МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

СІТАБДІЄВА Оксана Леонідівна

УДК 515.2

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КВАЗІЕЛІПСОЇДІВ З НЕТОЧКОВИМИ ФОКУСАМИ, ЩО СПИРАЮТЬСЯ НА ЗАДАНІ ПРОСТОРОВІ ЛІНІЇ

Спеціальність 05.01.01 –
Прикладна геометрія, інженерна графіка

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ – 2005

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Національному технічному університеті „Харківський політехнічний інститут" Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: - кандидат технічних наук, доцент
Ткаченко Володимир Пилипович,
завідувач кафедри інженерної
і комп'ютерної графіки,
Харківський національний університет
радіоелектроніки, (м. Харків);

Офіційні опоненти: - доктор технічних наук, професор
Найдиш Володимир Михайлович,
завідувач кафедри прикладної геометрії
та інформаційних технологій проектування,
Таврійська державна агротехнічна академія,
(м. Мелітополь);
- кандидат технічних наук, доцент
Гнатушенко Володимир Володимирович,
доцент кафедри електронних засобів телекомунікацій,
Дніпропетровський національний університет
(м. Дніпропетровськ);

Провідна установа: Національний технічний університет України
„Київський політехнічний інститут" (м. Київ)
кафедра нарисної геометрії, інженерної
та комп'ютерної графіки,
Міністерства освіти і науки України, (м. Київ).

Захист відбудеться 01.02.2006 р. о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.056.06 у Київському національному університеті будівництва і архітектури за адресою:

03037, Київ-37, Повітрофлотський проспект, 31, ауд. 466

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Київського національного університету будівництва і архітектури за адресою:

01037, Київ-37, Повітрофлотський проспект, 31

Автореферат розісланий 28.12.2005 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради В.О. Плоский

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. У сучасних приладах і спорудах поширені різноманітні відбивачі, призначені для концентрування в заданих точках простору відбитих від них променів. Прикладами відбивачів є дзеркала в оптичному приладобудуванні, склепіння стель в архітектурній акустиці, фокусуючі пристрої в геліоустановках, рефлектори в променевих паяльниках і інших нагрівальних приладах спрямованої дії, антенні конструкції в радіотелескопах, тощо. На ефективність функціонування перерахованих пристроїв істотно впливають геометричні форми їхніх відбивних поверхонь. Серед таких поверхонь особливу увагу привертають *еліпсоїди*. Цьому сприяє їх загальновідома фокальна властивість – промені, що вийшли з одного *точкового фокуса*, після відбиття мають зібратися в іншому *точковому фокусі*.

Однак на практиці важко реалізувати точкове джерело променів, оскільки в номенклатурі виробів переважають трубчасті (або торові) джерела і приймачі випромінювання - наприклад, ксенонові лампи для освітлення, кварцові лампи для теплового опромінення, резонатори для радіовипромінювання, ТЕНи для обігріву. Тому бажаний розрахунок геометричної форми еліпсоїдних відбивачів варто проводити в припущенні, що їхні фокуси не обов'язково будуть точковими.

Звідси стає зрозумілою актуальність обраної теми досліджень, яка полягає в розробці алгоритмів геометричного моделювання поверхонь з відбивальними властивостями, аналогічними фокальним властивостям еліпсоїдів, у яких, однак, можливі і неточкові фокуси. Такий різновид поверхонь пропонується називати *квазіеліпсоїдами*.

Геометричне моделювання складних за формою об’єктів як результату їх профілювання за певними законами належить до головних напрямків розвитку прикладної геометрії та інженерної графіки. Значний внесок у розв'язання конкретних задач зробили В.В.Ванін, С.М.Ковальов, Л.М.Куценко, В.Є.Михайленко, В.М.Найдиш, В.С.Обухова, А.В.Павлов, О.Л.Підгорний, К.О.Сазонов, І.А.Скидан та інші вчені. Однак проведені дослідження не дозволяють створити наскрізне інформаційне забезпечення геометричного моделювання поверхонь з розширеними фокальними властивостями. Причина цього полягає у відсутності геометричних та математичних моделей, які б дозволили описати процес формоутворення поверхні квазіеліпсоїда, та відсутність математичних процесорів, які б дозволили здійснювати їх геометричне моделювання на аналітичному та графічному рівнях. Для розрахунку відбивальних систем ефективними є “синтетичні” методи, розвинуті професорами Підгорним О.Л., Дворецьким О.Т. та їхніми учнями. У роботах професора Куценка Л.М. та його учнів увагу приділено аналітичним методам геометричного моделювання відбивальних поверхонь. При цьому ще не дослідженим виявилось питання розробки ефективних алгоритмів профілювання відбивальних поверхонь, здатних розподілити відбиті промені за наперед заданим законом. Тому темою даної роботи обрано створення теоретичної бази для алгоритмів геометричного моделювання відбивальних поверхонь як різновидів квазіеліпсоїдів з розширеними фокальними властивостями, що узагальнюють поняття еліпсоїда.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Роботу виконано на кафедрі нарисної геометрії і графіки Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут" в рамках науково-технічної програми кафедри за замовленням НВП „Екструдер".

