

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

НІЦІН Олександр Юрійович

УДК 514.18

ГЕОМЕТРІЯ ПСИХОФІЗИЧНОГО ПРОСТОРУ ТА ПЕРСПЕКТИВА

Спеціальність 05.01.01 - Прикладна геометрія, інженерна графіка

Автореферат  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
доктора технічних наук

Київ - 2007

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Національному технічному університеті “Харківський політехнічний інститут”, м. Харків.

Науковий консультант:

доктор технічних наук, професор Ковальов Юрій Миколайович,  
Національний авіаційний університет,  
завідувач кафедри прикладної геометрії та комп'ютерної графіки, м. Київ.

Офіційні опоненти:

доктор технічних наук, професор Сазонов Костянтин Олександрович,  
Київський національний університет технологій та дизайну,  
завідувач кафедри дизайну інтер'єра і меблів, м. Київ;

доктор технічних наук, професор Дворецький Олександр Тимофійович,  
Національна академія природоохоронного та курортного будівництва,  
завідувач кафедри архітектурних будівель та геометричного моделювання,  
м. Сімферополь;

доктор технічних наук, професор Тормосов Юрій Михайлович,  
Харківський державний університет харчування та торгівлі,  
завідувач кафедри механіки та графіки, м. Харків.

Провідна установа:

Національний технічний університет України “КПІ”, м. Київ.

Захист відбудеться 26 червня 2007 року о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.056.06 в Київському національному університеті будівництва і архітектури за адресою: 03037, Київ - 37, Повітрофлотський просп., 31, ауд. 466.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Київського національного університету будівництва і архітектури за адресою: 03037, Київ - 37, Повітрофлотський просп., 31.

Автореферат розісланий 23 травня 2007 р.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради

Плоский В.О.

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

*Постановка наукової проблеми та її значення для теорії і практики.* Одним із завдань комп'ютерної графіки є створення реалістичних зображень, що відтворюють картину навколишнього простору у відповідності із зоровими відчуттями людини. Найбільш важливими галузями застосування комп'ютерної графіки є розробка систем автоматизованого проектування, створення візуальних ефектів у кінематографії, виробництво комп'ютерних симуляторів. Особливо високі вимоги до реалістичності зображення пред'являються при розробці комп'ютерних симуляторів. Це обумовлено тим, що поліпшення якості зображення дозволяє підвищити рівень підготовки операторів транспортних засобів, знизити вартість їхнього навчання та зменшити ймовірність виникнення аварійних ситуацій через неточну орієнтацію людини у просторі. Про важливість даної проблеми свідчить те, що щорічно у комп'ютерній графіці обертаються десятки мільярдів доларів, і сотні мільйонів доларів витрачаються на те, щоб підвищити реалістичність зображень.

Роботи, що виконуються в даному напрямку, мають для України велике значення, тому що застосування їхніх результатів дозволяє підприємствам, що розробляють програмне забезпечення, поліпшити споживчі якості вітчизняних тренажерів і підвищити їхню конкурентноздатність на світовому ринку програмних продуктів.

Зараз комп'ютерна графіка розвивається шляхом удосконалення методів імітації відбитків, побудови тіней, урахування прозорості атмосфери і створення візуальних ефектів. Інший шлях до підвищення реалістичності зображення пролягає через удосконалення його геометрії. Оскільки геометрія зображення визначається способом проєкціювання тривимірної сцени, наближення її проєкції до зорового сприйняття може бути досягнуте за рахунок удосконалення геометричного апарату побудови перспективи.

*Таким чином, у комп'ютерній графіці існує наукова проблема, пов'язана із створенням математичного апарату перспективи, яка враховує рух очей, бінокулярність зору та інші психофізичні умови зорового сприйняття.*

*Актуальність теми.* Розробці перспективи, що покращує якість зображення, присвячено роботи багатьох авторів. В основному, ці розробки є модифікаціями лінійної перспективи. Проте, як показано в монографіях Б.В. Раушенбаха, лінійна перспектива не повною мірою відповідає психофізіології людського зору. Це обумовлено тим, що її геометричний апарат ґрунтується на методі центрального проєкціювання, який є спрощеною моделлю зорового сприйняття, що не враховує ні бінокулярності зору, ні руху очей.

Помічено, що лінійна перспектива дає цілком задовільні результати, якщо зображується статична сцена. Якщо ж за допомогою центрального проєкціювання виконується візуалізація динамічної сцени, то характер зміни форми і розмірів зображення предметів істотно відрізняються

від результатів спостережень. Дійсно, на екрані телевізора можна побачити, як при повороті телевізійної камери навколо вертикальної осі деякі предмети, дивовижно збільшуючись у розмірах, наближаються до спостерігача, а інші предмети, стрімко зменшуючись у розмірах, утікають до лінії горизонту. Коли телевізійна камера повертається навколо горизонтальної осі, можна спостерігати, як предмети то перекидаються на спостерігача, то завалюються назад у залежності від того, чи дивиться телевізійна камера вгору або вниз. Коли ж телевізійна камера піднімається на висоту, можна бачити, як предмети, що лежать на землі, утікають до лінії горизонту, а земля начебто впливає з-під ніг.

Узагальнимо зорові ефекти, що спостерігаються в лінійній перспективі, як проблему деформацій зображення при візуалізації динамічних тривимірних сцен методом центрального проєкціювання. Це формулювання підкреслює, що зорові спотворення, які спостерігаються при візуалізації динамічних тривимірних сцен, внутрішньо притаманні лінійній перспективі і впливають із геометричного апарату центрального проєкціювання.

Одним із вирішень даної проблеми є створення геометричної моделі психофізичного простору, що формується у свідомості людини під впливом монокулярних і бінокулярних ознак глибини, та розробка на її основі методу просторових побудов, які відповідають психофізичним умовам зорового сприйняття.

Таким чином, *актуальність роботи полягає в тому, що розвиток комп'ютерної графіки вимагає розробки перспективи, яка будується на геометрії простору, що відбиває зорові відчуття людини.*

*Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.* Дисертацію виконано відповідно до тематичного плану науково-дослідних робіт, що фінансуються з коштів державного бюджету Міністерства освіти і науки України, Харківського національного університету радіоелектроніки №410 “Розробка теоретичних основ та нових архітектурних принципів створення тренажерних систем різного призначення” (номер державної реєстрації №0198U004440).

У рамках виконання цієї науково-дослідної теми автором розроблено математичний апарат системи візуалізації тривимірних сцен, який враховує механізм константності величини, що є одним з основних предметів дослідження в психології зорового сприйняття.

*Мета і задачі дослідження.* Метою дисертації є розробка теорії геометричного моделювання психофізичного простору, її експериментальна перевірка і застосування для побудови перспективи, що компенсує деформації зображення, які спостерігаються при візуалізації динамічних тривимірних сцен.

Для досягнення поставленої мети розв'язуються такі задачі:

аналіз способів просторових побудов, виконаних із застосуванням методу центрального проєкціювання, та оцінка їхньої спроможності адекватно відбивати геометричні властивості психофізичного простору;

постановка й аналіз результатів експерименту з числової оцінки геометрії простору, що формується у свідомості людини за зображеннями на сітківках очей;

розробка математичного апарату перетворення евклідового простору в рімановий простір, геометрія якого відповідає геометричним властивостям психофізичного простору;

побудова геометричної моделі психофізичного простору і розробка на її основі перспективи, яка компенсує деформації зображення, що спостерігаються при візуалізації динамічних тривимірних сцен;

порівняльний аналіз картин динамічних тривимірних сцен, отриманих із застосуванням лінійної перспективи і перспективи, заснованої на геометричній моделі психофізичного простору;

постановка й аналіз результатів експерименту з візуальної перевірки перспективи, заснованої на геометричній моделі психофізичного простору, щодо відповідності до закономірностей зорового сприйняття;

постановка й аналіз результатів експерименту з числової оцінки погрешностей, з якими перспектива, заснована на геометричній моделі психофізичного простору, передає закономірності зорового сприйняття;

постановка й аналіз результатів експерименту з вимірювання зорового сприйняття глибини простору, що стимулюється стереоскопічними зображеннями тривимірної сцени.

*Об'єкт дослідження.* Об'єктом дослідження є геометрія психофізичного простору і математичний апарат перспективи, що компенсує деформації зображення, які спостерігаються при візуалізації динамічних тривимірних сцен.

*Предмет дослідження.* Предметом дослідження є методи відтворення психофізичних процесів зорового сприйняття в системах візуалізації тривимірних сцен.

