

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ ім. А. М. ПІДГОРНОГО**

АВРАМОВ Костянтин Віталійович

УДК 539.3

БІФУРКАЦІЇ ТА СТІЙКІСТЬ НЕЛІНІЙНИХ КОЛИВАНЬ ДЕФОРМІВНИХ СИСТЕМ

01.02.04 – Механіка деформівного твердого тіла

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня

доктора технічних наук

Харків – 2004

Дисертацією є рукопис. Робота виконана в Національному технічному університеті
“Харківський політехнічний інститут“ Міністерства освіти і науки України

Науковий консультант: - доктор фізико - математичних наук, професор

Міхлін Юрій Володимирович,

професор кафедри прикладної математики

Національного технічного університету “ Харківський
політехнічний інститут”

Офіційні опоненти: - член - кореспондент НАН України, доктор фізико -

математичних наук, професор Ковальов Олександр

Михайлович, заступник директора Інституту математики

та механіки НАН України (м. Донецьк), завідувач

відділу технічної механіки

доктор технічних наук, професор

Голоскоков Євген Григорович,

завідувач кафедри систем та процесів керування

Національного технічного університету “ Харківський

політехнічний інститут” доктор технічних наук, професор

Гайдайчук Віктор Васильович,

завідувач кафедри теоретичної механіки

Київського національного університету будівництва та
архітектури

Провідна установа:- Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України,

відділ теорії коливань, м. Київ.

Захист відбудеться “17” лютого 2005 р. о 14-00 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.

180. 01 при Інституті проблем машинобудування

ім. А. М. Підгорного НАН України за адресою:

61046, м. Харків, вул. Дм. Пожарського, 2/10.

З дисертацією можна ознайомитися в науково - технічній бібліотеці ІПМаш

ім. А.М. Підгорного НАН України за адресою:

61046, м. Харків, вул. Дм. Пожарського, 2/10.

Автореферат розісланий 14.01.2005 р.

Учений секретар

спеціалізованої вченої ради

к.т.н.

Б.П. Зайцев

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. З середини 80-х років минулого століття інтенсивно розвивається теорія та методи аналізу нелінійних коливань та створюється загальна теорія динамічних систем. З цього часу сумісними зусиллями математиків та фізиків отримано багато теоретичних результатів, які дозволяють пояснити якісно та кількісно багато фізичних явищ та суттєво нелінійних ефектів. До таких явищ належать, зокрема, хаотичні коливання, утворення самітних хвиль, біфуркації коливань, виникнення гомоклінічних та гетероклінічних структур. Сучасний етап досліджень у галузі нелінійних коливань характеризується застосуванням загальних теоретичних результатів до дослідження систем, які традиційно розглядаються у механіці деформівного твердого тіла, механіці рідин та газів, радіофізиці, біофізиці та економіці.

Експериментальні дослідження коливань деформівних систем свідчать про можливість розвитку майже періодичних та хаотичних коливань, реалізації різноманітних біфуркацій коливань та гомоклінічних структур. Ці явища є причиною утомних пошкоджень елементів конструкцій. У різноманітних галузях інженерної практики широко використовуються різні деформівні системи, які працюють в умовах значних динамічних навантажень. Під час проектування та доведення таких систем та конструкцій необхідно передбачити закони нелінійних коливань.

Для дослідження нелінійних коливань у деформівних системах потрібен розвиток математичних методів їхнього дослідження на основі адекватних моделей. Зараз як методи дослідження, так і моделі нелінійних коливань деформівних систем залишаються недостатньо опрацьованими, що дозволяє вважати тему дисертаційної роботи актуальною у теоретичному та прикладному відношеннях.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Результати здійснених у роботі досліджень отримані у НТУ “ХПІ” під час виконання держбюджетних фундаментальних науково-дослідних робіт у відповідності до наказів Міністерства освіти та науки України № 3-П від 04.01.2000 р., № 609 - І від 28.12.2002 р. за темами: "Створення теорії та методів розрахунку тонкостінних конструкцій з ізотропних та ортотропних матеріалів, що пошкоджуються при повзучості", (2000-2003, № Д.Р. 0100U001650), "Створення методів аналізу нелінійних динамічних процесів, біфуркацій та повзучості в тонкостінних конструкціях" (2003- 2005, № Д.Р. 0100U001486). У цих роботах автор був виконавцем та відповідальним виконавцем.

Методи, що розроблені автором, використовувались під час виконання дер-жавного замовлення у НТУ “ХПІ” з розробки новітніх технологій на 2003 - 2004 рр. № ДЗ/30-2003 від 09.06.2003 р. “Розробка наукових основ, методів параметричного синтезу, алгоритмічних і програмних засобів систем керування і зв'язку колісних та гусеничних машин спеціального призначення”(№ ДР 0103U007474).

Розроблені моделі нелінійних коливань у двигунах внутрішнього згорання та методи дослідження нелінійних коливань деформівних систем використовувались у ХКБД при КП “Завод імені Малишева“. Ці розробки були виконані як госпдоговірні роботи з ХКБД (1994 р., № 910097/1379, 1993 р., № 910091/1275).

Мета і задачі дослідження. Метою дисертації є вирішення науково - технічної проблеми, що полягає в аналізі біфуркацій та стійкості нелінійних коливань деформівних систем. Для вирішення цієї проблеми у роботі розвинені методи аналізу нелінійної динаміки деформівних систем для дослідження коливань циліндричних оболонок, гнучких стрижнів, вирішення проблем гасіння коливань деформівних систем, аналізу поведінки систем з фрикційною взаємодією, віброударних систем та силових передач.

У відповідності до сформульованої мети були поставлені та вирішені такі задачі.

1. Дано розвиток асимптотичного методу Мельникова для дослідження біфуркаційної поведінки, що приводить до хаотичних коливань. Для систем, що знаходяться під дією майже періодичних збуджень, розроблено підхід, який ґрунтується на сумісному використанні асимптотичних методів багатьох масштабів та методу Мельникова.

2. Отримали розвиток методи нелінійних нормальних форм коливань з метою вирішення проблем гасіння, локалізації вільних та вимушених коливань деформівних систем.

3. Створено підхід до аналізу біфуркацій нелінійних коливань у деформівних системах, який базується на сумісному використанні методів багатьох масштабів для побудови модуляційних рівнянь та методів центральних багатовидів для аналізу біфуркацій.

4. Створено метод амплітудних поверхонь для дослідження біфуркаційної поведінки періодичних коливань у разі зміни двох характерних параметрів деформівних систем.

5. Запропоновано новий підхід для чисельних досліджень нелінійних коливань механічних систем з великою кількістю степенів вільності, який базується на сумісному використанні методу гармонічного балансу та методу продовження розв'язків за параметром.

6. Досліджено вимушені поперечні та параметричні коливання гнучких стрижнів, що дозволило вивчити властивості коливань, біфуркації, комбінаційний резонанс за вимушених коливань та рухи гнучких стрижнів з трьома положеннями статичної рівноваги.

7. Досліджено вільні та вимушені нелінійні коливання шарнірно опертих циліндричних оболонок, у яких виявлені біфуркації та стійкість нормальних форм коливань, вимушені коливання з двома внутрішніми резонансами та параметричні коливання циліндричних оболонок з великим диском на кінці.

8. Виявлено можливості гасіння вільних та вимушених коливань у деформівних системах з гасником типу ферми Мізеса.

9. Досліджені біфуркації періодичних коливань у деформівних системах під дією майже періодичних навантажень та фрикційно взаємодіючих з рухомою стрічкою. Виявлені біфуркації та зони динамічного хаосу.

10. Досліджені нелінійні коливання у віброударних системах та класифіковані біфуркації корозмірності два, які спостерігаються під час вимушених коливань цих систем.

11. Запропоновано моделі нелінійних крутильних коливань у силових передачах двигунів внутрішнього згоряння для дослідження сценаріїв розвитку резонансних рухів.

Об'єктом дослідження є деформівні системи (циліндричні оболонки, гнучкі стрижні; деформівні системи з гасниками коливань; системи, які фрикційно взаємодіють з рухомою стрічкою; віброударні системи), які здійснюють нелінійні коливання. **Предметом дослідження** є нелінійні явища (біфуркації, комбінаційні, внутрішні та субгармонійні резонанси, нестійкості періодичних рухів, хаотичні коливання, локалізація коливальної енергії, нелінійні нормальні форми), які спостерігаються у об'єктах дослідження. **Методи дослідження** включають сучасні аналітичні та чисельні методи нелінійної динаміки, які дозволяють дослідити якісні та кількісні властивості нелінійних коливань, їхні біфуркації та стійкості.

Наукова новизна одержаних результатів.