Формулювання наукової задачі, нове вирішення якої отримано в дисертації. Розробити метод визначення поверхні квазіеліпсоїда з неточковими фокусами, яка має проходити через наперед задану просторову лінію.

Мета і задачі дослідження. Метою дослідження є створення теоретичної бази для алгоритмів геометричного моделювання відбивальних поверхонь квазіеліпсоїдів з розширеними фокальними властивостями, які узагальнюють поняття еліпсоїда, та з наперед заданими умовами їх проходження у просторі.

Об'єктом дослідження є формоутворення відбивальної поверхні квазіеліпсоїда з властивостями, аналогічними властивостям еліпсоїда.

Предметом дослідження є спосіб складання алгоритмів геометричного моделювання та наближеного аналітичного опису відбивальної поверхні квазіеліпсоїда з необов'язково точковими фокусами.

Методи дослідження: елементи диференціальних рівнянь, теорії променевої теплопередачі, лазерної техніки, а також елементи комп'ютерної графіки у середовищі математичного процесора MAPLE. Застосовуються положення прикладної геометрії та методи обчислювальної математики.

Для досягнення цієї мети у дисертації поставлено такі **основні задачі:**

1. Здійснити критичний огляд методів визначення відбивальних поверхонь еліпсоїдного типу в різноманітних впровадженнях, що виявить необхідність розробок комп'ютерних програм розрахунку квазіеліпсоїдних поверхонь, у яких фокусами можуть бути не лише точки.

2. Розробити метод складання звичайного диференціального рівняння, розв'язком якого має бути крива на площині, що узагальнить фокальні властивості еліпса.

3. Скласти алгоритми розв'язання диференціального рівняння з метою визначення квазіеліпса на площині, що дозволить розширити клас диференціальних рівнянь у методах прикладної геометрії.

4. Розробити метод складання диференціального рівняння у частинних похідних, розв'язком якого має бути поверхня у просторі, що дозволить визначати відбивальні поверхні (квазіеліпсоїди) з точковими фокусами.

5. Скласти алгоритми розв'язання диференціального рівняння у частинних похідних, розв'язком якого має бути поверхня у просторі.

6. Скласти алгоритми розв'язання диференціального рівняння у частинних похідних шляхом зведення його до системи звичайних диференціальних рівнянь, розв'язком якої має бути сім'я кривих у просторі, що визначають каркас поверхні.

7. Результати впровадити в НВП „Екструдер" при проектуванні тепло- та світлотехнічного обладнання та у навчальний процес кафедри нарисної геометрії і графіки НТУ „ХПІ".

Наукові положення, розроблені особисто дисертантом та їх новизна. Наукову новизну роботи має метод визначення поверхонь квазіеліпсоїдів з розширеними фокальними властивостями, складовими якого є способи запису та розв'язання диференціальних рівнянь (звичайних і у частинних похідних), в результаті чого одержуються описи відбивальних поверхонь еліпсоїдного типу з неточковими фокусами.

Вірогідність та обґрунтованість результатів підтверджується доведенням тверджень, аналітичними перетвореннями за допомогою процесора MAPLE та побудованими за допомогою комп'ютера зображеннями результатів розв'язання диференціальних рівнянь, а також розрахунками у процесі впровадження.

Практичне значення одержаних результатів дисертації полягає у спроможності на її теоретичній базі впроваджувати в реальну практику поверхні квазіеліпсоїдів з фокусами у вигляді поверхонь обертання. Ця інформація допоможе приймати рішення при конструюванні відбивальних систем. Реалізація роботи виконана в НВП „Екструдер" при проектуванні тепло- та світлотехнічного обладнання та у навчальному процесі НТУ „ХПІ", що підтверджується довідками про використання запропонованої методики.

Особистий внесок здобувача. Особисто автор виконала теоретичні дослідження по складанню та розв'язанню диференціальних рівнянь, розробила для математичного процесора MAPLE версії алгоритмів побудови відбивальних квазіеліпсоїдних поверхонь.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи доповідалися та обговорювались на: науковому семінарі кафедри нарисної геометрії та графіки НТУ під керівництвом к.т.н., проф. А.М.Краснокутського (м. Харків, 2003 - 2005 рр.); міській секції графіки під керівництвом д.т.н., проф. Л.М.Куценка (м. Харків, 2004 р); науковому семінарі кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки ТДАТА під керівництвом д.т.н., проф. В.М.Найдиша (м. Мелітополь, 2005 р.); науковому семінарі кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки НТУУ „КПІ" під керівництвом д.т.н., проф. В.В.Ваніна (м. Київ, 2005 р.); першій науково-практичній конференції „Геометричне і комп'ютерне моделювання: енергозбереження, екологія, дизайн" (м. Сімферополь, 2004 р.); україно – російській науково – практичній конференції "Современные проблемы геометрического моделирования" (м. Харків, 2005 р.).

Публікації. За результатами досліджень опубліковано 12 робіт - з них 10 одноосібно, 7 у виданнях, які рекомендовано ВАК України.

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 134 найменувань та додатків. Робота містить 156 сторінок машинописного тексту та 45 рисунків.