*Методи дослідження.* Побудова геометричної моделі психофізичного простору виконується методами проєктивної геометрії, диференціальної геометрії, тензорного аналізу і ріманової геометрії. При розробці перспективи, що враховує механізм константності величини і компенсує деформації зображення при візуалізації динамічних тривимірних сцен, використовуються методи аналітичної геометрії й обчислювальної математики. Експериментальні дослідження геометрії психофізичного простору ґрунтуються на методах психології зорового сприйняття і методах математичної статистики.

*Теоретична база дослідження.* Вирішенню проблеми передачі простору на площині картини з мінімізацією перспективних спотворень присвячені роботи ряду вітчизняних і закордонних вчених. Теоретичною основою розв'язання задач, поставлених у дисертаційній роботі, є праці М.О.

Риніна, М.Ф. Четверухіна, С.М. Колотова, В.Є. Михайленка, К.О. Сазонова, О.Л. Підгорного, М.Ф. Євстифеева, Г.К. Ніколаєвського, Е.В. Трифонової, М.Л. Рускевича, В.О. Галая, Д.І. Ткача, Ю.М. Кавуна, Ю.І. Короєва, М.В. Федорова, О.Г. Климухіна, В.С. Іванова, П.В. Панова, О.О. Аксьонової, Б.В. Раушенбаха, А.М. Ковальова, С.В. Бородуліної, Л.І. Осокіної та Е. Панофського.

Крім того, зараз у розвинених країнах світу спостерігається істотне зростання числа публікацій з перспективи. Це свідчить про підвищений інтерес закордонних вчених до розвитку методів візуалізації тривимірних сцен, застосування яких у комп'ютерній графіці сприяє підвищенню реалістичності зображень.

*Наукова новизна одержаних результатів.* Наукова новизна роботи полягає у наступному:

вперше виконано класифікацію деформацій зображення, що спостерігаються при візуалізації динамічних тривимірних сцен методом центрального проєкціювання;

вперше одержано математичний опис механізму константності величини на основі аналізу експериментальної залежності між розміром зорового образу предмета та його відстанню до спостерігача;

удосконалено перспективу, що компенсує спотворення, обумовлені відхиленням методу центрального проєкціювання від моделі зорового сприйняття, що враховує механізм константності величини;

вперше розроблено математичний апарат перетворення евклідового простору в рімановий простір, що має геометричні властивості психофізичного простору;

вперше побудовано геометричну модель психофізичного простору, засновану на перетворенні евклідового простору в рімановий простір;

вперше розроблено перспективу, що компенсує деформації зображення, які спостерігаються при візуалізації динамічних тривимірних сцен методом центрального проєкціювання;

удосконалено методику експерименту з вимірювання зорового сприйняття глибини простору, яке стимулюється стереоскопічними зображеннями тривимірної сцени;

удосконалено методику експерименту з візуальної перевірки перспективи щодо відповідності до закономірностей зорового сприйняття.

Таким чином, *теоретична цінність роботи полягає у створенні нового напрямку в теорії зображень, заснованого на застосуванні ріманової геометрії до побудови перспективи, що відбиває геометричні властивості психофізичного простору.*

*Практичне значення одержаних результатів* полягає у наступному:

запропоновано перспективу, яка враховує дію механізму константності величини, у якості математичного ядра процедури візуалізації тривимірної сцени;

запропоновано перспективу в якості математичного ядра процедури візуалізації, яка компенсує деформації зображення, що спостерігаються при зображенні динамічних тривимірних сцен;

розроблено проект тривимірного комп'ютерного симулятора, у якому для створення візуального середовища засобами цифрової голографії застосовується геометрична модель психофізичного простору.

Результати, одержані в дисертаційній роботі, було впроваджено при розв'язанні таких прикладних задач:

розробка процедури візуалізації, реалізованої в системах автоматичного керування тренажерними комплексами техніки спеціального призначення. Робота виконується спеціалістами НПО "Політехнік" на підставі договорів, укладених із Харківським конструкторським бюро з машинобудування ім. О.О. Морозова;

розробка процедури візуалізації, реалізованої при створенні математичного й алгоритмічного забезпечення оптико-механічного устрою, що застосовується в крокуючому механізмі для доставки пожежно-технічного устаткування. Робота виконується спеціалістами Державного підприємства "Прилуцький завод протипожежного і спеціального машинобудування "Пожспецмаш";

розробка процедури візуалізації, реалізованої в системі автоматизованого проектування одягу "Віртуальний манекен", що розробляється групою дизайнерів і конструкторів одягу, об'єднаних в Асоціацію "Укрмода";

розробка лекційного курсу "Комп'ютерне проектування", що застосовується в навчальному процесі Інституту міського господарства Національного авіаційного університету при навчанні спеціальності "Технічний і промисловий дизайн".

*Особистий внесок здобувача.* Результати виконаних досліджень, що виносяться на захист і складають наукову новизну роботи, одержані автором особисто й в основному викладені в працях, опублікованих без співавторів [1 - 13, 15 - 18, 21 - 31].

У роботі [14] автором виконано постановку задачі, розроблено методи цифрового моделювання складних технічних форм і візуалізації їхніх цифрових моделей. У роботі [19] автором виконано постановку задачі і запропоновано геометричну модель психофізичного простору для створення візуального середовища за допомогою цифрової голографії. У роботі [20] автором виконано постановку задачі і розроблено математичний опис перспективи, що враховує дію механізму константності величини.

*Апробація результатів дисертації.* Результати дисертаційної роботи доповідались на таких семінарах і конференціях:

III міжнародній науково-практичній конференції “Сучасні проблеми геометричного моделювання” (м. Мелітополь, 1996 р.);

IV міжнародній науково-практичній конференції “Сучасні проблеми геометричного моделювання” (м. Мелітополь, 1997 р.);

міжнародній науково-практичній конференції “Сучасні проблеми геометричного моделювання” (м. Харків, 1998 р.);

міжнародній науково-практичній конференції “Сучасні проблеми геометричного моделювання” (м. Донецьк, 2000 р.);

міжнародній науково-практичній конференції “Сучасні проблеми геометричного моделювання” (м. Харків, 2001 р.);

5-й міжнародній науково-технічній конференції “Проблеми інформатики і моделювання” (м. Харків, 2004 р.);

україно-російській науково-практичній конференції “Сучасні проблеми геометричного моделювання” (м. Харків, 2005 р.);

XIII міжнародній науково-практичній конференції “Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я” (м. Харків, 2005 р.);

6-й міжнародній науково-технічній конференції “Проблеми інформатики і моделювання” (м. Харків, 2005 р.);

7-й міжнародній науково-технічній конференції “Проблеми інформатики і моделювання” (м. Харків, 2006 р.).

*Публікації.* За темою дисертації опубліковано 31 наукову працю, у тому числі 22 роботи опубліковано в наукових виданнях, затверджених ВАК України, і 3 роботи є тезами доповідей на науково-практичних конференціях. При цьому 28 наукових праць виконано без співавторів.

*Структура й обсяг роботи.* Дисертаційна робота складається з вступу, восьми розділів і висновку. Загальний обсяг дисертації складають 274 сторінки тексту, 81 сторінка з 124 малюнками, 1 сторінка з 1 таблицею, 23 сторінки зі списком літератури, що включає 257 найменувань, і 63 сторінки з 4 додатками.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У *першому розділі* виконано аналіз відомих із літературних джерел методів компенсацій спотворень у перспективних зображеннях. Особливу увагу приділено роботам Б.В. Раушенбаха з теорії побудови перспективи з урахуванням механізму константності величини. Аналіз викладених у літературі результатів досліджень дозволив зробити такі висновки:

розроблені геометричні апарати будуються на припущенні, що при куті зору до  $36^\circ - 40^\circ$  лінійна перспектива достатньо точно передає зорове сприйняття простору;

корекція лінійної перспективи застосовується в тих випадках, коли кут зору перевищує  $40^\circ$ ; корекції піддається не вся площа картини, а винятково периферійні ділянки зображення, де перспективні спотворення виявляються найбільшою мірою. При цьому під перспективними спотвореннями розуміються, як правило, порушення зорового сприйняття, викликані широкими кутами зору;

розроблені методи корекції лінійної перспективи, як правило, являють собою варіанти ширококутової перспективи з проєкціюванням точок простору на циліндричну поверхню і наступною її розгорткою на площину картини;

розробка методів корекції лінійної перспективи не ґрунтується на експериментах з вивчення психофізичних умов зорового сприйняття. Тому розроблені методи не можуть розглядатися як теоретичне узагальнення експериментальних даних і відбивають суб'єктивні уявлення про перспективу, що враховує природу зорового сприйняття. На думку автора, перед розробкою методу побудови перспективи, необхідно виконати експерименти і покласти аналіз експериментальних даних в основу теоретичних досліджень;

розроблені методи корекції лінійної перспективи не піддаються експериментальній перевірці щодо відповідності до законів зорового сприйняття. На думку автора, розробка методу побудови перспективи повинна завершуватися проведенням експериментів, що могли б довести висновки про те, що отримане зображення відповідає природі зорового сприйняття;

метод корекції лінійної перспективи, запропонований Б.В. Раушенбахом, ґрунтується на перетворенні проєкції за допомогою спеціально підібраної функції і моделює перетворення зображення на сітківці ока під дією механізму константності величини. Б.В. Раушенбах припустив, що малі прирощення відрізків прямих, паралельних напрямкам, що задають виміри простору за шириною, висотою і глибиною, перетворюються за одним законом. Проте, як показують результати досліджень Б.В. Раушенбаха, відрізки прямих, що визначають висоту точки над предметною площиною і її відстань до картинної площини, конкурують один з одним і не можуть сприйматися однаково. Отже, припущення про перетворення малих прирощень відрізків прямих, що визначають положення точки за шириною, висотою і глибиною, одною математичною функцією, вступає в протиріччя з природою зорового сприйняття.