- Наведено нові розв'язки задач біфуркацій та стійкості нелінійних коливань деформівних систем на основі теорії динамічних систем та сумісного використання аналітичних та чисельних методів нелінійної динаміки.
- Дано розвиток асимптотичних методів: Мельникова; нелінійних нормальних форм; багатьох масштабів та центральних багатовидів, що дозволило вперше дослідити біфуркації та стійкість нелінійних коливань гнучких стрижнів та циліндричних оболонок, віброударних систем та силових передач двигунів внутрішнього згоряння.
- Створено новий метод амплітудних поверхонь для аналізу біфуркацій періодичних коливань під час зміни двох параметрів деформівних систем.
- Вперше розроблено новий підхід до проблеми гасіння коливань, на основі якого встановлені можливості гасіння та локалізації вільних та вимушених коливань у деформівних системах з гасником типу ферми Мізеса.
- Отримано нові якісні результати, які дозволили вперше систематизувати біфуркації корозмірності два. Ці біфуркації спостерігаються у віброударних системах.
- Вперше встановлені нові закономірності комбінаційних резонансів під час нелінійних вимушених коливань гнучких стрижнів, параметричних коливань циліндричних оболонок, біжучих хвиль у циліндричних оболонках з двома внутрішніми резонансами.

- Вперше досліджено біфуркації майже періодично збуджених деформівних систем, фрикційно взаємодіючих з рухомою стрічкою, що дозволило визначити зони динамічного хаосу у цих системах.

Практичне значення одержаних результатів. Отримані у роботі аналітичні результати можуть використовуватися під час проектування, доведення та подальших експериментальних та теоретичних досліджень машинобудівних, приладобудівних та аерокосмічних конструкцій та для тестування пакетів прикладних програм. Створений у роботі пакет прикладних програм може використовуватися для дослідження біфуркаційної поведінки та стійкості різноманітних технічних систем. Запропонований у роботі підхід та метод гасіння коливань деформівних систем може використовуватися під час проектування та розрахунків гасників коливань.

Окремі теоретичні та прикладні результати дисертаційної роботи було упроваджено у практику проектування на КП “Завод імені Малишева“ (м. Харків).

Результати роботи використовувались у НТУ “ХП” в учбовому процесі у лекційних курсах з прикладної нелінійної динаміки, теоретичної механіки, під час виконання студентами курсових та дипломних робіт.

Особистий внесок здобувача. Усі результати, що наведені в дисертаційній роботі, отримані здобувачем самостійно. У спільних публікаціях здобувачу належать: у роботі [14]- створення методу розрахунку амплітудно-частотної характеристики та проведення чисельних розрахунків; у роботі [15] - створення методу розрахунку біфуркаційних ліній та проведення чисельного моделювання; у роботі [1]- створення методу розрахунку зони хаотичних коливань та проведення чисельного моделювання біфуркації; у роботі [2] - аналіз резонансу у разі хаотичних коливань та проведення чисельних розрахунків; у роботі [24] - створення розрахункової схеми та проведення розрахунків; у роботі [17] - створення методу аналізу біфуркацій та стійкості основної нормальної форми; у роботах [23, 27] - чисельні розрахунки нормальних форм; у роботах [13, 9] - метод аналізу біфуркацій та стійкості основної нормальної форми; у роботі [11] - аналітичні розрахунки.

Апробація результатів дисертації. Основні положення та результати дисертаційної роботи обговорювались на семінарах: “ Диференційні рівняння та нелінійні коливання”, Інститут математики НАНУ (м. Київ), керівник семінару ак. НАНУ А. М. Самойленко, 21.11. 2001, 16.12. 2002; на семінарі відділу полімерів Інституту хімічної фізики ім. М. М. Семенова РАН (м. Москва), керівник семінару проф. Л. І. Маневич, 10.01. 2002, 26.12.2002; на засіданні секції НТР ЦІАМ ім. Баранова, під керівництвом проф. Ю. М. Теміса, 24.12.2002; на семінарі з проекту НАТО, НТУ “ХП”, керівник семінару проф. Ю. В. Міхлін, 13.12. 2003; на семінарі Інституту математики та механіки НАНУ (м. Донецьк), керівник семінару чл. - кор. НАНУ А.М. Ковальов, 28.11.2003; на семінарі кафедри біомеханіки та автоматики Лодзеньський технічний університет (Польща), керівник семінару професор Я. Ав-райцевич, 12.06.2003; на семінарі відділу стійкості процесів

Інституту механіки ім. С. П. Тимошенка НАНУ (м. Київ), керівник семінару чл. - кор. НАНУ А. А. Мар-тинюк, 12.02.2004; на семінарі кафедри інженерної механіки та будівництва Моденського університету (Італія), керівник семінару проф. А. Стротсі, 12.06.2004; на семінарі відділу теорії коливань Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, керівник семінару академік НАНУ В. Д. Кубенко, 15.11.2004; на науково - технічній проблемній раді з динаміки та міцності машин в Інституті проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, 2.11.2004, керівник ради чл. - кор. НАНУ О.Є. Божко.

Основні положення та результати дисертаційної роботи обговорювались на наукових конференціях, симпозіумах та наукових школах: Міжнародна науково - технічна конференція “Компьютер: наука, техніка, технологія, здоров’я” Харків - Мішкольц, 1994, 1995, 2003; International Conference of Industrial and Applied Mathematics 1995, Гамбург, Німеччина; Third SIAM Conference on Control, USA, 1995, Український математичний конгрес, Київ, 2001; Dynamical Systems Modeling and Stability Investigations, Київ, 2001; 4th Euromech Nonlinear Oscillations Conference, Москва, 2002; 8th International Conference Stability, Control and Rigid Bodies Dynamics, Донецьк, 2002; Dynamical Days Europe, Heidelberg, Німеччина, 2002; Dynamical Systems Modeling and Stability Investigations, Київ, 2003; The Fourth International Conference Tolls for Mathematical Modeling, Санкт - Петербург, 2003; Summer School- Conference “Advanced Problems in Mechanics”, Санкт - Петербург, 2003; Summer School- Conference “Advanced Problems in Mechanics”, Санкт - Петербург, 2004; Euromech Colloquium 457 On Nonlinear Modes of Vibrating Systems, France, 2004; “Nonlinear Dynamics KPI“, Харків, Україна 2004; 21st International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Warsaw, Poland, August, 2004.

Публікації. За результатами досліджень, що наведені у дисертаційній роботі, здобувачем опубліковано 41 (з них 20 без співавторів) наукових праць, серед яких 29 - статті, опубліковані в наукових журналах і збірниках з переліку фахових видань ВАК України; 12- тези і доповіді, опубліковані в збірниках праць наукових конференцій.

Структура та обсяг дисертацій. Дисертаційна робота складається зі вступу, семи розділів, висновків, списку використаних літературних джерел з 286 найменувань (на 26 стор.) і додатків. Повний обсяг роботи складає 395 стор., у тому числі основний текст – 293 стор., 118 рисунків на 62 стор., 3 таблиць на 2 стор., 6 додатків на 11 стор.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтована актуальність теми дисертації, сформульовані мета й основні задачі досліджень, висвітлені наукова новизна, теоретичне і практичне значення одержаних результатів, наведені відомості про публікації, особистий внесок автора, ступінь апробації роботи.

У першому розділі наведено огляд досліджень за темою дисертації. Обговорюються фізико - механічні моделі та явища, які спостерігаються під час нелінійних коливань деформівних систем.

Дослідженню якісної поведінки в нелінійних динамічних системах присвячено роботи А. Пуанкаре, О. О. Андронова, Ф. Холмса, У. Уеди, М. Фейганбаума, Ю.І.Неймарка, А. М. Самойленка, Л. П. Шильникова, В. І. Гуляєва. В динамічних системах, до яких належать деформівні системи, спостерігаються періодичні, майже періодичні та хаотичні коливання. Періодичні коливання у динамічних системах зазнають локальних біфуркацій. До цих біфуркацій належать: сідло - вузлові; втрати симетрії; подвоєння періоду; біфуркація Неймарка. Значний внесок до теорії глобальних біфуркацій зроблено академіком О. О. Андроновим та його учнями. Л. П. Шильников досліджував глобальні біфуркації у тривимірних динамічних системах, що дозволило визначити основоположну роль глобальних біфуркацій в утворенні підкови Смейла та хаосу. На сьогодні біфуркації у деформівних системах залишаються малодослідженими.

Відзначається значний внесок А. Д. Морозова, Л. І. Маневича, А. Вакакиса, Ф.Холмса та інших у дослідження нелінійних коливань, які описуються консервативними моделями. В їхніх дослідженнях сформульовані різноманітні підходи та отримані нові результати.

Далі розглядаються аналітичні методи дослідження нелінійних коливань. Суттєвий внесок в теорію асимптотичних методів зробили М. М. Крилов, М. М. Боголюбов, О. О. Андронов, І. Г. Малкін, В. К. Мельников, Ф. Холмс, Ю. А. Мітро-польский А. Х. Найфе, Л. І. Маневич. Аналіз робіт цих авторів та їхніх послідовників дозволив виявити нові можливості методів: багатьох масштабів; Мельникова; нелінійних нормальних форм; центральних багатовидів для дослідження нелінійних коливань у деформівних системах. Зроблено висновок, що для ефективного дослідження деформівних систем потрібен подальший розвиток цих методів.