ЗМІСТ РОБОТИ

Вступ містить загальну характеристику роботи. Обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету та задачі досліджень. Показано наукову новизну і практичну цінність отриманих розв’язків.

У **першому розділі** наведено огляд методів визначення відбивальних поверхонь, які здатні розподілити напрями відбитих променів за наперед заданим законом. Ця задача є актуальною при конструюванні безконтактних паяльників для монтажу друкованих плат та при розрахунках схем накачки твердотільних лазерів (рис. 1).

а	б

Рис. 1. Схема безконтактного паяльника (а) та накачки рубінового лазера (б)

Геометричний метод розрахунку відбивальних систем з наперед заданими властивостями полягає у графічному моделюванні перебігу відбитих променів у об’ємі досліджуваного простору. К.т.н. Мазуренко О.Д. запропонувала метод дослідження еліптичних відбивальних систем шляхом унаочнення відбитих променів. Як приклад, на рис. 2 наведено ілюстрації, що показують, як змінюється у області фокуса розташування сім’ї відбитих від еліпса променів, у залежності від положення “випромінюючого” кола.

Рис. 2. Схема перебігу променів у еліптичній відбивальній системі

Метод к.т.н. Н.І.Середи визначення відбивальних кривих полягає у графічному моделюванні перебігу променів, що дозволило поточково визначити відбивальну криву з наперед заданими властивостями. У тому числі і таку, яка відбиті промені рівномірно „розподіляє” по відрізку. На рис. 3 наведено відбивальні криві, в залежності від параметрів відбивальної системи. Однак, при цьому на аналітичному рівні задача розв’язана не була.

Рис. 3. Криві, які дозволяють розподілити відбиті промені на відрізку

Метод д.т.н. Ю.М.Тормосова визначення кривих базується на наступних умовах. Нехай джерело променів розташовано у початку прямокутної системи координат Oxy, а відрізок–приймач променів сполучає точки з координатами $C(c,0)$ і $D(d,0)$. Необхідно на відрізку $[A(a,0); B(b,0)] \supset [C(c,0); D(d,0)]$ описати у вигляді $y = y(x)$ таку криву, щоб відбиті від неї промені перетнули послідовно всі точки відрізка $[C(c,0); D(d,0)]$. Тоді диференціальне рівняння, якому задовольняє функція $y(x)$ з бажаного опису відбивальної кривої, матиме вигляд

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{G - \sqrt{Q}}{W}, \qquad (1)$$

де
$$W = \left[(b - d + c - 2a)x + ad - bc\right]y;$$
$$G = (b - a)y + \left[(a + d - b - c)x^2 + (bc - ad)x\right];$$
$$Q = (a - b)^2 y^4 + U y^2 + (ad - bc)^2 x^2 +$$
$$+ 2\left[d\left(c(a + b) + ab - a^2\right) - ad^2 - bc^2 + cb(a - b)\right]x^3 +$$
$$+ \left[c^2 + d^2 + 2d(a - b - c) + 2c(b - a) + (a - b)^2\right]x^4.$$

Тут
$$U = \left[c^2 + d^2 + 2d(a - b - c) + 2c(b - a) + 2(a - b)^2\right]x^2 +$$
$$+ 2\left[d\left(c(a + b) + ab - a^2\right) - ad^2 - bc^2 + cb(a - b)\right]x - 2(ad - bc)^2.$$

Для визначеності на розв'язок слід накласти умову $y(0) = y0$. Але в загальному вигляді задача розподілу відбитих променів ще не досліджена.

В **другому розділі** наведено теоретичні основи визначення квазіеліпсоїдів з неточковими фокусами на основі опису їх осьових перерізів як квазіеліпсів з розосередженими фокусами.

У осьовому перерізі квазіеліпсоїда має бути квазіеліпс з узагальненими фокальними властивостями, тобто еліпс з необов'язково точковими фокусами. Нехай у системі координат *Oxy* джерело променів має координати $S(x_S; y_S)$, а відрізок *L:* [*C(c, p); D(d, q)*] є „приймачем" променів (рис. 4). На відрізку [*A(a,0); B(b,0)*] ⊃ [*C(c,0); D(d,0)*] необхідно описати таку криву *R*: $y = f(x)$, яка б проходила через точку *K(xk; yk),* і щоб відбиті промені перетнули послідовно всі точки відрізка [*C(c, p); D(d, q)*].

<u>Твердження</u>. Наближений опис $y = f(x)$ шуканої кривої, яка б проходила через точку *K(xk; yk)* так, щоб відбиті від неї промені перетнули послідовно всі точки відрізка [*C(c, p); D(d, q)*] (при довільному розташуванні як джерела променів, так і відрізка), можна знайти з диференціального рівняння

$$\frac{df}{dx} = \frac{U + \sqrt{W}}{V}, \qquad (2)$$

де
$$U = x^2 - f^2 - xx_S + y_S f + x_S X - y_S Y + fY - xX;$$
$$V = x_S f + Xf - y_S X + xY - 2xf - x_S Y + xy_S;$$
$$W = \left[(y_S - f)^2 + (y_S - x)^2\right]\left[(x - X)^2 + (f - Y)^2\right];$$
$$X = d - \frac{(d - c)(b - x)}{b - a}; \qquad Y = q - \frac{(q - p)(b - x)}{b - a}.$$