Таким чином, аналіз опублікованих робіт обумовлює такий вибір напрямків, у яких виконуються дослідження:

створення й експериментальна перевірка теорії геометричного моделювання психофізичного простору як ріманового простору позитивної кривини;

розробка перспективи, яка компенсує спотворення, обумовлені відхиленням методу центрального проєкціювання від моделі зорового сприйняття, що враховує механізм константності величини;

розробка перспективи, яка компенсує деформації зображення, що спостерігаються при візуалізації динамічних тривимірних сцен методом центрального проєкціювання;

візуальна перевірка методу побудови перспективи щодо відповідності до закономірностей зорового сприйняття, обумовлених дією механізму константності величини;

числова оцінка погрішностей, із якими метод побудови перспективи передає закономірності зорового сприйняття, обумовлені дією механізму константності величини.

*Другий розділ* присвячено опису геометричних характеристик психофізичного простору.

Показано, що геометрія психофізичного простору відбиває такі властивості зорового сприйняття, як бінокулярність зору і рух очей. Крім того, якщо розглядати зображення як перетин проєкціюючих прямих, що зв'язують точку зору з точками простору, картинною площиною, то під впливом механізму константності величини “зорова піраміда” скривлюється і перетворюється в піраміду з криволінійними твірними. З іншого боку, механізм константності величини є моделлю, що передає бінокулярні ознаки глибини. Тому, якщо узагальнити причини формування зорового образу об'єктивного простору, можна сказати, що психофізичний простір приймає форму сфероїдального тіла завдяки дії бінокулярності зору і руху очей.

Таким чином, якщо створити математичну модель, що описує такі властивості психофізичного простору, як сфероїдальна форма небосхилу, чашеподібність земної поверхні й увігнутість лінії горизонту, то отримаємо інструмент, що надає більше можливостей для побудови реалістичних зображень, ніж традиційна лінійна перспектива. Дійсно, математична модель, що відбиває геометричні властивості світового простору, враховує як монокулярні, так і бінокулярні ознаки глибини, у той час як лінійна перспектива передає тільки монокулярні ознаки глибини. Крім того, геометрична модель психофізичного простору відбиває рух точки зору і напряму погляду, у той час як лінійна перспектива ґрунтується на припущенні, що оптична вісь ока є нерухомою. Тому розробка математичної моделі, що враховує геометричні властивості психофізичного простору, являє собою наступний крок на шляху створення реалістичних зображень.

*У третьому розділі* викладено методики і результати експериментів з числової оцінки геометрії психофізичного простору. Показано, що якщо експеримент виконується за методикою, заснованою на порівнянні зорового образу предмета з зоровим образом вимірювального інструмента, то видимий розмір, що формується у свідомості людини під впливом механізму константності величини, визначити неможливо. Отриманий результат відповідає центральній проєкції предмета на картинну площину, тобто його лінійній перспективі. Таким чином, щоб отримати залежність видимого розміру предмета від відстані до спостерігача, необхідно застосувати принципово інший підхід до постановки експерименту. Наприклад, можна покласти в основу експерименту відоме в психології зорового сприйняття положення, відповідно до якого дія

механізму константності величини спрямоване на те, щоб зберегти паралельність прямих, що у дійсності є паралельними. Тому експеримент з визначення видимого розміру предмета здійснюється за допомогою вимірювання кута розбіжності між зоровими образами прямих, що у дійсності є паралельними. Схему експерименту наведено на рис.1. Розглянемо рис.2, на якому нанесено експериментальні точки, що відповідають вимірюваним величинам зорового образу предмета. Як показано на рис.2, експериментальні точки групуються поблизу кривої лінії, яка істотно відхиляється від прямої лінії, що відповідає залежності центральної проекції предмета від відстані до картинної площини.

Таким чином, прямі, що в об'єктивному просторі є паралельними напряму погляду, у ближній ділянці залишаються паралельними, у середній ділянці скривлюються й у дальній ділянці сприймаються як прямі лінії, що сходяться в одній точці на горизонті. Звідси випливає *твердження*, відповідно до якого психофізичний простір є рімановим простором змінної позитивної кривини.

На підставі аналізу експериментальних даних обґрунтовано *твердження*, що видимий розмір предмету можна отримати за допомогою лінійної перспективи, якщо точку  $A$  спроекціювати на картинну площину з уявного центру проєкціювання  $S'$ , віддаленого від картинної площини на відстань  $L'_0$ . При цьому величина  $L'_0$  пов'язана з відстанню  $L_0$  від дійсного центру проєкціювання  $S$  до картинної площини співвідношенням

$$L'_0 = DL_0,$$

де  $D$  є постійною величиною.

Отже, при зміні відстані предмету до картинної площини  $L$  відношення видимого розміру  $x_2$  предмета до його дійсної величини  $x$  змінюється таким способом, щоб величина відношення відстані  $L'_0$  від уявного центру проєкціювання до відстані  $L_0$  від дійсного центру проєкціювання була постійною величиною

$$\frac{\frac{x_2}{x} \cdot L}{1 - \frac{x_2}{x} \cdot L_0} = D. \quad (1)$$

Оскільки дану залежність було виявлено при проведенні експерименту з вивчення механізму константності величини, її можна розглядати як математичний опис *закону*, якому підпорядковується дія механізму константності величини.

Як показано в роботі, якщо перспектива, що відтворює психофізичні умови зорового сприйняття, повинна враховувати дію механізму константності величини, її математичний опис повинний спиратися на математичний опис механізму константності величини, заданий рівнянням (1). Наприклад, лінійна перспектива цілком відповідає даній умові. Дійсно, рівняння (1) можна перетворити у такий вираз

$$\frac{x_2}{x} = \frac{D}{\frac{L}{L_0} + D},$$

що при  $D = 1,0$  є математичним описом лінійної перспективи. Звідси випливає *твердження*, відповідно до якого рівняння (1) доцільно використовувати при розробці математичного апарату перспективи, яка враховує дію механізму константності величини.

У *четвертому розділі* викладено теоретичні основи геометричного моделювання психофізичного простору. Одержано систему рівнянь, які описують перетворення евклідового простору  $E^3$  в простір  $V^3$

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_1}{R} &= \cos \frac{y_1}{R} \cos \frac{z_1}{R} \operatorname{arctg} \frac{x}{R} \\ \frac{y_1}{R} &= \cos \frac{x_1}{R} \cos \frac{z_1}{R} \operatorname{arctg} \frac{y}{R} \\ \frac{z_1}{R} &= \cos \frac{x_1}{R} \cos \frac{y_1}{R} \operatorname{arctg} \frac{z}{R} \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Розглянемо графічну інтерпретацію даного перетворення. Як показано на рис.3, простір  $V^3$  міститься усередині замкнутої поверхні  $\Phi$ , натягнутої на кінці векторів, колінеарних базисним векторам евклідового простору  $E^3$ . При цьому довжини векторів дорівнюють  $\frac{x_1}{R} = \pm \frac{\pi}{2}$ ,

$\frac{y_1}{R} = \pm \frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{z_1}{R} = \pm \frac{\pi}{2}$ . Зауважимо, що точки поверхні  $\Phi$  не належать просторові  $V^3$  і являють собою образи точок евклідового простору, віддалених у нескінченність.