У цьому розділі подано аналіз робіт з проблем нелінійної динаміки деформівних систем. Відзначається істотний внесок В. В. Болотіна, А. С. Вольміра, В. І. Гуляєва, А. Х. Найфе, Креспо да Сілва, Еван-Іванівського та інших у дослідження нелінійних коливань гнучких стрижнів. Зроблено висновок, що незважаючи на значну кількість досліджень з коливань стрижнів, комбінаційні резонанси з урахуванням ланцюгових зусиль та параметричних коливань стрижнів з трьома положеннями статичної рівноваги ще не досліджено.

У фундаментальних роботах Е. Довелла, Д. Евенсена, А. С. Вольміра, В. Д. Ку-бенка, В. А. Баженова, В. І. Гуляєва, А. П. Філіппова, В. В. Болотіна, Л. І. Маневича, А. І. Потапова надані результати з дослідження коливань геометрично нелінійних циліндричних оболонок. Проте нелінійні коливання оболонок - набагато менш розроблена галузь нелінійних коливань, ніж нелінійні коливання пластин, стрижнів або дискретних систем. З аналізу робіт у цьому напрямку випливає, що залишаються недослідженими нелінійні коливання циліндричних оболонок у разі

двох внутрішніх резонансів, нелінійні коливання циліндричних оболонок з обпиранням, відмінним від шарнірного.

Наступний цикл публікацій, які аналізуються в огляді, присвячується важливим проблемам гасіння коливань. Відзначається суттєвий внесок В.М. Карабана, С. Шоу, С. Натсиаваса та інших у проблему дослідження гасіння коливань деформівних систем. Проте показано, що залишаються недослідженими системи з гасником у вигляді пружних елементів з проклацюванням (ферма Мізеса, полога оболонка).

Наведено аналіз публікацій, присвячених фрикційним коливанням. Тут відзначається внесок В. О. Кононенка, К. В. Фролова, И. В. Крагельського, К. Поп-па, Ф. Муна, Я. Аврайцевича та інших у дослідження нелінійних коливань деформівних систем, які взаємодіють з рухомою стрічкою завдяки силі тертя. Відзначається, що незважаючи на велику кількість робіт з фрикційних коливань, залишаються не дослідженими пружні системи, які знаходяться під дією майже періодичних збуджень та таких, що взаємодіють з рухомою стрічкою. Далі наведено огляд стану проблеми з теорії коливань віброударних систем. Відзначено внесок у цей напрям В.Ф. Журавльова, В.Н. Піліпчука, В.І. Бабицького, А. П. Іванова, А. Є. Кобринського, С. Шоу. Показано, що на цей час залишаються не дослідженими біфуркації корозмірності два у віброударних системах та системах з великою кількістю степенів вільності.

Наприкінці розділу сформульовані нові задачі досліджень, які вирішено у дисертації.

У другому розділі розвинені методи аналізу біфуркацій та стійкості нелінійних коливань. Так, надається розвиток методу Мельникова для дослідження субгармонічних коливань та їхніх біфуркацій, які призводять до проклацювання. Це проклацювання має хаотичний характер. Для вирішення сформульованої задачі рівняння динамічної системи записуються відносно змінних кут – дія. Далі досліджуються рухи системи біля резонансних енергетичних рівнів де - значення дії на цих рівнях. Величини визначаються з резонансних умов: - період вільних коливань породжувальної системи; - період збурення.

Для опису рухів біля резонансних енергетичних рівнів отримана неавтономна динамічна система відносно

Ця система методом Крилова - Боголюбова зводиться до автономної динамічної системи у площині.

Запропоновано також підхід до дослідження динамічних систем, які знаходяться під дією майже періодичних навантажень. Цій підхід ґрунтується на спільному використанні методу багатьох масштабів та методу Мельникова. Досліджено динамічну систему у вигляді де - два незалежних малих параметри; - частоти майже періодичного збудження.

З багатомасштабних асимптотичних розкладань по ε отримаємо таку систему модуляційних рівнянь:

Якщо, система містить дві гетероклінічні орбіти, які з'єднуються у двох сідлових точках (рис.1). Під час збурення цих орбіт доданками у перерізах Пуанкаре може спостерігатися гомоклінічна структура, яка є критерієм утворення хаотичних коливань. Для визначення області існування цієї структури запропоновано досліджувати функцію Мельникова.

Далі у цьому розділі дано розвиток методу нелінійних нормальних форм коливань для проблем гасіння рухів деформівних систем. Розглядається пружна система з одним ступенем вільності, яка здійснює вимушені коливання та взаємодіє з істотно нелінійним гасником. Як гасник розглядається пружна система з проклацюванням (ферма Мізеса). Рівняння коливань цієї системи подаються у вигляді

де - узагальнена координата основної системи; - координата, яка характеризує рухи проклацювання гасника; - малий параметр.

Якщо, система є суттєво нелінійною. Режим гасіння коливань подамо у вигляді. Ця формула описує значні амплітуди коливань гасника та малі амплітуди основної системи. За нульове наближення режиму гасіння коливань описується такими співвідношеннями:

Розв'язок рівняння (6) подається у вигляді. Це наближення вводиться у праву частину системи (5) Використовуючи це співвідношення, отримуємо псевдоавтономну динамічну систему, яка може бути досліджена методом нелінійних нормальних форм. Рівняння коливань у конфігураційному просторі подаються у вигляді

Для дослідження біфуркацій та стійкості нелінійних деформівних систем надзвичайно ефективним є метод багатьох масштабів, який дозволяє отримати систему модуляційних рівнянь. Тоді біфуркації механічної системи відповідають біфуркаціям нерухомих точок модуляційних рівнянь. Для дослідження цих біфуркацій у роботі використовується метод центральних багатovidів, який проектує систему модуляційних рівнянь на центральний багатovid.

У цьому розділі роботи запропоновано новий метод амплітудних поверхонь для дослідження біфуркації системи у разі квазістатичного змінення двох характерних параметрів. Тоді дослідження біфуркацій зводиться до їхнього геометричного подання. Амплітудна поверхня дозволяє досліджувати біфуркації різного типу. Як приклад амплітудна поверхня наведена на рис.2. На цьому рисунку зображені дві сідло-вузлові біфуркаційні лінії та, які з'єднуються у біфуркаційній точці корозмірності два. Біфуркаційні лінії у площині параметрів зображені на рис.3.

Для аналізу амплітудних поверхонь у роботі запропоновано алгоритми розрахунку біфуркаційних ліній та біфуркаційних діаграм на основі методу продовження розв'язків, який дозволяє дослідити біфуркації у динамічних системах досить загального виду з будь-якою кількістю ступенів вільності.

У роботі запропоновано метод дослідження нелінійних коливань де-формівних систем з великою кількістю степенів вільності. Припускається, що механічна модель має узагальнених координат. Тоді коливання системи описуються такою системою диференціальних рівнянь:

Метод аналізу системи (9) ґрунтується на спільному використанні методу гармонічного балансу та методу продовження розв'язків за параметром. Припускається, що коливання механічної системи мають такий вигляд:

У результаті використання методу гармонічного балансу маємо систему нелінійних алгебраїчних рівнянь відносно амплітуд гармонік. Для отримання амплітудно - частотної характеристики ця система нелінійних рівнянь вирішується методом продовження розв'язків за параметром. Як показав досвід чисельних розрахунків, цим методом ефективно досліджувати деформівні системи до 20 степенів вільності.

Третій розділ роботи присвячено дослідженню вимушених та параметричних коливань геометрично нелінійних стрижнів. Наведено рівняння згинальних коливань гнучких стрижнів з урахуванням нелінійної інерційності, нелінійної кривини та нелінійних ланцюгових зусиль.

Вимушені коливання шарнірно опертих стрижнів з нерухомими кінцями з урахуванням ланцюгових зусиль описуються таким рівнянням відносно безрозмірних параметрів:

де W – безрозмірний прогин стрижня; λ – безрозмірні ланцюгові зусилля.

До рівняння (11) застосуємо метод Бубнова - Гальоркіна для отримання модальних рівнянь з малим параметром відносно загальних координат

де ω - частота збудження; ω_n - власні частоти.

За система лінійна. Для дослідження системи (12) у роботі використовується метод багатьох масштабів. Розглядається комбінаційний резонанс. У результаті використання методу багатьох масштабів отримана система рівнянь відносно амплітуд та фаз (модуляційні рівняння) де A - амплітуда періодичної сили. Система (13) є основою для подальшого аналізу.

Далі доводяться теореми про властивості траєкторій модуляційних рівнянь. Доведено, що у разі виконання нерівності у модуляційній системі (13) існує тільки одна глобально стійка нерухома точка, яка відповідає періодичним коливанням гнучкого стрижня. Для встановлення цього факту використовувались функції Ляпунова. У роботі додатково доводяться шість теорем про властивості фазового простору системи модуляційних рівнянь.