З використанням наближеного розв’язку *y = f(x)* диференціального рівняння (2) визначимо відбивальну поверхню квазіеліпсоїда, яку одержано в результаті обертання навколо осі *Ox* кривої *y = f(x)*, і здатну в осьовому перерізі зосередити відбиті промені на відрізку. В результаті рівняння квазіеліпсоїда матиме вигляд

$$\sqrt{y^2 + z^2} - f(x) = 0. \qquad (3)$$

Тоді *неточкові фокуси* утворять сліди від обертання точки *S* і відрізка *CD*. Це будуть просторове коло та конічна поверхня, які проходитимуть через точку *S* та відрізок *CD*. При цьому квазіеліпсоїд має пройти через інше просторове коло, яке виконує роль граничної кривої. І навпаки - промені, які вийшли з конічної поверхні, після відбиття від поверхні квазіеліпсоїда опиняться на просторовому колі. Зрозуміло, що це буде виконуватися лише для променів, належних осьовому перерізу квазіеліпсоїда.

Для середовища математичного процесора Maple було складено програму, яка дозволяє одержати зображення відбивальної кривої *R* в полі ізоклін диференціального рівняння (1), в залежності від взаємного положення точки джерела променів *S*, відрізка-приймача променів *L*, а також „граничної точки” *K*, через яку має пройти відбивальна крива. Програма дає можливість визначити наближене рівняння відбивальної кривої та побудувати графік відносної похибки знайденого опису. На завершення програма будує аксонометрію квазіеліпсоїда, у якого, для наочності, умовно вилучено половину поверхні.

<u>Приклад 1</u>. На рис. 5 наведено результати розрахунків з параметрами: **`xs = -20; ys = 0; xk = 0; yk = 51; c = 10; d = 50; p = 10; q = 20; a = -43; b = 60.`** Наближене рівняння кривої в осьовому перерізі одержано у вигляді

$$f(x) = 51{,}087 + (0{,}185 + (0{,}0095 + 0{,}431 \cdot 10^{-5} x)x)x.$$

Рис. 5. Переріз з сім’єю відбитих променів і квазіеліпсоїд для прикладу 1

<u>Приклад 2</u>. На рис. 6 наведено результати розрахунків з параметрами: **`xs = -20; ys = 10; xk = 0; yk = 51; c = 50; d = 50; p = 10; q = 40; a = -37; b = 56.`** Наближене рівняння кривої в осьовому перерізі одержано у вигляді

$$f(x) = 51{,}93 + (0{,}356 + (0{,}0118 + 0{,}000054\, x)x)x$$

Приклад 3. На рис. 7 наведено розрахунки з параметрами: **xs = -20; ys = 10; xk = 0; yk = 51; c := 30; d := 50; p = 30; q = 10; a = -34; b = 65.** Наближене рівняння кривої:

$$f(x) = 51{,}78 + \left(0{,}341 + \left(0{,}0142 + 0{,}0000368\,x\right)x\right)x$$

Рис. 6. Переріз з сім'єю відбитих променів і квазіеліпсоїд для прикладу 2

Рис. 7. Переріз з сім'єю відбитих променів і квазіеліпсоїд для прикладу 3

Подальше узагальнення цієї задачі слід здійснити для випадку, коли приймач променів матиме криволінійну форму.

***Твердження*.** Опис *y = f(x)* кривої *R*, яка б проходила через точку *K(xk; yk)* так, щоб відбиті від неї промені перетнули всі точки кривої L:{ $X = \varphi\left(d - \frac{(d-c)(b-x)}{b-a}\right)$; $Y = \psi\left(d - \frac{(d-c)(b-x)}{b-a}\right)$ }, можна знайти з диференціального рівняння (1).

Далі, як приклад, в якості кривої *L* розглянемо дугу еліпса

$$X = x_0 + c\cos t; \qquad Y = y_0 + d\sin t, \qquad (4)$$

де параметр t змінюється на інтервалі $[t_1 \ldots t_2]$.

Приклад 4. На рис. 8 наведено результати розрахунків з параметрами: **xs = -20: ys = 10: xk := 0: yk = 58: a = -48: b = 68: t1 = 3.14: t2 = 0: c = 20: d = 10: x0 = 30: y0 = 10.** Наближене рівняння кривої в осьовому перерізі одержано у вигляді

$$f(x) = 58{,}27 + \left(0{,}15 + \left(0{,}0119 + 0{,}0000293\,x\right)x\right)x\,.$$

Рис. 8. Переріз з сім'єю відбитих променів і квазіеліпсоїд для прикладу 4

Приклад 5. На рис. 9 наведено результати розрахунків з параметрами: **xs = -20: ys = 20: xk = 0: yk = 58: a = -43: b = 60: t1 = -3.14: t2 = 0: c = 20: d = 10: x0 = 30: y0 = 20.** Наближене рівняння кривої в осьовому перерізі одержано у вигляді

$$f(x) = 58{,}61 + \left(0{,}00434 + \left(0{,}0139 + 0{,}0000834\,x\right)x\right)x$$

Рис. 9. Переріз з сім’єю відбитих променів і квазіеліпсоїд для прикладу 5

В **третьому розділі** розглянуто більш загальний випадок фокального квазіеліпсоїда, коли відбивальна поверхня не буде поверхнею обертання, а спиратиметься на задану просторову лінію. Для цього природно використати диференціальні рівняння у частинних похідних.