Доведено *твердження*, що простір  $V^3$ , утворений у результаті перетворення (2) евклідового простору  $E^3$  в себе, є рімановим простором  $V^3$ , у якому задане поле коваріантного метричного тензору  $g_{ij}$ . Компоненти тензору складають позитивно визначену квадратичну форму, через яку виражається ріманова метрика  $ds^2$  простору, і тому в будь-якій точці простору

$V^3$  його лінійний елемент є позитивною величиною  $ds^2 \geq 0$ . Крім того, одержано формули, за якими обчислюється кривина ріманового простору  $V^3$  в даній точці і даному двовимірному напрямку. Доведено *твердження*, що простір  $V^3$ , утворений у результаті перетворення (2) евклідового простору  $E^3$  в себе, є рімановим простором позитивної кривини, яка монотонно збільшується з видаленням від початку координат, де кривина простору рівняється нулю.

Як показано в роботі, простір  $V^3$ , утворений у результаті перетворення (2) евклідового простору  $E^3$  в себе, має всі геометричні властивості психофізичного простору. Звідси випливає *твердження*, відповідно до якого систему рівнянь (2) можна розглядати як математичний опис геометричної моделі психофізичного простору.

Показано, що зображення геометричної моделі психофізичного простору можна отримати за допомогою як центрального, так і паралельного проєкціювання. Наприклад, щоб зобразити на картинній площині геометричну модель психофізичного простору  $V^3$ , достатньо дорівняти координатам  $x_2, y_2$ , введеним на картинній площині, координати  $x_1, y_1$ , що визначаються в результаті розв'язання системи рівнянь (2), тобто виконати перетворення

$$x_2 = x_1, \quad (3)$$

$$y_2 = y_1. \quad (4)$$

Таким чином, як показує простота виразів (3) і (4), застосування в комп'ютерній графіці геометричної моделі психофізичного простору, що описується системою рівнянь (2), забезпечує достатню ефективність візуалізації тривимірної сцени.

У *п'ятому розділі* розглянуто перспективу, що враховує дію механізму константності величини. В її побудову покладено *твердження*: якщо уздовж основи картинної площини відкласти відрізки, кратні відстані  $L_0$  від центру проєкціювання до картинної площини, і через кінці відрізків провести прямі в головну точку картини  $P$ , а уздовж осі  $x_1$  відкласти відрізок, рівний  $L_0$ , і з'єднати з проєкцією  $\bar{P}$  головної точки на основу картинної площини, то прямі, що виходять із точки  $P$  в позначки  $L_0, 2L_0, \dots, nL_0$  на основі картини, відсікають на прямій, що з'єднує точку дальності  $D$  із проєкцією  $\bar{P}$  головної точки на основу картини, точки, через які проходять проєкції координатних ліній  $y = const$ , віддалених від картинної площини на відстані  $L_0, 2L_0, \dots, nL_0$ . Тоді розв'язання системи рівнянь прямих, що проходять через точки  $D, \bar{P}$ , і точки  $P, L$ , призводить до таких співвідношень:

$$\frac{y_1}{H} = \frac{1}{\frac{L}{D} + 1}, \quad (5)$$

$$\frac{x_1}{L} = \frac{y_1}{H}, \quad (6)$$

де  $H$  - висота центру проєкціювання над предметною площиною;  $L$  - відстань від точки простору до картинної площини;  $D$  - відстань від точки дальності  $D$  до головної точки картини  $P$ .

Перейдемо у виразі (5) від розмірних величин до безрозмірних  $\bar{y}_1 = \frac{y_1}{H}$ ,  $\bar{L} = \frac{L}{L_0}$ ,  $\bar{D} = \frac{D}{L_0}$  і

введемо величину  $Z = \frac{\bar{L}}{1 + \bar{L}}$ . Тоді вираз (5) приймає вигляд

$$\bar{y}_1 = \frac{\bar{D}}{\frac{Z}{1 - Z} + \bar{D}}. \quad (7)$$

Доведено *твердження*, що вираз (7) описує форму проєкціуючої кривої, яка у перетині з картинною площиною задає положення центральної проєкції точки при побудові перспективи, яка враховує дію механізму константності величини. Отже, співвідношення (5), (6) є узагальненням методу центрального проєкціювання, а лінійна перспектива розглядається як його окремий випадок, що відповідає значенню величини  $\bar{D} = 1$ .

Звернемо увагу на подібність виразів (5), (6), що описують побудову центральної проєкції точки за допомогою перетину картинною площиною зорового конуса з криволінійними твірними, і математичного опису механізму константності величини, поданого співвідношенням (1).

Застосуємо криву, що задається рівнянням (7), для побудови перспективи, що враховує дію механізму константності величини. Введемо у просторі систему координат, причому її початок розташуємо у проєкції центру проєкціювання на предметну площину, вісь  $Y$  направимо угору, а вісь  $Z$  - направимо до картинної площини. Тоді координати проєкції точки простору на картинну площину визначаються за допомогою співвідношень

$$y_1 = y + H - y \frac{L}{L + dL_0},$$

$$x_1 = x \left( 1 - \frac{L}{L + dL_0} \right).$$

Зауважимо, що у виразі (7) позначення параметра  $\bar{D}$  було замінено символом  $d$ . Будемо називати надалі параметр  $d$  постійної механізму константності величини. Ця назва підкреслює зв'язок параметра  $d$  із коефіцієнтом  $D$ , який входить у рівняння (1), що описує дію механізму константності величини.

Показано, що відповідно до класифікації Б.В. Раушенбаха перспектива, яка описується отриманими співвідношеннями, відноситься до класу перспектив, що правильно передають ширину і подібність предмету, який належить до картинної площини.

Доведено *твердження*, що перспектива, яка описується отриманими співвідношеннями, дійсно відбиває закономірність зорового сприйняття, яка полягає у збільшенні розмірів зображення предмету, розташованого на дальньому плані, і відповідно зменшення розмірів зображення предмету, розташованого на передньому плані, у порівнянні з лінійною перспективою того ж предмету.

Щоб знайти математичний опис перспективи, що передає глибину простору відповідно до психофізичних умов зорового сприйняття, запропоновано перспективу, яка виконується у такій послідовності: виберемо на предметній площині точку  $A$  і за допомогою кривої, рівняння якої визначається виразом (7), отримаємо на картинній площині її проєкцію  $A_1$ ; введемо циліндричну поверхню, яка дотикається горизонтальної площини, що відстоїть від предметної площини на відстань, яка дорівнює координаті  $y$  точки  $A$ , і з віссю симетрії, що перетинає під прямим кутом напрям головного проєкціювання; перенесемо за допомогою паралельного  $A_1$  проєкціювання точку з картинної площини на циліндричну поверхню й одержимо проєкцію  $A'_1$ ; після цього розгорнемо циліндричну поверхню на площину, перпендикулярну напрямку головного проєкціювання, і одержимо допоміжну точку  $A''_1$ ; перенесемо за допомогою паралельного проєкціювання точку  $A''_1$  на картинну площину й отримаємо точку  $A_2$ , що розглядається як шукана проєкція точки  $A$ ; при цьому відрізок паралелі, що належить циліндричній поверхні і проходить через проєкцію  $A'_1$ , розгортається на пряму лінію, довжина якої розглядається як координата  $y_2$  проєкції точки  $A$  на картинну площину. Тоді координати проєкції довільної точки простору на картинну площину визначаються за допомогою співвідношень

$$x_2 = x \left( 1 - \frac{L}{L + dL_0} \right), \quad (8)$$

$$y_2 = \frac{\pi}{2} H - \sqrt{H^2 - y^2} \arcsin\left(1 - \frac{L}{L + dL_0}\right). \quad (9)$$

Показано, що відповідно до класифікації Б.В. Раушенбаха перспектива, що описується співвідношеннями (8), (9), відноситься до класу перспектив, що правильно передають ширину предмету, що належить картинної площини, і глибину простору.

Доведено *твердження*, що перспектива, що описується співвідношеннями (8), (9), дійсно відбиває закономірності зорового сприйняття, а саме: зображення предметів на дальньому плані, побудовані за допомогою співвідношень (8) і (9), відрізняються від лінійної перспективи тільки їхнім масштабом, тобто для ділянок картинної площини, що примикають до лінії горизонту, перспектива, що описується співвідношеннями (8) і (9), із точністю до масштабу відповідає лінійній перспективі; прямі, що є паралельними в дійсності, на передньому плані залишаються паралельними на їхніх зображеннях, побудованих за допомогою співвідношень (8) і (9), тобто у ділянці картинної площини, що примикає до її основи, перспектива, що описується співвідношеннями (8) і (9), обертається в аксонометрію; на перспективі, що описується співвідношеннями (8) і (9), лінія горизонту розташовується вище, ніж у лінійній перспективі.