Нерухомі точки модуляційних рівнянь досліджувались під час зміни параметрів. Результати розрахунків зображені на амплітудній поверхні (рис.4), де наводяться дві біфуркації типу “вилі” та сідло - вузлові біфуркації. Біфуркаціям типу “вилі” в модуляційних рівняннях відповідає виникнення майже періодичних коливань. Сідло - вузлова біфуркація в модуляційних рівняннях L_1 (рис.4) відповідає сідло - вузловій біфуркації майже періодичних коливань.

Для дослідження біфуркації (рис.4) використовувався метод центральних багатовидів. Тоді динамічна система (13) подається відносно декартової системи координат. Потім початок координат зрушується та система набуває такого вигляду:

де – нелінійні частини динамічної системи.

Використовуючи лінійні перетворення координат, подамо динамічну систему (14) у вигляді:

Центральний багатовид запишемо так:

де - коефіцієнти, які належить розрахувати.

Після визначення цих коефіцієнтів рівняння (16) вводяться у (15). В результаті отримуємо одне рівняння, яке описує біфуркаційні події у системі

Це рівняння використовується для подальшого аналізу біфуркацій.

Результати аналітичних досліджень модуляційних рівнянь добре збігаються з даними чисельного моделювання, які наведені у цьому розділі.

У розділі доведено таку теорему.

Теорема. У зоні комбінаційного резонансу нелінійні коливання гнучкого стрижня майже періодичні. В цій системі не спостерігається явище замикання частот. Властивості нелінійних коливань, які отримані аналітично, добре збігаються з результатами чисельного моделювання, які наведені у цьому розділі.

Далі у розділі наведені результати досліджень параметричних коливань стрижня (рис. 5). Припускається, що, де - критичне навантаження. У моделі стрижня враховується нелінійне співвідношення для кривизни нейтральної осі, нелінійна інерція, яка пояснюється рухом маси, та нелінійне демпфування, яке визначається силою в'язкого тертя, що діє на масу. Тоді рівняння коливань стрижня набувають такого вигляду:

З використанням методу Бубнова - Гальоркіна рівняння параметричних коливань стрижня отримані у вигляді одномодового наближення:

Підкреслюється, що породжувальна система є істотно нелінійною з нерухомою точкою типа “сідло” та гомоклінічною орбітою. У разі збудження цієї породжувальної системи у перерізах Пуанкаре спостерігається гомоклінічна структура.

Для дослідження сідло - вузлових біфуркацій субгармонічних коливань, які знаходяться всередині гомоклінічних орбіт, використовувалась субгармонічна функція Мельникова, яка набуває такого вигляду:

У рівняннях (21) інтегрування здійснюється вздовж траєкторії породжувальної системи (19). З аналізу функцій (20) отримані сідло - вузлові біфуркаційні лінії, які зображені на рис.6. У роботі досліджено сідло-вузлові біфуркаційні лінії для субгармонічних траєкторій, які знаходяться поза гомоклінічними орбітами.

У дисертації зроблено якісний аналіз траєкторій, які знаходяться біля резонансних енергетичних рівнів. Для вирішення цієї задачі використовувався метод Мельникова, який запропоновано у другому розділі роботи. В результаті отримана динамічна система в площині, яка описує біфуркації

Система (22, 23) є системою (2) для параметричних коливань гнучкого стрижня з трьома положеннями статичної рівноваги.

Система (22, 23) досліджувалась якісними методами теорії динамічних систем. В цьому дослідженні визначались нерухомі точки, їхня стійкість та біфуркації. Було визначено та докладно досліджено глобальні гетероклінічні біфуркації. Для дослідження цих біфуркацій використовувалась гомоклінічна функція Мельникова. В результаті аналізу була встановлена біфуркаційна поведінка системи (рис.7). На рис. 7 зображені дві сідло - вузлові біфуркаційні лінії (PZ) та (SU), у результаті яких народжувались нерухомі точки системи (22, 23). Фазовий портрет системи на біфуркаційній лінії (PZ) наведено на рис. 8. Якщо параметри системи (22, 23) знаходяться в області B , то динамічна поведінка системи якісно зображена на другому фазовому портреті (рис.8). На гетероклінічній біфуркаційній лінії сідлові нерухомі точки з'єднуються з гетероклінічними траєкторіями, які утворюються з'єднанням періодичних рухів та сепаратрис. Цій біфуркації відповідає третій фазовий портрет (рис.8). Відзначимо, що фазові портрети (рис.8) топологічно еквівалентні перерізам Пуанкаре динамічної системи (19).

Аналітичні результати, що наведені у цьому розділі, добре збігаються з даними чисельного моделювання.

У четвертому розділі досліджено нелінійні коливання циліндричних оболонки. Розглядаються нелінійні вільні коливання шарнірно опертих оболонки, які моделюються рівняннями Доннела - Муштарі - Власова. Згинальні коливання оболонки у роботі подаються у вигляді

де ρ - окружна координата оболонки; x - координата оболонки уздовж твірної.

У моделі оболонки враховувались початкові недосконалості

де α - параметри початкових недосконалень.

У моделі оболонки враховано нерозтяжності серединної поверхні. З цього виходить, що координата виражається через η . В результаті розв'язків та дискретизації рівнянь Доннела - Муштарі - Власова отримана модель оболонки з двома степенями вільності

У роботі досліджуються нелінійні нормальні форми коливань, близькі до прямої. Отримано кубічне рівняння відносно, яке описує прямолінійні апроксимації у конфігураційному просторі. Після аналізу цього рівняння та чисельного дослідження динамічної моделі (26) зроблено висновок про те, що у динамічній системі існує тільки одна нелінійна нормальна форма. У роботі досліджено стійкість та біфуркації цієї нормальної форми. Заради цього рівняння коливань (26) записувались у полярних координатах. Отримана система рівнянь досліджувалась методом багатьох масштабів. В результаті аналізу встановлено, що нелінійна нормальна форма втрачає стійкість та від цієї форми відділяються майже періодичні коливання. Результати аналітичного аналізу порівнювались з результатами чисельного моделювання, які подаються у роботі.

Далі у розділі наводяться результати досліджень вимушених коливань циліндричних оболонок, які мають вигляд біжучих хвиль уздовж окружної координати. На відміну від аналізу вільних коливань, де амплітуда осесиметричної форми припускалась малою та виражалась через та, у аналізі вимушених коливань розглядався випадок, коли між частотами лінійних коливань неосесиметричної та осесиметричної форм виконується умова внутрішнього резонансу. В цьому випадку частина енергії коливань з узагальнених координат та перекачується у осесиметричну форму. Тоді коливання оболонки описуються трьома степенями вільності

За допомогою методу багатьох масштабів показано, що в системі можливі такі резонанси: а). б). с). д). е)., де частота збудженої сили; частота осесиметричної форми; - частота неосесиметричної форми. Випадок а) досліджено у роботах В. Д. Кубенка, П. С. Ковальчука. У цих роботах докладно досліджено випадок с).

Методом багатьох масштабів механічна система з трьома степенями вільності зведена до шести автономних модуляційних рівнянь. Досліджено два типи рухів: стояча хвиля, яка характеризується рівнянням, та біжуча хвиля. Показано, що для аналізу стоячої хвилі необхідно знайти розв'язок кубічного рівняння, яке описує АЧХ (рис.9). Відзначимо, що АЧХ системи є жорсткою, що є наслідком урахування двох внутрішніх ре-зонансів та малості числа хвиль в окружному напрямку.

Для дослідження біжучих хвиль розглядались нерухомі точки системи шести автономних модуляційних рівнянь. Цей аналіз проводився алгоритмом продовження розв'язку за параметром, який розглянуто у другому розділі роботи. В системі шести модуляційних рівнянь досліджувалась послідовність біфуркації подвоєння періоду, яка призводить до хаосу. Далі наводяться результати досліджень коливань циліндричних оболонок під дією сейсмічного навантаження з диском, який прикріплено до оболонки (рис.10). Геометрично нелінійна модель оболонки одержана на основі рівнянь Сандерса – Койтера. Під час виведення кінетичної енергії враховувались рухи оболонки та

диску. Кінетична енергія диска враховує поступовий рух та обертання. В результаті кінетична енергія системи має такий вигляд:

де кінетична енергія оболонки, яка враховує поздовжні, крутильні та згинальні коливання.

Теорія Сандерса – Койтера враховує співвідношення між деформаціями та переміщеннями

В результаті дискретизації модель оболонки була зведена до системи з дев'ятьма степенями вільності. Під час отримання цієї моделі використовувались експериментальні дані про коливання оболонки. Для отримання цієї системи було виконано дискретизацію кінетичної та потенційної енергій. Тоді система з дев'ятьма степенями вільності була отримана у вигляді

Система (30) була подана відносно нормальних координат лінійної задачі. Ця динамічна система була скорочена до трьох степенів вільності. У системі трьох рівнянь було досліджено основний параметричний резонанс (це співвідношення подано у відносних параметрах). Власна частота згинальних коливань має такий вигляд: Основний параметричний резонанс досліджено методом багатьох масштабів. В результаті отримано систему чотирьох модуляційних рівнянь, з яких знайдено границю області динамічної нестійкості (рис.11). Для дослідження поведінки системи у цій області система (30) досліджувалась методом продовження розв'язків, який наведено у другому розділі роботи. В результаті було отримано АЧХ (рис. 12). Значні амплітуди коливань у цьому резонансі виникають завдяки біфуркаціям подвоєння періоду.