В дисертації розроблено метод обчислення координат точок на відбивальній поверхні з точковими джерелом і приймачем променів, яка б спиралася на задану просторову криву.

На рис. 10 наведено схему відбивальної системи, розташовану в системі координат *Oxyz*. Тут $S\,(x_S, y_S, z_S)$ – точка джерела випромінювання; $T(x, y, z)$ – точка на відбивальній поверхні; $A(x_A,\ y_A\ ,\ z_A)$ – точка на приймачі відбитого випромінювання.

Вважатимемо, що форму відбивача можна описати рівнянням $z = z(x, y)$. Для складання диференціального рівняння, якому задовольняє функція $z(x,\ y)$, визначимо три вектори, що характеризують відбиття: вектор нормалі до опуклої частини поверхні відбивача $\vec{n} = \left\{ \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, -1 \right\}$ в точці *T*, вектор, що падає на поверхню відбивача $\vec{ST} = \{x - x_S, y - y_S, z - z_S\}$, та вектор, який за напрямом є протилежним стосовно відбитого променя $\vec{AT} = \{x - x_A, y - y_A, z - z_A\}$.

На основі тотожності виразів для обчислення косинусів кутів α і β, одержимо шукане диференціальне рівняння в частинних похідних:

$$\frac{(x - x_S)\dfrac{\partial z(x,y)}{\partial x} + (y - y_S)\dfrac{\partial z(x,y)}{\partial y} + z_S - z(x,y)}{\sqrt{(x - x_S)^2 + (y - y_S)^2 + (z(x,y) - z_S)^2}} -$$

$$- \frac{(x - x_A)\dfrac{\partial z(x,y)}{\partial x} + (y - y_A)\dfrac{\partial z(x,y)}{\partial y} + z_A - z(x,y)}{\sqrt{(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 + (z(x,y) - z_A)^2}} = 0 \qquad . \qquad (5)$$

Рівняння поверхні відбивача можна визначати шляхом розв’язання відносно функції $z = z(x, y)$ диференціального рівняння (5) з граничною умовою

$$x = \varphi(t); \qquad y = \psi(t); \qquad z = \eta(t). \qquad (6)$$

Тоді задана просторова крива (6) повинна належати знайденій відбивальній поверхні. Але пошук форми відбивальної поверхні шляхом розв'язання рівняння (5) є складною задачею. У середовищі математичного процесора Maple за допомогою оператора **PDEplot** можна побудувати лише наочне зображення відбивальної поверхні, яка спирається на задану граничну криву; для визначення координат точок відбивальної поверхні необхідно складати додаткову програму. Тому на практиці застосовується більш раціональний обчислювальний прийом - метод зведення до системи звичайних диференціальних рівнянь.

<u>Твердження.</u> Розв'язання рівняння в частинних похідних (1) можна звести до розв'язання системи звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{dx(s)}{ds} &= \frac{x(s)-x_S}{U} - \frac{x(s)-x_A}{V}; \\ \frac{dy(s)}{ds} &= \frac{y(s)-y_S}{U} - \frac{y(s)-y_A}{V}; \\ \frac{dz(s)}{ds} &= \frac{(z(s)-z_S)V-(z(s)-z_A)U}{UV}, \end{aligned} \qquad (7)$$

де

$$U = \sqrt{(x(s)-x_S)^2+(y(s)-y_S)^2+(z(s)-z_S)^2} \text{ і}$$

$$V = \sqrt{(x(s)-x_A)^2+(y(s)-y_A)^2+(z(s)-z_A)^2}.$$

Отже, описати деяку криву на шуканій відбивальній поверхні, яка б проходила через точку $P(x_0, y_0, z_0)$, можна в результаті розв'язання системи диференціальних рівнянь (7) з граничною умовою $x(0) = x_0$, $y(0) = y_0$, $z(0) = z_0$, що є значно простішою задачею.

В роботі для середовища Maple було складено програму побудови каркасу з N кривих, які розташовані на відбивальній поверхні. До програми входить оператор **dsolve** розв'язання системи **sys** диференціальних рівнянь **f1, f2, f3,** та оператор **odeplot** побудови зображення одержаного розв'язку. Шукані координати точки **x(s), y(s), z(s),** яка відповідає параметру **s**, будуть розташовані на i – тій гілці каркасу і можуть бути обчислені з великою точністю та довільною дискретністю розташування.