Зауважимо, що співвідношення (8), (9) містять у собі співвідношення, що описують перспективу, що передає ширину і подібність предмету у відповідності із зоровим сприйняттям. Звідси випливає, що перспектива, що відтворює ширину предмета і глибину простору у відповідності із зоровим сприйняттям, відбиває усі закономірності, обумовлені дією механізму константності величини. Тому перспективу, що описується співвідношеннями (8) і (9), будемо називати перспективою, що враховує дію механізму константності величини, і застосовувати її для побудови реалістичних зображень у системах візуалізації комп'ютерних симуляторів.

*Шостий розділ* присвячено візуалізації психофізичного простору. При візуалізації геометричної моделі психофізичного простору, що здійснюється за допомогою перетворення, заданого рівняннями (3) і (4), була виявлена проблема, яка полягає в тому, що кривина координатних ліній  $x = \text{const}$ ,  $y = \text{const}$  при паралельному переносі в напрямку, заданому координатною віссю  $z$ , відхиляється від кривини відповідних координатних ліній, що належать координатної площини  $xy$ . Звідси випливає, що кривина ріманового простору не є величиною, що монотонно збільшується з наближенням до його периферії. Щоб вирішити цю проблему, систему рівнянь (2) було доповнено механізмом, що забезпечує монотонне зростання кривини ріманового простору при переміщенні точки від початку координат до периферійних ділянок, що межують із сфероїдальною оболонкою, описаної навколо його геометричної моделі. Візуальна оцінка поправок, введених у систему рівнянь (2), показала, що результати візуалізації геометричної моделі наближаються до зорового образу простору.

При візуалізації геометричної моделі психофізичного простору, що здійснюється за допомогою перетворення, заданого рівняннями (3) і (4), була виявлена проблема, яка полягає в тому, що при відображенні на картинну площину ділянок простору, що безпосередньо прилягають до спостерігача, передача глибини простору послаблюється, від чого картина здається трохи сплющеною. Щоб вирішити цю проблему, рівняння (3), (4) було доповнено механізмом, що враховує рух очей. Візуальна оцінка поправок, введених у рівняння (3), (4), показала, що результати візуалізації геометричної моделі забезпечують необхідну реалістичність при відображенні на картинну площину ділянок простору, які безпосередньо прилягають до спостерігача.

При візуалізації геометричної моделі психофізичного простору, що здійснюється за допомогою перетворення, заданого рівняннями (3) і (4), була виявлена проблема, пов'язана з анізотропністю психофізичного простору. Проблема полягає в тому, що у периферійних ділянках психофізичного простору, що прилягають до сферичної оболонки, усередині якої міститься його геометрична модель, координатні лінії  $x = const$ ,  $y = const$  і  $z = const$  перетинаються під кутами, що значно відхиляються від прямого. Це призводить до того, що у даних ділянках психофізичного простору образи предметів передаються із значними спотвореннями. Щоб вирішити цю проблему, було введено перетворення евклідового простору в себе, що деформує ділянки простору, які наближаються до нескінченності. Дане перетворення забезпечує необхідну реалістичність при відображенні на картинну площину тих ділянок психофізичного простору, де його ізотропність істотно порушується.

У цьому розділі наведено результати експериментальної оцінки точності, із якою перспектива передає геометрію психофізичного простору. Щоб довести, що перспектива, яка описується співвідношеннями (8), (9), дійсно враховує дію механізму константності величини і передає психофізичні умови зорового сприйняття, було виконано порівняння експериментальних даних і теоретичного відношення розміру зорового образу предмета до його дійсного розміру для різних приведених відстаней до картинної площини. Порівняння результатів розрахунку з експериментальними даними було виконано за допомогою зіставлення графіка залежності

величини  $\bar{x}_2 = \frac{x_2}{x}$  від приведеної відстані  $\bar{L} = \frac{L}{L_0}$  з експериментальними точками, поданими

на рис.2. Розрахунки показали, що середньоквадратичне відхилення розрахункових значень від експериментальних даних склало 5,2%. Оскільки в ході експерименту вимірювалася не величина, а здійснювалася кількісна оцінка зоровим відчуттям, то отримана точність відповідності розрахункових і експериментальних даних є цілком задовільною.

Щоб одержати уявлення про точність відтворення глибини простору, було проведено числову оцінку швидкості, із якою змінюється розмір зорового образу предмета при зміні його відстані до спостерігача. Це обумовлено тим, що швидкість, із якою змінюється розмір зображення при зміні відстані предмета до картинної площини, дає більш повне уявлення про відповідність перспективи психофізичним умовам зорового сприйняття, ніж абсолютне значення розміру зображення. Було знайдено експериментальні значення похідної  $\frac{\partial \bar{x}_2}{\partial \bar{L}}$  від розміру

$\bar{x}_2 = \frac{x_2}{x}$  зображення предмету за його відстанню  $\bar{L} = \frac{L}{L_0}$  до картинної площини. При цьому

вимірювання величини зорового образу  $x_2$  виконуються за методикою, заснованою на визначенні кута розбіжності між зоровими образами прямих, що у дійсності є паралельними.

Покажемо на рис.4 експериментальну залежність похідної  $\frac{\partial \bar{x}_2}{\partial \bar{L}}$  від розміру зорового образу

предмета за приведеною відстанню  $\frac{\bar{L}}{1 + \bar{L}}$  до картинної площини. Зауважимо, що

експериментальні точки розташовуються поблизу кривої, що є теоретичною залежністю похідної  $\frac{d\bar{x}_2}{d\bar{L}}$  від розміру проекції предмету за відстанню до картинної площини, розрахованої за допомогою співвідношення (8). Таким чином, результати експерименту, приведені на рис.4, показують, що перспектива, яка описується співвідношеннями (8), (9), задовільно відтворює психофізичні умови зорового сприйняття.

Порівняємо результати експерименту з похідною  $\frac{d\bar{x}_1}{d\bar{L}}$  від розміру проекції предмету за відстанню до картинної площини, розрахованої для лінійної перспективи, і нанесемо на рис.4 графік даної залежності. Порівняння теоретичної залежності похідної від розміру проекції предмету, розрахованої для лінійної перспективи, з експериментальною залежністю швидкості зміни розміру його зорового образу, показує, що у ділянці простору, яка прилягає до картинної площини, лінійна перспектива відтворює зорові образи предметів з істотними спотвореннями. Це робить зображення, побудовані з урахуванням механізму константності величини, більш реалістичними, ніж лінійна перспектива, і обумовлює застосування перспективи, яка описується співвідношеннями (8) і (9), при розробці систем візуалізації комп'ютерних симуляторів.

Щоб дати візуальну оцінку точності передачі розмірів зорового образу предмета, було виконано картину, що узагальнює серію малюнків, зроблених художниками з натури. Малюнки

відтворюють один із видів міста Харкова, що включає зображення площі Свободи і будинку Держпрому. На рис.5 наведено картину, що узагальнює дані малюнки. Порівняємо цю картину з рис.6 і рис.7, на яких показано два зображення групи геометричних тіл, що апроксимують будинок Держпрому. При цьому на рис.6 подано лінійну перспективу, а на рис.7 - зображення, виконане за допомогою перспективи, яка описується співвідношеннями (8) і (9). Порівняння рис.5 із рис.6 і рис.7 показує, що зображення, побудоване в перспективі, яка враховує механізм константності величини, дає більш правильне уявлення про форму, розміри і взаємне положення предметів, ніж лінійна перспектива.

Для візуальної оцінки швидкості, із якою змінюється розмір зорового образу предмета при зміні його відстані до спостерігача, було проведено експеримент з вимірювання зорового сприйняття глибини простору при її стимуляції стереоскопічною картиною тривимірної сцени. В основу експерименту було покладено відомий у психології дослід, за допомогою якого можна визначити, наскільки добре людина орієнтується у просторі, і чи немає в нього порушень зорового сприйняття. Цей дослід полягає в тому, що людина сидить перед дошкою, у якій виконано маленький отвір, розташований від нього на відстані від 50 до 80 сантиметрів, і намагається влучити олівцем у цей отвір. Експериментатор підраховує число влучень, співвідносить його з кількістю спроб і в залежності від отриманого результату визначає психічний стан людини.