У п'ятому розділі наведено розв'язок проблеми гасіння вільних та вимушених коливань у деформівних системах з гасником, який прокладає між трьома положеннями статичної рівноваги (ферма Мізеса). Основні результати отримані для механічної системи, яка складається з лінійного осцилятора та нелінійного гасника – ферми Мізеса (рис.13).

Рівняння руху системи відносно безрозмірних величин набуває такого вигляду:

(31)

де; описує коливання основної системи; - характеризує коливання гасника.

Спочатку у роботі досліджено малі коливання ферми Мізеса коло положення статичної рівноваги. У цьому випадку у динамічній системі існують дві нелінійні нормальні форми коливань. Розглянемо першу локалізовану форму. Цей режим має малі коливання основної системи та помірні коливання ферми Мізеса коло положення статичної рівноваги де визначаються за допомогою методу нормальних форм.

Режим гасіння коливань отримано у вигляді прямої у конфігураційному просторі: Аналітичні розрахунки показали, що локальна форма коливань є стійкою. Методом нелінійних нормальних форм було досліджено другу нелокалізовану нормальну форму, яка близька до прямої: В результаті асимптотичного аналізу було отримано коефіцієнти. Аналіз стійкості цієї форми зводиться до рівняння Мат'є, області стійкості якого добре відомі. В області нестійкості нелокалізованої форми коливань відбувається перехід до сприятливого для гасіння режиму прокладування ферми Мізеса.

У роботі досліджено режим гасіння коливань, коли основна система має коливання з малими амплітудами та ферма Мізеса прокладає між трьома положеннями статичної рівноваги. Рівняння коливань системи у конфігураційному просторі

де Π - потенціальна енергія системи. Тоді режим гасіння коливань буде

Методом нелінійних нормальних форм знайдені коефіцієнти. Цей режим гасіння коливань досліджувався чисельним моделюванням. Результати розрахунків, які наводяться у конфігураційному просторі (рис.14), добре збігаються з аналітичними даними. Аналіз стійкості режиму гасіння коливань зводиться до рівняння Хілла, яке має такий вигляд:

У роботі наведено результати аналізу області динамічної нестійкості режиму гасіння коливань за допомогою методу багатьох масштабів. Досліджено такі резонанси: де Ω з використанням методу багатьох масштабів отримані модуляційні рівняння

Області нестійкості рівняння Хілла (35) відповідають областям нестійкості рівняння (36). Ці області показано на рис. 15. Із аналізу рис. 15 випливає, що для фізично можливих параметрів ферми Мізеса режим гасіння коливань є стійким. Отже, зроблено висновок, що ферма Мізеса є ефективним гасником вільних коливань.

Досліджено можливість гасіння вимушених коливань у системі (рис.13) під дією періодичної сили. Розроблено підхід, який поєднує метод нелінійних нормальних форм та метод Раушера. Тоді нульове наближення режиму гасіння коливань ($\varepsilon=0$) має такий вигляд:

де \mathcal{I} - еліптичний інтеграл першого роду. Використовуючи (37), періодичну силу, яка діє на основну масу системи, подамо у такому вигляді:

Тепер періодична сила (38) вводиться у рівняння коливань. В результаті отримуємо псевдоавтономну динамічну систему, до якої застосовується метод нелінійних нормальних форм. Режим гасіння коливань має вигляд

За результатами аналізу вимушених коливань розраховувалась амплітудно – частотна характеристика. АЧХ лінійної системи без гасника та АЧХ лінійної системи з гасником наведено на рис. 16. У системі з гасником резонанс не виявляється.

У роботі досліджено несприятливий режим для гасіння вимушених коливань, коли ферма Мізеса здійснює малі коливання біля положення стійкої статичної рівноваги. У цьому випадку рівняння коливань мають такий вигляд:

У системі (40) методом багатьох масштабів було досліджено резонанси де Ω - частоти лінійних коливань.

Найбільш суттєвим є резонанс

За допомогою методу багатьох масштабів отримана система модуляційних рівнянь, яка для випадку відсутності демпфування має вигляд

У системі (42) отримано границі області нестійкості коливань з демпфуванням та без нього. Результати розрахунків наводяться на рис. 17.

На підставі проведених досліджень було зроблено такий висновок. У разі застосування гасника коливань (ферми Мізеса) параметри динамічної системи бажано вибирати такими, щоб спостерігалась область динамічної нестійкості. У цьому разі коливання коло положення статичної рівноваги ферми Мізеса є нестійкими, і в системі реалізується режим проклацювання, який є сприятливим для гасіння коливань.

У шостому розділі досліджуються біфуркації та модуляційний хаос у де-формівних системах, які знаходяться під дією майже періодичних навантажень та фрикційно взаємодіють з рухомою стрічкою. Розглядається деформівна система, яка моделюється осцилятором Дуффінга. Кінетична характеристика тертя є функцією відносної швидкості третьових поверхонь. У безрозмірному вигляді динамічна система відносно загальної координати ξ буде такою:

Коливання досліджуються у резонансній області: за допомогою методу багатьох масштабів з асимптотичним розвиненням за малим параметром ε . В результаті отримуємо систему модуляційних рівнянь

Система (44) містить другий малий параметр системи (43), за яким робляться такі асимптотичні розвинення. Породжувальна система модуляційних рівнянь в області має дві сідлові точки (рис.1), які з'єднуються гетероклінічними орбітами, та три нерухомі точки типу "центр". Досліджуємо динаміку системи модуляційних рівнянь коло орбітально стійкої нерухомої точки. Запровадимо перетворення змінних. Тоді визначаються аналітично. В системі модуляційних рівнянь спостерігаються періодичні коливання. Для дослідження стійкості та біфуркацій цих коливань введемо таке перетворення змінних:

В результаті асимптотичного аналізу отримуємо систему неавтономних рівнянь відносно. В цій системі досліджується основний параметричний резонанс: за допомогою методу Ван-дер-Поля, в якому використовується перетворення змінних. Динамічна система відносно змінних (u, v) має такий вигляд:

Система (46, 47) відносно координат набуває такого вигляду:

Нерухомим точкам системи модуляційних рівнянь відповідають періодичні коливання деформівної системи, а нерухомим точкам та - майже періодичні коливання (рис.18).

Для дослідження області гомоклінічного хаосу в системі модуляційних рівнянь визначалась функція Мельникова

де інтегрування проводиться вздовж гетероклінічних траєкторій породжувальної системи модуляційних рівнянь. Для розрахунку інтегралів використовується теорія лишків та теореми Коші. В результаті гомоклінічна функція Мельникова має такий вигляд:

Була визначена границя області динамічного хаосу, яка показана на рис. 19.

Вище поданої лінії спостерігаються хаотичні коливання.

Отримана область хаотичних коливань досліджувалась за допомогою чисельного моделювання. Для цього система модуляційних рівнянь (44) інтегрувалась чисельно. В результаті була отримана послідовність біфуркацій подвоєння періоду, яка призводить до хаосу (рис.20).

У цьому розділі досліджуються нелінійні коливання у віброударних системах та силових передачах двигунів внутрішнього згорання. Удари моделюються пружними обмеженнями, з нелінійною жорсткістю. У роботі розглядалась така віброударна система:

Ця система є моделлю силової передачі шестициліндрового транспортного двигуна.

Розроблено чисельний метод для дослідження біфуркаційних точок корозмірності два в віброударних системах. Основою цього підходу є алгоритми продовження біфуркаційних ліній та біфуркаційних діаграм, який використовує метод Ньютона-Канторовича. У цій роботі розроблено новий підхід для розрахунку матриць Якобі методом Ньютона - Канторовича, який значно поліпшує збіжність ітераційних процесів коло біфуркаційних точок корозмірності два. Ідея цього підходу міститься у такому. У роботі отримані системи диференціальних рівнянь відносно елементів матриці Якобі. Матриця Якобі має вигляд

де - функція галуження; Деякі елементи матриці Якобі задовольняють такі системи диференціальних рівнянь:

У системі (51) виявлені біфуркації подвоєння періоду та сідло-вузлові біфуркації. Для дослідження основного резонансу та біфуркації подвоєння періоду використана амплітудна поверхня. В результаті проведених розрахунків були виявлені та класифіковані різноманітні біфуркації корозмірності два. Амплітудні поверхні коло деяких біфуркацій показано на рис.21. Ці точки утворюються з'єднанням сідло-вузлових біфуркаційних ліній.