Граничну криву позначено ідентифікаторами **phi, psi** і **eta**. Початкові точки на гілках каркасу будуть зображені як сфери. Для пояснення структури і розташування ліній каркасу на рисунках наведено їх споріднені зображення при значеннях **N=8** і **N=36.**

Приклад 1. На рис. 11 і 12 зображено каркас поверхні, яка спирається на криву {**phi=3*cos(t); psi=3*sin(t); eta=sin(3*t)**}, в залежності від параметрів **a; b** і **H**, де ***S*(0; 0; *H*)** і ***A*(a; b; 0).**

Рис. 11. Каркаси відбивальної поверхні при **a=0; b=0** і **H=5**

Рис. 12. Каркаси відбивальної поверхні при **a=-2; b=0** і **H=5**

Приклад 2. На рис. 13 зображено каркас поверхні, яка спирається на криву {**phi = 4*cos(t); psi = 4*sin(t); eta = 4sin(2*t)**}.

Рис. 13. Каркас і відбивальна поверхня при S(-2; -2; 5) і A(0; 0; -3).

Приклад 2. На рис. 14 зображено каркас поверхні, яка спирається на криву {**phi = 5*cos(t); psi = 3*sin(t); eta = 4sin(3*t)**}.

Рис. 14. Каркас і відбивальна поверхня при S(-2; -2; 5) і A(0; 0; -3).

В **четвертому розділі** представлено можливе впровадження одержаних результатів дисертації для розрахунку геометричної форми відбивачів в конструкціях безконтактного паяльника та системи накачки лазера. При цьому наголошується, що дисертація присвячена саме *геометричним,* а не технологічним питанням конструювання.

1. В роботі наведено розрахунок геометричної форми відбивача безконтактного теплового паяльника, призначеного для виконання монтажних робіт на друкованих платах. Особливістю запропонованої конструкції (рис. 15) є формування *точкової теплової зони*. При цьому джерело тепла має вигляд диска. Проміжок між диском і корпусом використовується для нагнітання або відкачування повітря з порожнини відбивача. Результати впроваджено в НВП „Екструдер” при проектуванні тепло- та світлотехнічного обладнання

Рис. 15. Переріз з сім’єю відбитих променів і квазіеліпсоїд
в конструкції безконтактного паяльника

2. Наведено розрахунок геометричної форми відбивача для накачки лазера системи Меймана. При цьому ксенонова або криптонова лампа накачки має форму тора (рис. 16). Для підвищення ефективності накачки лампу і активну речовину (рубін) поміщено у відбивач спеціально розрахованої форми. Адже ефективність світлопередачі відбивача впливає на к.к.д цілком усього лазера.

Рис. 16. Переріз з сім’єю відбитих променів і квазіеліпсоїд
в конструкції системи накачки лазера

ВИСНОВКИ

Дисертацію присвячено новому розв’язанню задачі геометричного моделювання відбивальних поверхонь з властивостями, аналогічними фокальним властивостям еліпсоїда обертання, і основаному на складанні і розв’язанні диференціального рівняння спеціального виду, що дозволило визначити профіль відбивальної поверхні квазіеліпсоїда в її осьовому перерізі. Це дало можливість розрахувати квазіеліпсоїдну поверхню, у якої фокусами можуть бути не лише точки, але й деякі поверхні обертання.

Значення для науки роботи полягає у подальшому розвитку способів опису поверхонь з новими фокальними властивостями.

Значення для практики досліджень полягає в скорочення термінів та підвищенні точності моделювання, одержання моделей, що задовольняють множині заданих вимог і прискорюють одержання бажаного результату.

При цьому отримані результати, що мають науково-практичну цінність.

1. Зроблено критичний огляд методів визначення відбивальних поверхонь еліпсоїдного типу в різноманітних впровадженнях, з чого випливає необхідність розробок комп’ютерних програм розрахунку квазіеліпсоїдних поверхонь, у яких фокусами можуть бути не лише точки, але й деякі поверхні обертання (наприклад, циліндри, конуси, тори).

2. Розроблено метод складання звичайного диференціального рівняння, розв’язком якого має бути крива на площині, що узагальнює фокальні властивості еліпса; це дозволило описувати відбивальні криві (квазіеліпси) з неточковими фокусами.

3. Складено алгоритми розв’язання звичайного диференціального рівняння з метою визначення квазіеліпса на площині, що дозволить розширити клас диференціальних рівнянь у методах прикладної геометрії.

4. Розроблено метод складання диференціального рівняння у частинних похідних, розв’язком якого має бути поверхня у просторі, що дозволить визначати відбивальні поверхні (квазіеліпсоїди) з точковими фокусами, які проходять через наперед задану криву.

5. Складено алгоритми розв’язання диференціального рівняння у частинних похідних, розв’язком якого має бути відбивальна поверхня квазіеліпсоїда у просторі.

6. Складено алгоритми розв’язання диференціального рівняння у частинних похідних шляхом зведення його до системи звичайних диференціальних рівнянь,

розв’язком якої має бути сім’я кривих у просторі, що визначають каркас відбивальної поверхні квазіеліпсоїда.

7. Результати впроваджено в НВП „Екструдер” при проектуванні тепло- та світлотехнічного обладнання та у навчальний процес кафедри нарисної геометрії і графіки НТУ „ХПІ”.