Щоб створити ілюзію простору, було побудовано простий дзеркальний стереоскоп Уйтстоуна. Схему експерименту показано на рис.8. Для побудови стереоскопу достатньо взяти чотири кишенькових дзеркальця і пластинку, що служить їхньою основою. Стереопара виводиться на екран комп'ютера. Середні дзеркала закріплюються нерухомо під прямим кутом одне до одного, а бокові встановлюються таким способом, щоб їх можна було повертати. При цьому в середніх дзеркалах з'являються зображення, призначені для лівого і правого ока, а бокові дзеркала повертаються доти, поки ліва і права картини не зіллються в одне об'ємне зображення.

Методика експерименту полягає в тому, що випробувачу пред'являють дві стереопари: перша стереопара виконується у лінійній перспективі, а друга стереопара - у перспективі, що враховує механізм константності величини. Щоб забезпечити показність вибірки, до участі в експерименті було притягнуто 12 чоловік. При цьому на відміну від класичного експерименту підраховується не число влучень в отвір, а математичне очікування і середньоквадратичне відхилення відстані від отвору до точки, що лишає на папері олівець. Це обумовлено тим, що, на думку автора, зіставлення середньоквадратичних відхилень є більш точною оцінкою зорового сприйняття простору, ніж порівняння числа влучень в отвір.

Перевірка гіпотези про приналежність випадкових вибірок із числових значень відстаней до олівцевих позначок, вимірюваних для кожної умови експерименту, однієї генеральної сукупності здійснювалася за критерієм Вількоксона. Оскільки для усіх комбінації випадкових вибірок,

отриманих для кожної умови експерименту, число інверсій не належить до критичної ділянки, гіпотезу про приналежність випадкових вибірок однієї генеральної сукупності було прийнято. Перевірка гіпотез про нормальність розподілень здійснювалась за допомогою критерію Пірсона. Оскільки для усіх вимірюваних величин значення критерію менше межі критичної ділянки, було зроблено висновок, що висунута гіпотеза не суперечить дослідним даним.

Результати перевірки гіпотези про нормальність розподілень дозволили визначити середньоквадратичне відхилення відстані від отвору до позначки олівцем. Як показують результати експерименту, середньоквадратичне відхилення, отримане в серії дослідів із стереопарою, виконаної у перспективі, що враховує механізм константності величини, менше середньоквадратичного відхилення, отриманого в серії дослідів із стереопарою, виконаної у лінійній перспективі. Це означає, що розкидання олівцевих позначок, отримане при спостереженні зображень, виконаних у перспективі, що враховує механізм константності величини, зменшується. При цьому зменшення середньоквадратичного відхилення складає 18,2%.

Таким чином, результати експериментів з числової та візуальної перевірки підтверджують, що перспектива, яка описується співвідношеннями (8) і (9), дійсно відтворює дію механізму константності величини і тому може передавати психофізичні умови зорового сприйняття з достатньою точністю.

У *восьмому розділі* розглянуто приклади практичного застосування одержаних результатів. Покажемо на рис.9, рис.11 і рис.13 лінійні перспективи динамічної тривимірної сцени, виконані при повороті напряму погляду навколо вертикальної осі, при його повороті навколо горизонтальної осі та збільшенні висоти точки зору.

Застосуємо для візуалізації динамічної сцени перспективу, яка ґрунтується на геометричній моделі психофізичного простору, що описується системою рівнянь (2). При цьому її візуалізація здійснюється за допомогою перетворення евклідового простору в рімановий простір, описаного системою рівнянь (2), ріманового простору в картинну площину за допомогою співвідношень (3), (4) і з урахуванням поправок, введених у розділі 6. На рис.10, рис.12 і рис.14 показано результати візуалізації динамічної тривимірної сцени при дотриманні тих же умов, за якими виконувалася її лінійна перспектива.

Порівняння рис.9, рис.11 і рис.13 із рис.10, рис.12 і рис.14 показує, що спотворення зорового сприйняття, що спостерігаються при візуалізації динамічних сцен, або частково, або цілком усуваються в перспективі, яка враховує геометричні властивості психофізичного простору. Тому для візуалізації динамічних тривимірних сцен, на думку автора, доцільно застосовувати не лінійну перспективу, а перспективу, що ґрунтується на геометричній моделі психофізичного простору.

Одним із напрямків розвитку комп'ютерних симуляторів є застосування тривимірних зображень для створення візуального середовища, у якому діє оператор, що управляє складною

технічною системою. Симулятор являє собою сферичний купол, усередині якого створюється візуальне середовище, утворене тривимірними зображеннями геометричних об'єктів. Оператор може не тільки розглядати їх із різних точок зору, але і пересуватися усередині сферичного куполу, причому візуальне середовище приймає образ тривимірної сцени, що спостерігається в даному напрямку погляду.

Застосуємо цифрову голографію для створення “віртуальної сфери”. Вибір цифрової голографії пояснюється тим, що найбільш ефективним способом побудови візуального середовища, яке змінюється в режимі реального часу, є метод реконструкції хвильового фронту. Відомо, що для побудови тривимірних зображень може застосовуватися рельєфна і театральна перспективи. Проте ці зображення являють собою тривимірний об'єм, розташований у вузькій нескінченій смугі, заданої площиною картини і площиною, що проходить через точку сходу прямих, паралельних в об'єктивному просторі. Звідси випливає, що рельєфна і театральна перспективи не утворюють ріманових просторів і не можуть розглядатися в якості геометричної моделі, за допомогою якої створюється тривимірне візуальне середовище “віртуальної сфери”. Тому для створення цифрової моделі, що застосовується для обчислення інтерференційної картини поля світлових хвиль, було запропоновано геометричну модель психофізичного простору, що описується системою рівнянь (2).

Для удосконалення систем візуалізації комп'ютерних симуляторів було запропоновано перспективу, яка враховує дію механізму константності величини і описується співвідношеннями (8), (9). Запропонування полягає в тому, що лінійна перспектива, яка зараз застосовується в OpenGL, DirectX та інших стандартних графічних бібліотеках для візуалізації тривимірної сцени, замінюється перспективою, що описується співвідношеннями (8), (9). Перейдемо від системи координат, у якій отримано співвідношення (8) і (9), до системи координат, у якій задається математичний апарат процедури візуалізації, використовуваної в OpenGL, DirectX та інших стандартних графічних бібліотеках. Замінімо в співвідношеннях (8), (9) відстань  $L$  від точки до картинної площини на її координату  $z$ , а відстань  $L_0$  від центру проєкціювання до картинної площини на величину  $z_0$ . Тоді співвідношення (8), (9) набувають такий вид:

$$x_2 = x \frac{d}{\frac{z}{z_0} + d}, \quad (10)$$

$$y_2 = y \arcsin \frac{d}{\frac{z}{z_0} + d}. \quad (11)$$

Таким чином, після приведення співвідношень (8), (9) до виду, сумісного з процедурою візуалізації, реалізованої в OpenGL, DirectX та інших графічних бібліотеках, їх доцільно використовувати в математичному забезпеченні системи візуалізації тренажерів із метою підвищення реалістичності зображення на екрані монітора. Дійсно, простота співвідношень (10) і (11), яку можна порівняти тільки з простотою математичного опису лінійної перспективи, уможливорює їхню програмну реалізацію в комп'ютерних симуляторах.

На закінчення підкреслимо, що одним із практичних застосувань теорії геометричного моделювання психофізичного простору є компенсація деформацій, які спостерігаються при візуалізації динамічних тривимірних сцен методом центрального проєкціювання. Це надає перспективі, заснованій на геометричній моделі психофізичного простору, властивості, що виділяють її серед відомих перспектив. Дійсно, порівняємо запропоновану перспективу з лінійною перспективою і з перспективою, розробленою Б.В. Раушенбахом. Результати аналізу було покладено в основу класифікації перспектив за зоровими ефектами, які відтворює даний спосіб просторових побудов. Подамо цю класифікацію у вигляді табл.1.

Таким чином, як показує табл.1, перспектива, заснована на геометричній моделі психофізичного простору, розширює список зорових ефектів, які можна відтворити при візуалізації тривимірних сцен. Це пояснюється тим, що запропонована перспектива на додаток до уже відомих зорових ефектів враховує механізми зорового сприйняття, які формуються під впливом бінокулярних ознак глибини і руху очей.

## ВИСНОВКИ

Таким чином, у дисертаційній роботі вирішено наукову проблему, пов'язану із створенням математичного апарату перспективи, яка враховує рух очей, бінокулярність зору та інші психофізичні умови зорового сприйняття. Створено теоретичні й експериментальні основи геометричного моделювання психофізичного простору. Геометричну модель психофізичного простору застосовано до побудови перспективи, яка компенсує деформації зображення, що спостерігаються при візуалізації динамічних тривимірних сцен.