Сценарії розвитку резонансних коливань коло основного резонансу досліджено за допомогою підходу, який використовує метод гармонічного балансу та продовження розв'язків за параметром. Останній викладено у першому розділі роботи. Досліджувалась силова передача трициліндрового транспортного двигуна (рис.22). Проаналізовані резонансні коливання в області основного резонансу та скелетні криві. В результаті було досліджено такі властивості. Необлягання АЧХ резонансних коливань скелетної кривої спостерігається у дискретних мас динамічної моделі. Однак амплітуди кутів закручування пружних елементів частотної характеристики в області резонансних амплітуд завжди облягають скелетну криву. Утворення петель та необлягання АЧХ скелетної кривої спостерігається, якщо дві сусідні маси коливаються у протифазі та їхні амплітуди сумірні. У цьому випадку, якщо збуджувальний момент діє на одну з мас, то у цієї маси

спостерігається необлягання. Якщо збуджувальний момент діє на обидві маси, то необлягання спостерігається у дискретної маси з меншим моментом інерції.

У роботі досліджено вимушені крутильні коливання силових передач три- та двоциліндрового транспортних двигунів. Динамічна модель силової передачі трициліндрового транспортного двигуна описується нелінійною системою з 15 степенями вільності та одним нелінійним елементом, двоциліндрового з 12 степенями вільності. Створюючи розрахункові схеми силових передач, дані експериментальних досліджень порівнювались з результатами чисельного моделювання. Як приклад, на рис.23 наведено розрахункові АЧХ та дані експериментальних досліджень.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено науково-технічну проблему з нелінійної динаміки деформівних елементів конструкцій та машин, що містить уперше створені автором методи дослідження нелінійних коливань, одержані нові розв'язки задач аналізу біфуркацій та стійкості нелінійних коливань щодо гнучких стрижнів, циліндрових оболонок, систем з миттєво змінними пристроями для гасіння коливань та тих, що мають фрикційно взаємодіючі елементи, віброударних систем та силових передач із двигунами внутрішнього згоряння. Створені автором методи та одержані результати складають суттєвий внесок у розвиток спеціальності 01.02.04- механіка деформівного твердого тіла.

Найбільш важливі наукові та практичні результати роботи полягають в такому.

1. Надано подальшого розвитку аналітичним та чисельним методам аналізу нелінійної динаміки деформівних систем за рахунок узагальнення постановок задач на основі сучасної теорії динамічних систем та отримання теоретично обґрунтованих умов щодо ефективного застосування існуючих методів аналізу.

- Уперше, у дослідженнях резонансних нелінійних коливань деформівних систем асимптотичний метод Мельникова застосовано для рівнянь руху, які складені відносно змінних „кут – дія”, що дозволило аналітично дослідити сідло – вузлові біфуркації.
- Запропоновано нові підходи щодо встановлення межі хаотичних коливань та аналізу біфуркацій за майже періодичного збудження деформівних систем.
- Для аналізу біфуркацій асимптотичний метод багатьох масштабів використано для побудови модуляційних рівнянь, а метод центральних багатовидів - для аналізу біфуркацій, що дозволило дослідити біфуркаційні лінії корозмірності один та біфуркаційні точки корозмірності два.

2. Запропоновано новий підхід до вирішення проблем гасіння вимушених коливань, що застосовує метод нелінійних нормальних форм та метод Раушера.

- Уперше метод нелінійних нормальних форм коливань поширено на розв'язання нових задач гасіння, локалізації вільних та вимушених коливань деформівних систем.
- Установлено нові можливості гасіння та локалізації вимушених коливань у деформівних системах з гасником типу ферми Мізеса.

3. Для дослідження біфуркаційної поведінки періодичних коливань у разі зміни двох характерних параметрів деформівних систем створено метод амплітудних поверхонь, за яким передбачено чисельно-аналітичне визначення біфуркаційних ліній у площині двох параметрів та розрахунок біфуркаційних діаграм.

4. Запропоновано новий підхід щодо чисельного дослідження нелінійних коливань механічних систем з великою кількістю степенів вільності.

- Методом гармонійного балансу отримується система нелінійних алгебраїчних рівнянь відносно амплітуд періодичних коливань, яка вирішується методом продовження розв'язків за параметром.

5. Уперше досліджено комбінаційні резонанси вимушених поперечних коливань гнучких стрижнів та параметричні коливання стрижнів з трьома положеннями статичної рівноваги з урахуванням мембранних сил, нелінійної кривини, нелінійної інерційності та нелінійного демпфування.

- За методом центральних багатовидів встановлено, що у разі комбінаційного резонансу майже періодичні коливання зазнають сідло - вузлової біфуркації.
- Під час параметричних коливань гнучких стрижнів з трьома положеннями статичної рівноваги за методом Мельникова визначені сідло-вузлові біфуркації та область гомоклінічного хаосу.
- Досліджено параметричні коливання стрижнів із значними амплітудами, які задовольняють резонансні умови, за якими встановлено, що коливання стрижнів відповідають поведінці динамічної системи у площині, топологічно еквівалентній перерізам Пуанкаре модального рівняння коливань стрижня.

6. Одержано нові закономірності поведінки у разі нелінійних коливань тонких циліндричних оболонок.

- Для вільних коливань шарнірно опертої циліндричної оболонки з однією осесиметричною та двома несиметричними формами коливань, які створюють біжучу хвилю, одержано систему трьох модальних рівнянь. Встановлено існування однієї нелінійної нормальної форми, що визначається початковими недосконалостями. Стійкість цієї форми втрачається та від неї відокремлюються майже періодичні коливання.
- Для вимушених коливань циліндричної оболонки з двома несиметричними та однією осесиметричною формами коливань методом багатьох масштабів досліджено: стоячі та

біжучі хвилі, стійкості стоячих хвиль, модуляцію біжучих хвиль Встановлено, що АЧХ оболонок є жорсткою, що пояснено двома внутрішніми резонансами, а модуляційні рівняння зазнають послідовності біфуркацій подвоєння періоду, за якими спостерігається хаотична модуляція коливань.

- Для параметричних коливань циліндричної оболонки з одним жорстко закріпленим краєм і з диском на іншому краї, на базі моделі оболонки, яка враховує її поздовжні, поперечні та крутильні коливання за “стрижневою”, осесиметричною та несиметричною формами коливань, методом багатьох масштабів досліджено основний параметричний резонанс, визначено область динамічної нестійкості. Методом продовження розв’язків за параметром досліджено поведінку оболонки в цій області. Амплітудно частотна характеристика цих рухів має жорсткий вигляд.

7. Набула подальшого розвитку теорія нелінійних фрикційних коливань за рахунок дослідження біфуркацій та межі хаосу для одномасової системи під час дії майже періодичного навантаження та фрикційної взаємодії з рухомою стрічкою.

- За допомогою методів Холмсу та Ван дер Поля досліджено біфуркації періодичних рухів у системі модуляційних рівнянь, визначено область параметрів, де втрачається стійкість періодичних коливань та виникають майже періодичні коливання.
- Для визначення межі гомоклінічного хаосу в системі модуляційних рівнянь застосовано функцію Мельникова та чисельне моделювання, на підставі чого встановлено, що хаотичні рухи виникають внаслідок послідовності біфуркацій періодичних коливань та хаос в модуляційних рівняннях відповідає хаотичній модуляції майже періодичних коливань.

8. Надано розвитку теорії нелінійних коливань у віброударних системах за рахунок дослідження біфуркацій методом амплітудних поверхонь.

- Уперше за допомогою запропонованого в роботі методу амплітудних поверхонь досліджено нелінійні коливання у віброударних системах, що дозволило надати класифікацію біфуркації корозмірності два за виглядом амплітудних поверхонь в околі біфуркаційних точок.

9. Наведено результати систематичних комплексних досліджень за напрямом розв’язання прикладної проблеми з ідентифікації нелінійних моделей крутильних коливань у силових передачах з двигунами внутрішнього згоряння (ДВЗ) транс-портних машин, які використані на підприємстві КП „Завод ім. Малишева” (м. Хар-ків).

- Розроблені моделі нелінійних крутильних коливань силових передач з три- та двоциліндровими ДВЗ. У цієї моделі ураховано зазори між шестернями головної передачі.

Виконані дослідження коливань, встановлені їхні властивості за зміни частоти обертання колінчатого валу.

10. Вірогідність отриманих у роботі результатів підтверджується добрим збіганням аналітичних та чисельних результатів та також чисельних та експериментальних даних.