<u>*Основні положення дисертації опубліковано у таких роботах:*</u>

1. *Ситабдиева О.Л.* Описание катакаустики для гладкой кривой и лучей, исходящих из начала координат // Геометричне та комп’ютерне моделювання. Харків: ХДАТОХ, 2002. Вип. 1. – С. 132-136
2. *Ситабдиева О.Л.* Определение соответствия точек на плоскости при помощи отражающей поверхности // Геометричне та комп’ютерне моделювання. Харків: ХДАТОХ, 2002. Вип. 2. – С. 115-120
3. *Сітабдієва О.Л.* Визначення форми відбивальної поверхні, яка б спиралася на задану лінію // Геометричне та комп’ютерне моделювання. Харків: ХДУХТ, 2004. Вип. 4. – С. 95-101
4. *Сітабдієва О.Л.* Про рівняння відбивальної поверхні, яка б спиралася на задану лінію // Геометричне та комп’ютерне моделювання. Харків: ХДУХТ, 2004. Вип. 5. – С. 94-100
5. *Дворецький О.Т., Сітабдієва О.Л.* Про геометричну форму відбивальної поверхні, яка б спиралася на задану просторову лінію // Геометричне та комп’ютерне моделювання. Харків: ХДУХТ, 2004. Вип. 7. – С. 13-118

Особисто автором розроблено алгоритм та складено програму розрахунку форми відбивальної поверхні, яка б спиралася на задану просторову лінію.

6. *Сітабдієва О.Л.* Про форму відбивальної поверхні, якій належить дана просторова лінія // Геометрическое и компьютерное моделирование: энергосбережение, екологія, дизайн. Сборник научных трудов. - Киев: КНУТИД, 2004. – С. 120-129
7. *Сітабдієва О.Л.* Геометрична форма відбивальної поверхні, яка б спиралася на задану просторову лінію // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Київ: КНУБА, 2004. Вип. 74. – С. 275 - 281
8. *Сітабдієва О.Л.* Геометричне моделювання квазіеліпсоїдів з неточковими фокусами // Геометричне та комп’ютерне моделювання. Харків: ХДУХТ, 2005. Вип. 9. – С. 122-127
9. *Сітабдієва О.Л.* Квазіеліпси з фокусом у вигляді відрізка // Геометричне та комп’ютерне моделювання. Харків: ХДУХТ, 2005. Вип. 10. – С. 95-103
10. *Сітабдієва О.Л.* Квазіеліпсоїди з фокусом у вигляді конуса // Геометричне та комп’ютерне моделювання. Харків: ХДУХТ, 2005. Вип. 11. – С. 117-125
11. *Підгорний О.Л., Сітабдієва О.Л.* Про відповідність точок на площині вигляду „джерело – рефлектор - результат” // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. Мелітополь: ТДАТА, 2003. Вип. 4. - Т. 18. - С. 11-15

Особисто автором розроблено алгоритм та складено програму розрахунку відповідності точок на площині.

12. *Сітабдієва О.Л.* Метод опису квазіеліпсів з розосередженими фокусами // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. Мелітополь: ТДАТА, 2005. Вип. 4. - Т. 29. - С. 73-78

Сітабдієва О.Л. Геометричне моделювання квазіеліпсоїдів з неточковими фокусами, що спираються на задані просторові лінії. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка. – Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, Україна, 2005.

Дисертацію присвячено новому розв’язанню задачі геометричного моделювання відбивальних поверхонь з властивостями, аналогічними фокальним властивостям еліпсоїда обертання, і основаному на складанні і розв’язанні диференціального рівняння спеціального виду, що дозволило визначити профіль відбивальної поверхні в її осьовому перерізі.

До головних результатів слід віднести методи складання звичайного диференціального рівняння, розв’язком якого має бути крива на площині, що узагальнює фокальні властивості еліпса, та складений алгоритм його розв’язання. Також розроблено метод складання диференціального рівняння у частинних похідних, розв’язком якого має бути відбивальна поверхня квазіеліпсоїда з точковими фокусами, яка проходить через задану криву. Складено алгоритм розв’язання цього диференціального рівняння, розв’язком якого має бути відбивальна поверхня квазіеліпсоїда у просторі. Крім того, складено алгоритм розв’язання диференціального рівняння у частинних похідних шляхом зведення його до системи звичайних диференціальних рівнянь, розв’язком якої має бути сім’я кривих у просторі, що визначають каркас відбивальної поверхні квазіеліпсоїда. Результати впроваджено в НВП „Екструдер” при проектуванні тепло- та світлотехнічного обладнання, та у навчальний процес кафедри нарисної геометрії і графіки НТУ „ХПІ”.

Ключові слова: відбивальна поверхня, еліпсоїд, фокальні властивості еліпсоїда, безконтактний паяльник, накачка твердотільного лазера.

Ситабдиева О.Л. Геометрическое моделирование квазиэллипсоидов с неточечными фокусами, опирающихся на заданные пространственные линии. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.01.01 – Прикладная геометрия, инженерная графика. – Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев, Украина, 2005.

Диссертация посвящена новому решению задачи геометрического моделирования отражательных поверхностей со свойствами, аналогичными фокальным свойствам эллипсоида вращения, и основанном на составлении и

решении дифференциального уравнения специального вида, что позволило определить профиль отражательной поверхности в ее осевом сечении.

