearing. In the model every tooth with its profile, its rigidity, its variable of an engagement phase is discretely added. Mathematical model describing the dynamical model is built. It allows at the design stage to study an influence of a speed mode, an original profile, an engagement rigidity, the variable of an engagement phase, a support stiffness, and errors in a tooth angle upon oscillatory motion of the corresponding bulk; to study an oscillation process within overcoupling of one tooth pair both for complete revolution and a few ones. Basing on the ViSSim package to model dynamical systems a new computational program is composed. An experimental test bench is created and investigations using physical models are conducted to verify the correspondence of applied mathematical models. Experiments confirmed the adequacy of the defined models and results received with these models. Main results of this work were applied in industry.

*Key words:* dynamical model, mathematical model, point of engagement, oscillations, dynamical load.

Відповідальний за випуск

к.т.н., доц.. Ніцин О.Ю.

Підписано до друку 30.10.2001 р.

Формат 60x90/16. Папір офсетний. Надруковано на різнографі.

Обсяг 0,9 авт.арк.

Тираж 100 примірників. Зам. № \_\_\_\_\_

Комп'ютерно-копіювальний центр "МіФ". 61022, м. Харків, пр. Правди, 17.