ОПУБЛІКОВАНІ ПРАЦІ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Аврамов К. В., Беломытцев А. С., Карабан В. Н. Области хаотических колебаний дискретных механических систем с кусочно-линейными упругими характеристиками// Прикладная механика.-1994.- Т. 30, №5.– С. 81-88.
2. Аврамов К. В., Карабан В. Н. Резонанс при хаотических колебаниях дискретных динамических систем с кусочно- линейными упругими характеристиками// Прикладная механика.-1997.-Т. 33, №7.–С. 84-88.
3. Аврамов К.В. Анализ бифуркаций виброударной системы на основе метода амплитудной поверхности// Прикладная механика.-2002.- Т. 38, №8.– С. 138-144.
4. Аврамов К.В. Бифуркации при комбинационном резонансе и квазипериодические колебания гибких стержней // Прикладная механика.- 2002.- Т.39, №8.– С. 121- 128.
5. Аврамов К.В. Вынужденные нелинейные колебания гибких стержней при комбинационном резонансе// Доповіді НАН України.-2002.- № 2.– С. 47-50.
6. Аврамов К.В. Седло-узловые бифуркации параметрических колебаний стержней с тремя положениями статического равновесия //Доповіді НАН України.- 2003.- № 4.– С. 37-41.
7. Аврамов К. В. Бифуркации почти периодически возбуждаемых фрикционных колебаний// Доповіді НАН України.- 2004.- №9.– С.40-43.
8. Аврамов К.В. Анализ бифуркаций удвоения периода виброударного осциллятора с помощью метода амплитудных поверхностей// Известия РАН. Механика твердого тела.- 2004.–№3.– С. 30-37.
9. Avramov K. V. Nonlinear beam oscillations excited by lateral force at combination resonance// Journal of Sound and Vibration.-2002.– V. 257(2).– P. 337-359.
10. Avramov K. V. Bifurcations of parametric oscillations of beams with three equilibrium// Acta Mechanica. -2003. – V. 164. – P. 115- 138.
11. Avramov K. V., Mikhlin Yu. V Forced oscillations of a system containing a snap- through truss, close to its equilibrium position// Nonlinear Dynamics.- 2004.– V. 35. – P. 361- 379.
12. Avramov K. V., Mikhlin Yu. V. Snap- through truss as a vibration absorber// Journal of Vibration and Control. – 2004. – V. 10. – P.291-308.
13. Avramov K. V., Mikhlin Yu. V. Analysis of nonlinear normal modes in cylindrical shells// Nonlinear Dynamics of shells with fluid- structure interaction.- 2002, Institute of Thermo mechanics, Prague, editors F. Pellicano, P. 33-45.

14. Аврамов К. В., Карабан В. Н. Особенности развития вынужденных колебаний нелинейных силовых передач// Известия вузов. Машино-строение.- 1994.- №4-6.- С. 3-7.
15. Аврамов К. В., Карабан В. Н. Алгоритм расчета бифуркационных линий периодических колебаний силовых передач// Известия вузов. Машиностроение.- 1994.-№ 7-9. – С. 84- 88.
16. Аврамов К.В. Нелинейные колебания гибких стержней под действием периодических сосредоточенных сил //Проблемы машиностроения.- 2002.- Т. 5, № 4.– С. 60-67.
17. Аврамов К. В., Михлин Ю.В. Нелинейные нормальные формы колебаний цилиндрических оболочек// Проблемы машиностроения.-2003.- №4.– С. 60-67.
18. Аврамов К. В. Малые нелинейные колебания параметрически возбуждаемого гибкого стержня с тремя положениями статического равновесия// Проблемы машиностроения.-2004.- Т.7, №2.– С. 35-41.
19. Аврамов К. В., Карабан В. Н. Хаотические колебания механических систем с нелинейностями типа “зазор“// Динамика и прочность машин.- 1997.-№55.– С. 135- 143.
20. Аврамов К. В. О нелинейных колебаниях дискретных механических систем с большим числом степеней свободы// Вестник ХГПУ. – 1999.- Вып. 29.– С. 7-14.
21. Аврамов К.В. Анализ бифуркаций удвоения периода кусочно- нелинейных систем с помощью метода амплитудных поверхностей// Вестник Национального технического университета “ХПИ“.- 2001.- №25.– С.3-12.
22. Аврамов К.В. Численный анализ квазипериодических колебаний гибких стержней// Вестник Национального технического университета “ХПИ”.-2002. - №10. – С. 3- 7.
23. Аврамов К. В., Михлин Ю.В. Свободные колебания системы, содержащей ферму Мизеса// Вестник Национального технического университета ”ХПИ“.-2003. -№12. – С. 3- 9.
24. Аврамов К. В., Беломытцев А.С. Анализ нелинейных колебаний силовой передачи двухцилиндрового двигателя// Механіка та машинобудування.- 2001. - №1. – С.70- 73.
25. Аврамов К.В. Численное моделирование нелинейной динамики параметрически возбуждаемого гибкого стержня с тремя положениями статического равновесия// Механіка та машинобудування. –2003. - №1. – С.49-55.
26. Аврамов К. В. Бифуркации и хаос фрикционных колебаний, возбуждаемых почти периодической нагрузкой// Вестник Национального технического университета ”ХПИ“.- 2003. –№28. – С.45-52.
27. Аврамов К. В., Михлин Ю.В. Вынужденные колебания системы, содержащей ферму Мизеса, около положения статического равновесия// Восточно- Европейский журнал передовых технологий. -2004. - №2.– С.27-30.
28. Аврамов К.В. Бифуркации коразмерности два в некоторых механических системах// Вестник Национального технического университета “ХПИ“.-2004.- №19. – С. 3-8.

29. Аврамов К.В. Нелинейные колебания цилиндрических оболочек в случае двух внутренних резонансов// Вестник Национального технического университета “ХПИ”.-2004.- №20. – С. 3-8.
30. Аврамов К.В. Анализ нелинейных колебаний цилиндрических оболочек с учетом демпфирования// Восточно – Европейский журнал передовых технологий. -2004. – Т.4,№10. – С.98-99.
31. Avramov K. V., Mikhlin Yu.V. Free vibrations absorption by means of snap- through truss// in Proceedings of 7th Conference on Dynamical Systems- Theory and Applications. – Lodz, Poland. -2003. – P. 517- 524.
32. Mikhlin Yu., Avramov K. V., Reshetnikova S. N. Investigations of the elastic oscillations absorption by using the nonlinear normal modes approach./ Proceedings of the Euromech colloquium on Non Linear Modes of Vibrating Systems. – Euromech 547. –Frejus, France. – 2004. – P. 127-130.
33. Avramov K.V., Karaban V. N. Resonance in the case of chaotic oscillations in mechanical systems with pieewise- linear elastic characteristics.// Book of Abstract “International Conference of Industrial and Applied Mathematics”. – Hamburg, Germany. – 1995, –С.342.
34. Avramov K. V., Mikhlin Yu. V., Reshetnikova S. N. Analysis of forced steady-state vibrations in systems containing nonlinear absorbers.// XXXII Summer School - Conference “Advanced in Applied Mechanics”. – Sankt –Petersburg, Russia. –2004.–P.74.
35. Avramov K. V. Bifurcations of Periodic Oscillations of Parametrically Excited Beam with Three Equilibriums.// Book of Abstract “4th Euromech Nonlinear Oscillations Conference”. – Moscow, Russia. – 2002,–P.78.
36. Avramov K. V. Asymptotic Melnikov Method for Bifurcations and Chaos Analysis in Mechanical Systems.// XXXI Summer School – Conference “Advanced Problems in Mechanics”. – Sankt – Petersburg, Russia. –2003.–P.44.
37. Mikhlin Yu. V., Avramov K. V., Manucharan G. V. Investigations of closed trajectories in near-conservative dynamical systems// Book of Abstract “Dynamical Days Europe”.– Hamburg, Germany. – 2002. – P.53.
38. Avramov K. V., Awrejcewicz Ja., Manucharan G.V. Friction Auto – Oscillations under the action of almost periodic and periodic excitations.// Abstracts Book “21st International Congress of Theoretical and Applied Mechanics”.– Warsawa, Poland.– 2004.–P.204.
39. Avramov K.V. Friction auto – oscillations under the action of almost periodic excitation// Book of Abstract ”The International Conference of Nonlinear Dynamics”.- Kharkov. – 2004,– P. 12.

40. Avramov K. V. Stability and Bifurcations of periodic oscillations of parametrically excited beam with three equilibriums// Book of Abstract "8th International Conference. Stability, Control and Rigid Bodies Dynamics". – Donetsk. – 2002, – P.64.
41. Avramov K. V., Reshetnikova S. N. Amplitude surface method and its use to analyze impact systems.// Book of Abstract "The Fourth International Conference. Tools for Mathematical Modelling".—Sankt Petersburg, Russian. – 2003.– P. 304.

АНОТАЦІЯ

Аврамов К. В. Біфуркації та стійкість нелінійних коливань деформівних систем. –

Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.02.04 – “Механіка деформівного твердого тіла“. – Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, Харків, 2004.

У роботі вирішена наукова - технічна проблема, яка полягає у розв’язанні проблеми аналізу біфуркацій та стійкості нелінійних коливань деформівних систем для дослідження гнучких стрижнів, циліндричних оболонки, вирішення задач гасіння коливань деформівних систем, аналізу поведінки систем з фрикційною взаємодією, віброударних систем та силових передач двигунів внутрішнього згоряння.