Основні результати роботи полягають у наступному:

вперше одержано математичний опис механізму константності величини, поданий виразом (1), на основі аналізу експериментальної залежності між розміром зорового образу предмета та його відстанню до спостерігача. Результати експерименту дозволяють зробити висновок про те, що за геометричними властивостями психофізичний простір є рімановим простором позитивної кривини;

вперше розроблено математичний апарат перетворення евклідового простору в рімановий простір, поданий системою рівнянь (2). Це перетворення є основою побудови математичної

моделі, геометрія якої відповідає геометричним властивостям психофізичного простору.

Застосування геометричної моделі психофізичного простору дозволяє розробити перспективу, що компенсує деформації зображення, які спостерігаються при візуалізації динамічних тривимірних сцен;

удосконалено перспективу, яка враховує дію механізму константності величини.

Математичний опис перспективи подано співвідношеннями (10), (11). Застосування даної перспективи дозволяє побудувати зображення тривимірної сцени, більш близьке до природного зорового сприйняття, ніж лінійна перспектива. Цю перевагу було доведено як візуальною перевіркою даної перспективи щодо відповідності до психофізичних умов зорового сприйняття, так і числовою оцінкою погрешностей, із якими перспектива передає закономірності зорового сприйняття;

удосконалено методику експерименту з вимірювання зорового сприйняття глибини простору, що стимулюється стереоскопічними зображеннями тривимірної сцени. Результати експерименту показують, що застосування в стереоскопії перспективи, яка враховує механізм константності величини, дозволяє компенсувати брак інформації про відстані до предметів, що дають такі бінокулярні ознаки глибини, як акомодация і конвергенція. Це означає, що перспектива, яка враховує дію механізму константності величини, забезпечує більш природну передачу глибини простору в стереоскопічних зображеннях, ніж лінійна перспектива;

вперше розроблено проект тривимірного комп'ютерного симулятора, у якому для створення візуального середовища засобами цифрової голографії застосовується геометрична модель психофізичного простору, що описується системою рівнянь (2). Це означає, що застосування у комп'ютерних симуляторах перспективи, заснованої на геометричній моделі психофізичного простору, дозволяє створити віртуальну тривимірну сцену, у якій діє оператор, що управляє складною технічною системою.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Ницын А.Ю. Применение перцептивной перспективы в компьютерной графике для передачи геометрических свойств пространства в соответствии со зрительным восприятием человека // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К.: КДТУБА, 1996. – Вып.59. – С. 132-136.
2. Ніцин О.Ю. Побудова перспективи для передачі скорочення розмірів тривимірного простору за глибиною, шириною та висотою // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КДТУБА, 1998. – Вип.63. – С.133-135.

3. Ницын А.Ю. Постановка опыта по изучению зависимости зрительно воспринимаемого размера предмета от расстояния до наблюдателя // Труды Таврической государственной агротехнической академии. – Мелитополь: ТГАТА, 1999. – Вып.4. Прикладная геометрия и инженерная графика. – Т.6. – С.103-105.
4. Ницын А.Ю. Методика изучения зависимости зрительно воспринимаемого размера предмета от расстояния до наблюдателя // Труды Таврической государственной агротехнической академии. – Мелитополь: ТГАТА, 1999. – Вып.4. Прикладная геометрия и инженерная графика. – Т.7. – С.64-67.
5. Ницын А.Ю. Результаты опыта по изучению зависимости зрительно воспринимаемого размера предмета от расстояния до наблюдателя // Труды Таврической государственной агротехнической академии. – Мелитополь: ТГАТА, 1999. – Вып.4. Прикладная геометрия и инженерная графика. – Т.7. – С.68-70.
6. Ницын А.Ю. Установление связи между перцептивной и линейной перспективами на основе анализа экспериментальных данных // Труды Таврической государственной агротехнической академии. – Мелитополь: ТГАТА, 1999. – Вып.4. Прикладная геометрия и инженерная графика. – Т.8. – С.46-48.
7. Ницын А.Ю. Оценка соответствия математической модели перцептивной перспективы экспериментальным данным // Труды Таврической государственной агротехнической академии. – Мелитополь: ТГАТА, 1999. – Вып.4. Прикладная геометрия и инженерная графика. – Т.9. – С.38-40.
8. Ніцин О.Ю. Геометрична модель просторової картини світу у свідомості людини // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 1999. – Вип.65. – С.92-95.
9. Ніцин О.Ю. Результати порівнювання картини природного зорового сприйняття з перцептивною перспективою // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2000. – Вип.67. – С.101-104.
10. Ницын А.Ю. Численная оценка соответствия линейной перспективы зрительному восприятию // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. Сер. “Новые решения в современных технологиях”. – Харьков: ХГПУ, 2000. – Т.128. – С.58-63.
11. Ніцин О.Ю. Оцінювання точності передавання природних зорових відчуттів за допомогою фотографії // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2001. – Вип.69. – С.119-122.
12. Nitsyn A.Y. Development of a Perspective in View of Visual Perception for three-dimensional Modeling // Applied geometry and graphics. – Kyiv: Kyiv National University of Building and Architecture, 2002. – No.70. – P.285-287.

13. Ницын А.Ю. Численная оценка точности передачи зрительного восприятия в перцептивной перспективе // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2002. – Вип.1. – С.114-119.
14. Ніцин О.Ю., Торянік В.В. Конструювання одягу методом моделювання на “віртуальному манекені” // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2002. – Вип.71. – С.141-143.
15. Ницын А.Ю. Геометрическая модель пространства в классической перспективе // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2002. – Вип.2. – С.112-114.
16. Ницын А.Ю. Система визуального проектирования одежды “Виртуальный манекен” и ее математическое ядро // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2005. – Вип.10. – С.91-94.
17. Ницын А.Ю. Численная оценка зрительного восприятия глубины пространства при наблюдении картины трехмерной сцены // Вісник Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”. Тематичний випуск “Системний аналіз, управління та інформаційні технології”. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2005. – Вип.19. – С.77-84.
18. Ніцин О.Ю. Математичний апарат механізму константності величини // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2006. – Вип.76. – С.98-102.
19. Ковалев Ю.Н., Ницын А.Ю. Геометрия психофизического пространства и компьютерный симулятор “виртуальная сфера” // Вісник Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”. Тематичний випуск “Системний аналіз, управління та інформаційні технології”. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2006. – Вип.19. – С.31-40.
20. Ковальов Ю.М., Ніцин О.Ю. Візуалізація тривимірної сцени з урахуванням психології зорового сприйняття // Праці Таврійської держав. агротехнічної академії. – Мелітополь: ТДАТА, 2006. – Вип.4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Т.32. – С.15-24.
21. Ницын А.Ю. Результаты эксперимента по определению расстояния от центра проецирования до картинной плоскости // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2006. – Вип.15. – С.91-94.
22. Ницын А.Ю. Приложение геометрической модели психофизического пространства к визуализации динамических трехмерных сцен // Вісник Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”. Тематичний випуск “Системний аналіз, управління та інформаційні технології”. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2006. – Вип.39. – С.92-98.
23. Ницын А.Ю. Деформации изображения при визуализации динамических трехмерных сцен // Вісник Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”. Тематичний випуск “Інформатика і моделювання”. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2006. – Вип.40. – С.145-152.

24. Ницын А.Ю. Разработка перцептивной перспективы на основе геометрического моделирования естественного зрительного восприятия человека // Сб. науч. труд. междунар. научно - практ. конф. "Современные проблемы геометрического моделирования". – Мелитополь: ТГАТА, 1996. – Ч.1. – С.125.
25. Ницын А.Ю. Разработка математического описания перцептивной перспективы // Сб. науч. труд. междунар. научно - практ. конф. "Современные проблемы геометрического моделирования". – Мелитополь: ТГАТА, 1997. – Ч.3. – С.175-177.
26. Ницын А.Ю. Выбор формы проецирующей кривой для построения перцептивной перспективы // Сб. науч. труд. междунар. научно - практ. конф. "Современные проблемы геометрического моделирования". – Мелитополь: ТГАТА, 1997. – Ч.3. – С.178-181.
27. Ницын А.Ю. Свойство проецирующих кривых в системе перцептивной перспективы // Сб. науч. труд. междунар. научно - практ. конф. "Современные проблемы геометрического моделирования". – Мелитополь: ТГАТА, 1997. – Ч.3. – С.182-183.
28. Ницын А.Ю. Разработка геометрической модели естественного зрительного восприятия человека // Зб. наук. пр. міжнар. науково - практ. конф. "Сучасні проблеми геометричного моделювання". – Харків: ХІПБ МВС України, 1998. – С.148-154.
29. Ницын А.Ю. Повышение качества обучения на тренажерах с помощью метода передачи геометрии пространства в соответствии со зрительными ощущениями человека // Сб. науч. труд. междунар. научно - практ. конф. "Современные проблемы геометрического моделирования". – Мелитополь: ТГАТА, 1998. – С.69-72.
30. Ницын А.Ю. Учет психологии зрительного восприятия в построении перспективы – актуальная задача компьютерной графики // Тезисы докладов междунар. научно - практ. конф. "Современные проблемы геометрического моделирования". – Донецк: ДонГТУ, 2000. – С.171-173.
31. Ницын А.Ю. Принцип построения перспективы без применения метода центрального проецирования // Зб. праць міжнар. наук. - практ. конф. "Сучасні проблеми геометричного моделювання". – Харків: ХДУХТ, 2001. – С.74-77.

