

РАСЧЕТНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ

Резонансные частоты в объеме муфеля электропечи можно получить вычислением на основе решения волнового уравнения Гельмгольца в цилиндрических координатах, которое для потенциала скорости Φ принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где r – текущее значение радиуса,
 φ – текущее значение угла,
 c – скорость звука,
 z – координата вдоль оси муфеля.

Расчетная схема представлена на рис. 1.

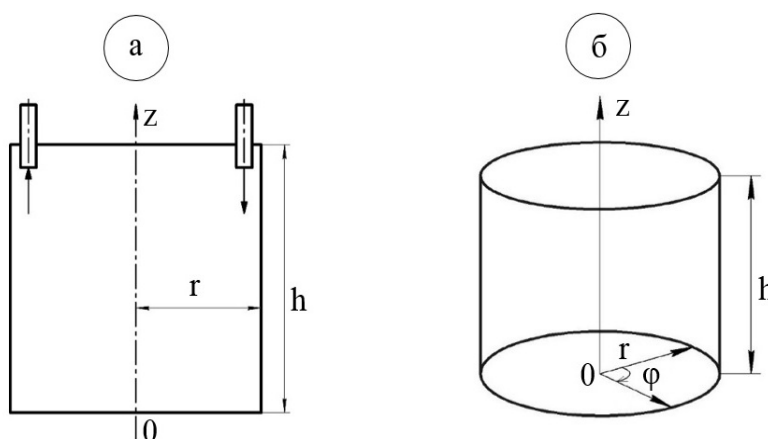


Рис. 1 – Расчетная схема резонансных частот:

а – муфель печи; б – геометрические характеристики

В том случае, если в муфеле доминируют радиальные колебания, потенциал скорости Φ не будет зависеть от значения угла φ , а уравнение (1) принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}. \quad (2)$$

Решение уравнения (2) выполнено методом разделения переменных и для потенциала скорости Φ примет вид:

$$\Phi(r, z, t) = J_0(k_r r) \cdot (A \cdot \sin(k_z z) + B \cdot \cos(k_z z)) \cdot \sin(\omega \cdot t). \quad (3)$$

При непроницаемой поверхности муфеля граничные условия должны удовлетворять условию исчезновения радиальной скорости на боковой поверхности муфеля. Исчезает также осевая скорость на днище и потолочную часть муфеля. Граничные условия принимают вид:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_r = 0, \quad (4)$$

$$\Phi(z)|_{z=0} = \Phi(z)|_{z=h} = 0. \quad (5)$$

Для собственных частот должны выполняться условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_r = \frac{n_i}{r}; \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_z = \frac{\pi \cdot m}{h}; \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_r^2 + k_z^2 = \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot f}{c} \right)^2. \end{array} \right. \quad (8)$$

Решения системы уравнений (6) – (8) дает выражение для вычисления ряда собственных частот в цилиндрическом муфеле.

$$f = \frac{c}{2 \cdot \pi} \sqrt{\left(\frac{n_i}{r} \right)^2 + \left(\frac{\pi \cdot m}{h} \right)^2}. \quad (9)$$

Результаты расчета собственных частот для муфеля радиусом $r = 0,308$ м, высотой $h = 0,625$ м при скорости звука $c = 340$ м/с для первых четырех корней составит: 272 (1), 544 (2), 816 (3), 1088 (4). При этом первый корень можно не учитывать, так как он соответствует нулевой частоте.

Сравнение измеренных и вычисленных по формуле (9) резонансных частот показало расхождение расчетных и экспериментальных значений частот в пределах 0,6 ч 5,9 %, то есть в допустимых пределах по условию точности такого типа расчетов, что позволяет использовать резонатор Гельмгольца с определённой условностью для прогнозирования собственной частоты рабочего объема топки, печи или технологического агрегата.