Среди отражательных поверхностей особое внимание привлекают *эллипсоиды*. Причиной этому является их общеизвестное фокальное свойство – лучи, которые вышли с одного *точечного фокуса*, после отражения должны собраться в другом *точечном фокусе*. Однако, на практике тяжело реализовать точечный источник лучей, поскольку в номенклатуре изделий преобладают трубчатые (или торовые) источники и приемники излучения - например, ксеноновые лампы для освещения, кварцевые лампы для теплового облучения, резонаторы для радиоизлучения, ТЭНы для обогрева. Поэтому желательный расчет геометрической формы эллипсоидных отражателей следует проводить в предположении, что их фокусы не обязательно будут точечными. Отсюда становится понятной актуальность избранной темы исследований, которая состоит в разработке алгоритмов геометрического моделирования поверхностей с отражательными свойствами, аналогичными фокальным свойствам эллипсоидов, в которых, однако, возможны и неточечные фокусы. Такую разновидность поверхностей предлагается называть *квазиэллипсоидами*. Геометрическое моделирование сложных по форме объектов как результата их профилирования по определенным законам приналежат к главным направлениям развития прикладной геометрии и инженерной графики. Однако проведенные исследования не разрешают создать сквозное информационное обеспечение геометрического моделирования поверхностей с расширенными фокальными свойствами. Причина этого состоит в отсутствии геометрических и математических моделей, которые бы позволили описать процесс формообразования поверхности квазиэллипсоида, и отсутствие математических процессоров, которые бы позволили осуществлять их геометрическое моделирование на аналитическом и графическом уровнях. Для расчета отражательных систем эффективными оказались “синтетические” методы, развитые профессорами Подгорным А.Л., Дворецким А.Т. и их учениками. В роботах профессора Куценко Л.Н. и его учеников внимание уделено аналитическим методам геометрического моделирования отражательных поверхностей. При этом еще не исследованным оказался вопрос разработки эффективных алгоритмов профилирования отражательных поверхностей, способных распределить отраженные лучи по заданным законам. Поэтому темой данной работы избрано создания теоретической базы для алгоритмов геометрического моделирования отражательных поверхностей как разновидностей квазиэллипсоидов с расширенными фокальными свойствами, обобщающих понятие эллипсоида. К главным результатам работы следует отнести методы составления обыкновенного дифференциального уравнения, решением которого может быть кривая на плоскости, обобщающая фокальные свойства эллипса, и составлен алгоритм нахождения такого решения. Также разработан метод составления дифференциального уравнения в частных производных, решением которого может быть отражательная поверхность квазиэллипсоида с точечными фокусами, проходящая через заданную кривую. Составлен алгоритм решения этого дифференциального уравнения, решением которого может быть отражательная поверхность квазиэллипсоида. Кроме того, составлен алгоритм решения дифференциального уравнения в частных производных путем сведения его к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, решением которой может быть семейство кривых в пространстве, определяющих каркас отражательной поверхности квазиэллипсоида. Результаты внедрены в НПП „Экструдер” при проектировании тепло- и светотехнического оснащения и в учебный процесс кафедры начертательной геометрии и графики НТУ „ХПИ”.

Ключевые слова: отражательная поверхность, эллипсоид, фокальные свойства эллипсоида, бесконтактный паяльник, накачка твердотельного лазера.

Sitabdijeva O.L. Geometrical simulation kvaziellipsoids with the not dot focuses, resting on the given spatial lines. - the Manuscript.

Thesis on competition of a scientific degree of the candidate of engineering science on a specialty 05.01.01 - Applied geometry, engineering graph. - Kiev national university of construction and architecture, Kiev, Ukraine, 2005.

The thesis is devoted to the new decision of a problem of geometrical simulation of reflective surfaces with the properties similar to focal properties of an ellipsoid of revolution, both grounded on drawing up and the decision of the differential equation of a special aspect that has allowed to define the profile of a reflective surface in its axial section.

To principal results it is necessary to refer methods of drawing up of the ordinary differential equation which decision may be a curve on a plane, generalizing focal properties of an ellipse, and the algorithm of a determination of such decision is made. The method of drawing up of a differential partial equation which decision may be a reflective surface of kvaziellipsoid with the dot focuses, transiting through the given curve also is developed. The algorithm of the decision of this differential equation which decision may be a reflective surface of kvaziellipsoid is made. Besides the algorithm of the decision of a differential partial equation is made by its data to system of the ordinary differential equations which decision may be family of curves in spacious, defining a skeleton of a reflective surface of kvaziellipsoid. Results are entered in “Extruder” at projection of a noncontact thermal soldering iron, and into educational process of faculty of a descriptive geometry and graphs.

Key words: a reflective surface, ellipsoid, focal properties of an ellipsoid, a noncontact soldering iron, the solid-state laser.

Підписано до друку 18.08.2005 р. Формат 60х80 1\16 Друк. ризограф. Ум. друк. арк. 1,25 Наклад 100 Вид. № Зам. №

АЦЗ України, 61023, м. Харків, вул. Чернишевського, 94.