має досвід експертів, які визначають кількість вхідних і вихідних параметрів системи, кількість термів для кожної лінгвістичної змінної.

Обраний та реалізований дедуктивний метод виведення ідентифікаційних рішень для розпізнавання випадків шахрайства може бути використаний операторами мережі мобільного зв'язку як частина інтелектуального комплексу підтримки прийняття рішень по виявленню випадків шахрайства і запобігання їх надалі.

Список літератури: 1. *H. Grosser, P. Britos, and R. Garcia-Martinez,* Detecting Fraud in Mobile Telephony Using Neural Networks. **2.** *P. Gosset, M. Hyland* Classification, Detection and Prosecution of Fraud on Mobile Networks. **3.** *Y. Moreau and J. Vandewalle.* Fraud detection in mobile communications networks using supervised neural networks. In Proceedings of SNN97, Europes Best Neural Networks Practice. World Scientific, 1997.

УДК 62-5:620.9

КУРКО В.А., ***КУЦЕНКО А.С.***, докт. техн. наук, проф.

СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА, ОПТИМАЛЬНОГО НА МНОЖЕСТВЕ КВАДРАТИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КРИТЕРИЕВ КАЧЕСТВА

Решение проблемы синтеза регулятора, оптимального на множестве квадратичных интегральных критериев качества, можно рассматривать как решение линейно-квадратичной задачи (ЛКЗ) оптимального управления. В наиболее простой форме ЛКЗ формулируется следующим образом.

Пусть задана математическая модель линейного стационарного объекта управления в пространстве состояний $\dot{x} = Ax + Bu,$ где $x \in R^n$ - вектор состояния, $u \in R^m$ - вектор управления, A и B - матрицы соответствующих размерностей. Необходимо для заданного начального значения вектора состояния $x(0) = x_0$ найти закон управления $u = u(x(t))$, минимизирующий интегральный квадратичный критерий качества

$$J = \int_0^\infty \left(x^T Q x + u^T R u\right) dt, \tag{1}$$

где Q и R - некоторые симметрические сильвестровы матрицы.

Решение поставленной задачи сводится к решению алгебраического уравнения Риккати относительно симметрической матрицы P и имеет вид

$$u(t) = Kx(t), \tag{2}$$

где K - матричный коэффициент усиления: $K = -R^{-1}B^T P.$ Матрица P также позволяет определить величину квадратичного критерия качества (1) в виде $J = x_0^T P x_0.$

Поскольку в общем случае начальное состояние x_0 может принимать различные значения, то будем рассматривать множественную оценку величины квадратичного критерия качества на ансамбле траекторий, начальные значения которых находятся внутри единичной гиперсферы $S = \left\{ x_0 \middle| x_0^T x_0 \le 1 \right\}.$ Множественный критерий в этом случае примет вид $\bar{J} = c \cdot trP,$ где c - константа, зависящая от размерности пространства состояний.

В случае, когда весовые матрицы Q и R неопределенны и могут принимать произвольные значения из некоторых допустимых областей ($Q \in \overline{Q}$, $R \in \overline{R}$), традиционная постановка ЛКЗ некорректна и вместо поиска минимума критерия (1) при фиксированных матрицах Q и R необходимо перейти к отысканию гарантированного результата, соответствующего минимаксной стратегии

$$\min_{u \in U} \max_{\overline{Q},\overline{R}} \int_0^\infty \left(x^T Q x + u^T R u \right) dt. \tag{3}$$

Поскольку, непосредственное решение задачи (3) не представляется возможным, то будем решать задачу синтеза параметров линейного регулятора в виде (2). Для этого подставим (2) в выражение (1):

$$J = \int_0^\infty x^T \left(Q + K^T R K \right) x dt. \tag{4}$$

Величина критерия (4) представляется как $J = x_0^T S x_0$, где S - решение матричного уравнения Ляпунова. Далее вместо критерия J будем рассматривать его среднее по множеству начальных отклонений значение $\bar{J} = c \cdot trS.$

Поскольку матричное уравнение Ляпунова линейно относительно S, а также матрицы Q и R входят в правую часть линейно, то задача (3) сводится к задаче

$$\min_K \max_{Q,R} \left(\sum_{i,j} a_{ij}(K) q_{ij} + \sum_{i,j} b_{ij}(K) r_{ij} \right), \tag{5}$$

где $a_{ij}(K)$ и $b_{ij}(K)$ - некоторые нелинейные функции матрицы K.

Рассмотрим частный, но практически важный, случай подхода (5), когда матрицы Q и R диагональные. Обозначим коэффициенты матрицы K как $y_1, y_2, ..., y_m$, а коэффициенты матриц Q и R как $x_1, x_2, ..., x_n$. В силу требования положительной полуопределенности указанных матриц $x_i \geq 0 \left(i = \overline{1,n}\right)$. Введем также условие нормировки $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1.$ Данные условия образуют в пространстве R^n многогранник L с вершинами l_k в точках с координатами $(¢_{k1}, ¢_{k2}, ..., ¢_{kn})$, где $¢_{kj}$ - дельта-функция Дирака. Таким образом, задача поиска гарантированного результата сводится к решению минимаксной задачи

$$\min_{y \in Y} \max_{x \in L} \sum_{k=1}^{n} f_k(y) x_k, \tag{6}$$

где $f_k(y_1, y_2, ..., y_m)$ соответствует $a_{ij}(K)$ или $b_{ij}(K)$, а Y - множество коэффициентов усиления в цепи обратной связи, обеспечивающих устойчивость замкнутой системы.

Поскольку максимизируемая функция $¨(y) = \max_{x \in L} \sum_{k=1}^{n} f_k(y) x_k$ линейна по переменным $x_k \left(k = \overline{1,n}\right)$, то ее максимальные значения находятся в вершинах многоугольника $l_k \in L$: $¨(y) = \max_{n} \{f_1(y), f_2(y), ..., f_n(y)\}.$ Решение задачи максимизации дает нам разбиение множества Y на подмножества $Y_k = \{y | f_k(y) \geq f_j(y), j = \overline{1,n}\}.$ Таким образом, задача минимизации $\min_{y \in Y} ¨(y)$ распадается на n задач $y_k = \arg\min_{y \in Y_k} f_k(y),$ решение которых дает окончательное решение оптимизационной задачи (6): $y^* = \min_{k} \{y_1, y_2, ..., y_m\}.$