#### Анотація

Ницын А.Ю. Геометрія психофізичного простору та перспектива. - Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.01.01 - прикладна геометрія, інженерна графіка. - Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, 2007.

Дисертацію присвячено розробці теорії геометричного моделювання психофізичного простору, її експериментальній перевірці і застосуванню у побудові перспективи, що компенсує деформації зображення, які спостерігаються при візуалізації динамічних тривимірних сцен.

Теоретична цінність роботи полягає у створенні нового напрямку в теорії зображень, заснованого на застосуванні ріманової геометрії до побудови перспективи, що відбиває геометричні властивості психофізичного простору. Одержано математичний опис механізму константності величини на основі аналізу експериментальної залежності між розміром зорового образу предмета та його відстанню до спостерігача. Удосконалено перспективу, що компенсує спотворення, обумовлені відхиленням методу центрального проєкціювання від моделі зорового сприйняття, що враховує механізм константності величини. Розроблено математичний апарат перетворення евклідового простору в рімановий простір, що має геометричні властивості психофізичного простору. Побудовано геометричну модель психофізичного простору, засновану на перетворенні евклідового простору в рімановий простір. Розроблено перспективу, що компенсує деформації зображення, які спостерігаються при візуалізації динамічних тривимірних сцен методом центрального проєкціювання. Розроблено проєкт тривимірного комп'ютерного симулятора, у якому для створення візуального середовища засобами цифрової голографії застосовується геометрична модель психофізичного простору. Основні результати роботи впроваджено при розробці комп'ютерних симуляторів, що моделюють керування складними транспортними засобами, у вигляді процедури візуалізації, яка покращує реалістичність зображення.

Ключові слова: перспектива, криволінійна перспектива, зорове сприйняття, психофізичний простір.

#### Анотація

Ницын А.Ю. Геометрия психофизического пространства и перспектива. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.01.01 – прикладная геометрия, инженерная графика. – Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев, 2007.

Диссертация посвящена разработке теории геометрического моделирования психофизического пространства, ее экспериментальной проверке и приложению к построению перспективы, которая компенсирует деформации изображения, наблюдаемые при визуализации динамических трехмерных сцен. Актуальность работы состоит в том, что развитие компьютерной графики требует разработки перспективы, которая учитывает геометрию пространства, отражающего зрительные ощущения человека. Теоретическая ценность работы состоит в создании нового направления в теории изображений, основанного на приложении римановой геометрии к построению перспективы, которая отражает геометрические свойства психофизического пространства. Важность исследований, выполняемых в данном направлении, определяется высокими требованиями к реалистичности изображения, предъявляемыми при разработке компьютерных симуляторов. Это обусловлено тем, что повышение качества изображения

позволяет повысить уровень подготовки операторов транспортных средств, снизить стоимость их обучения и уменьшить вероятность возникновения аварийных ситуаций из-за неточной ориентации человека в пространстве. О важности данной проблемы свидетельствует то, что ежегодно в компьютерной графике оборачиваются десятки миллиардов долларов, и сотни миллионов долларов тратятся на то, чтобы повысить реалистичность изображений. Работы, выполняемые в данном направлении, имеют для Украины огромное значение, потому что применение их результатов позволяет предприятиям, разрабатывающим программное обеспечение, улучшить потребительские качества отечественных тренажеров и повысить их конкурентоспособность на мировом рынке программных продуктов.

Выполнены постановка и анализ результатов эксперимента по численной оценке геометрии пространства, которое формируется в сознании человека по изображениям на сетчатках глаз. Выполнена классификация деформаций изображения, наблюдаемых при визуализации динамичных трехмерных сцен методом центрального проецирования. Получено математическое описание механизма константности величины на основе анализа экспериментальной зависимости между размером зрительного образа предмета и его расстоянием до наблюдателя.

Усовершенствована перспектива, которая компенсирует искажения, обусловленные отклонением метода центрального проецирования от модели зрительного восприятия, учитывающей механизм константности величины. Применение данной перспективы позволяет построить изображение трехмерной сцены, более близкое к естественному зрительному восприятию, чем линейная перспектива. Разработан математический аппарат преобразования евклидова пространства в риманово пространство, которое обладает основными геометрическими свойствами психофизического пространства. Построена геометрическая модель психофизического пространства, основанная на преобразовании евклидова пространства в риманово пространство. Разработана перспектива, которая компенсирует деформации изображения, наблюдаемые при визуализации динамичных трехмерных сцен методом центрального проецирования. Выполнены постановка и анализ результатов эксперимента по численной оценке погрешностей, с которыми перспектива, основанная на геометрической модели психофизического пространства, передает закономерности зрительного восприятия. Выполнены постановка и анализ результатов эксперимента по визуальной проверке перспективы, основанной на геометрической модели психофизического пространства, на соответствие закономерностям зрительного восприятия. Результаты экспериментальной проверки показывают, что изображение, построенное в перспективе, учитывающей механизм константности величины, дает более правильное представление о форме, размерах и взаимном положении предметов, чем линейная перспектива. Выполнены постановка и анализ результатов эксперимента по измерению зрительного восприятия глубины пространства, которое стимулируется стереоскопическими изображениями трехмерной

сцены. Результаты эксперимента показывают, что применение в стереоскопии перспективы, учитывающей действие механизма константности величины, позволяет компенсировать недостаток информации о расстояниях до предметов, которую дают такие бинокулярные признаки глубины, как аккомодация и конвергенция. Разработан проект трехмерного компьютерного симулятора, в котором для создания визуальной среды средствами цифровой голографии применяется геометрическая модель психофизического пространства.

Основные результаты работы внедрены при разработке компьютерных симуляторов, моделирующих управление сложными транспортными средствами, в виде процедуры визуализации, улучшающей реалистичность изображения. В частности, полученные результаты были использованы в НПО "Политехник", на Государственном предприятии "Прилукский завод противопожарного и специального машиностроения "Пожспецмаш", Ассоциацией "Укрмода" и в учебном процессе Института городского хозяйства Национального авиационного университета при обучении специальности "Технический и промышленный дизайн".

Ключевые слова: перспектива, криволинейная перспектива, зрительное восприятие, психофизическое пространство.

#### The summary

Nitsyn A.Y. Geometry of psychophysical space and perspective. - Manuscript.

The dissertation on competition of a scientific degree of the doctor of engineering science on a specialty 05.01.01 - applied geometry, engineering graphics. - Kyiv national university of construction and architecture, Kyiv, 2007.

The dissertation is devoted to development of the theory of geometrical modeling of psychophysical space, her experimental check and appendix to construction of perspective, which compensates deformations of the images watched at visualization of dynamical three-dimensional stages. The theoretical value of work consists in creation of a new direction in the theory of the images based on the appendix of riemannian geometry to construction of perspective, which reflects geometrical properties of psychophysical space. The mathematical description of the mechanism of constancy of the size is received on the basis of the analysis of experimental dependence between the size of a visual image of a subject and his distance up to the observer. The perspective is advanced which compensates distortions caused by a deviation of a method central projection from model of visual perception, taking into account the mechanism of a constancy of the size. The mathematical device of transformation of Euclid space in riemannian space is developed which has the basic geometrical properties of psychophysical space. The geometrical model of psychophysical space based on transformation of Euclid space in riemannian space is constructed. The perspective is developed which compensates deformations of the images watched at visualization of dynamical three-dimensional stages by a method central projection. The project

three-dimensional computer simulator is developed, in which to creation of visual environment the means digital holography apply geometrical model of psychophysical space. The basic results of work are introduced by development computer simulators, modeling control of complex vehicles, as procedure of visualization improving realness of the image.

Key words: perspective, curvilinear perspective, visual perception, psychophysical space.