Дано розвиток асимптотичного методу Мельникова для дослідження біфуркаційної поведінки, яка призводить до хаотичних коливань у деформівних системах. Цей розвиток складається з подання рівнянь руху системи відносно змінних кут – дія та аналізу рухів, які задовольняють резонансні умови, з великими амплітудами. Для систем, які знаходяться під дією майже періодичних збуджень, розроблено підхід, який ґрунтується на сумісному використанні асимптотичних методів багатьох масштабів та методу Мельникова.

Розвинено метод нелінійних нормальних форм коливань для вирішення проблем гасіння та локалізації вільних та вимушених коливань у деформівних системах. Розроблено новий підхід до проблеми гасіння вимушених коливань, який використовує метод нелінійних нормальних форм, метод Раушера та асимптотичні методи.

Розроблено підхід для аналізу біфуркацій нелінійних коливань у деформівних системах, на основі сумісного використання методу багатьох масштабів для побудови модуляційних рівнянь та методу центральних багатовидів для аналізу біфуркацій. Створено метод амплітудних поверхонь для дослідження біфуркаційної поведінки періодичних коливань у випадку зміни двох характерних параметрів деформівних систем.

Досліджені вимушені поперечні коливання гнучкого стрижня в області комбінаційного резонансу з урахуванням ланцюгових зусиль. Аналіз цієї системи показав, що в області комбінаційного резонансу виникають майже періодичні коливання. Ці рухи зазнають сідло-вузлової біфуркації. Досліджені параметричні коливання гнучкого стрижня з трьома положеннями статичної рівноваги. В моделі стрижня враховані нелінійна кривина, нелінійна інерційність та нелінійне демпфування. Методом Мельникова досліджено сідло-вузлові біфуркації та область гомоклінічного хаосу.

Досліджені вільні та вимушені коливання шарнірно опертої циліндричної оболонки з урахуванням двох несиметричних форм коливань. Вільні коливання досліджено методом нелінійних нормальних форм. Досліджено вимушені коливання методом багатьох масштабів.

Досліджена система під дією майже періодичного навантаження та фрикційно взаємодіюча з рухомою стрічкою. Отримана система модуляційних рівнянь з малим параметром. Породжувальна система модуляційних рівнянь має гетероклінічні орбіти. У системі модуляційних рівнянь досліджено гомоклінічний хаос за допомогою функцій Мельникова.

Ключові слова: біфуркаційна поведінка, асимптотичні методи, гнучкі стрижні, циліндричні оболонки, фрикційна взаємодія, віброударні системи

ABSTRACT

Avramov K. V. Bifurcation and stability of nonlinear oscillations of deformed systems. – Manuscript.

The thesis is presented for a Doctor Degree of Technical Science by speciality 01.02.04-“Mechanics of Deformable Solids“. – A. N. Podgorny Institute for Problems of Engineering Mechanics, Kharkov, 2004.

The scientific and engineering problem, which is consists of analysis of bifurcation and stability of nonlinear oscillations to study beams, cylindrical shells, the solution of the problem of vibrations absorption, analysis of frictional oscillations, impact systems and transmissions, are solved.

The development of asymptotic Melnikov method to study bifurcations leading to chaotic states is given in this work. This development consists of the presentation the equations of motions with respect to angle – action coordinate and considering the motions with large amplitudes satisfying the resonance condition. To study this motions the average procedure and the theory of local bifurcations is applied. The new approach based on the joint use of the multiple scales method and Melnikov method is suggested to study the systems under the action of quasi periodic force.

New development of the nonlinear normal mode method to study the absorption and localization of free and forced vibrations problem are suggested. The approach for forced vibrations absorption, which is used Rausher method, nonlinear normal form method and asymptotic method, is suggested.

The new approach for bifurcations analysis in the systems with small parameters based on the joint use of the multiple scales method to derive the modulation equations and center manifold method to analyze bifurcations is presented. The amplitude surface method for the bifurcation analysis in the case of variation of several parameters is suggested.

Forced oscillations of the geometrical nonlinear beams in the case of combination resonance are analyzed. This problem is solved by the multiple scales method. In the region of combination resonance the quasi periodic oscillations take place. The center manifold method is used to study the behavior of such oscillations. The parametric oscillations of beams with three equilibriums are studied. Nonlinear curvature, nonlinear inertia and nonlinear damping are taken into account in the beam model. The saddle- node bifurcations and the regions of homoclinic chaos are studied by Melnikov method.

Free and forced vibrations of simply supported cylindrical shell are studied. The shell vibrations are presented in the form of two unsymmetrical modes and axisymmetrical one. The nonlinear normal form method is used to study free vibrations and multiple scales method is used to study forced oscillations. The parametric oscillations of clamped-free shell with big disk at the end are studied. Longitudinal, bending and torsional shell oscillations are taken into account in the shell model.

Key words: bifurcation behavior, asymptotic method, beams, cylindrical shell, frictional interaction, impact systems.

АННОТАЦИЯ

Аврамов К. В. Бифуркации и устойчивость нелинейных колебаний деформируемых систем. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.02.04 – “Механика деформируемого твердого тела”. – Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков, 2004.

В работе решена научно - техническая проблема, которая состоит в анализе бифуркаций и устойчивости нелинейных колебаний деформируемых систем для исследования гибких стержней, цилиндрических оболочек, решения проблем гашения колебаний деформируемых систем, анализа поведения систем с фрикционным взаимодействием, виброударных систем и силовых передач.

В работе дано развитие асимптотического метода Мельникова для исследования бифуркационного поведения, приводящего к хаотическим колебаниям. Это развитие состоит в представлении уравнений движения относительно переменных угол – действие и анализа движений с большими амплитудами, удовлетворяющих резонансным условиям. Для исследования этих движений применяется метод усреднения и теория локальных бифуркаций. Для систем, находящихся под действием почти периодических нагрузок, разработан подход, основанный на совместном использовании метода многих масштабов для получения модуляционных уравнений с малым параметром и метода Мельникова. Порождающие уравнения модуляционной системы

содержат гетероклинические траектории. Для исследования хаоса предложено использовать функцию Мельникова.

В работе дано развитие метода нелинейных нормальных форм для решения проблем гашения и локализации свободных и вынужденных колебаний деформируемых систем. Разработан подход к анализу проблемы гашения вынужденных колебаний, который использует идею метода Раушера, метода нелинейных нормальных форм и асимптотические процедуры.

Разработан подход для анализа бифуркаций нелинейных колебаний деформируемых систем с малым параметром, основанный на совместном использовании метода многих масштабов для построения модуляционных уравнений и метода центральных многообразий для анализа бифуркаций. Предложен метод амплитудных поверхностей для исследования бифуркационного поведения при изменении нескольких характерных параметров деформируемых систем. Для расчета амплитудных поверхностей предложено совместно использовать расчет бифуркационных линий в плоскости двух параметров и бифуркационных диаграмм.

Исследованы вынужденные поперечные колебания гибких стержней в области комбинационного резонанса с учетом цепных усилий. Задача решена методом многих масштабов, который показал, что в области комбинационного резонанса наблюдаются почти периодические колебания. Исследовано бифуркационное поведение этих колебаний методом центральных многообразий. Исследованы параметрические колебания гибких стержней с тремя положениями статического равновесия. В модели стержня учтена нелинейная кривизна, нелинейная инерционность и нелинейное демпфирование. Методом Мельникова исследованы седло - узловые бифуркации и области гомоклинического хаоса. Рассмотрены параметрические колебания с большими амплитудами, которые удовлетворяют резонансным условиям.

Исследованы свободные и вынужденные колебания шарнирно – опертых цилиндрических оболочек. Колебания оболочек представлены в виде суммы двух несимметричных форм и одной осесимметричной формы. Для исследования свободных колебаний применен метод нелинейных нормальных форм, а для исследования вынужденных колебаний – метод многих масштабов. Исследованы параметрические колебания цилиндрической оболочки с одной стороны жестко заземленной, а с другой – несущей большой диск. В модели оболочки учтены продольные, изгибные и крутильные колебания. Исследован основной параметрический резонанс в системе модальных уравнений методом многих масштабов.

Рассматривается деформируемая система под действием почти периодической нагрузки и взаимодействующая с движущейся лентой. Эта система исследована с помощью совместного использования методов многих масштабов, Ван-дер-Поля и Мельникова. Рассмотрена область хаотических колебаний и бифуркации почти периодических режимов.

Исследованы нелинейные колебания в виброударных системах с помощью метода амплитудных поверхностей. Классифицированы бифуркации коразмерности два по виду амплитудных поверхностей. Рассмотрены вынужденные крутильные колебания в силовых передачах трехцилиндровых и двухцилиндровых двигателей внутреннего сгорания.

Ключевые слова: бифуркационное поведение, асимптотические методы, гибкие стержни, цилиндрические оболочки, фрикционное взаимодействие, виброударные системы.