

ВОЙЦЕНЯ Е.С., БУЦ В.А., докт. физ.- мат. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ НЕРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ ПРИ ЦИКЛОТРОННЫХ РЕЗОНАНСАХ

В настоящее время условия перехода от регулярной динамики к хаотической получены для всех известных резонансов взаимодействия волна-частица. При этом источником хаотической динамики является пересечение гомоклинических или гетроклинических траекторий. На физическом языке этот факт удобнее выразить как перекрытие нелинейных резонансов. Однако при циклотронных резонансах для описания динамики нерелятивистских частиц укороченные уравнения описываются не уравнением математического маятника, а системой уравнений топологически эквивалентной осциллятору Дюффинга $\ddot{x} + \alpha \cdot x + \beta \cdot x^3 = f(t)$. Осциллятор Дюффинга в отличие от математического маятника имеет два свободных параметра α и β . Этот факт приводит к тому, что при изменении амплитуды волны, в которой движется частица, ее фазовый портрет (фазовый портрет осциллятора Дюффинга) может качественно меняться. Наличие такого качественного изменения топологии фазового портрета является причиной возникновения хаотической динамики.

Результаты анализа осциллятора Дюффинга были использованы при рассмотрении следующей задачи. Пучок движется в постоянном магнитном поле, направленном вдоль оси z , на который действует волна, распространяющаяся перпендикулярно магнитному полю. Самосогласованная система уравнений, которая описывает динамику возбуждаемых полей и динамику заряженных частиц состоит из уравнений Максвелла и уравнений движения отдельных частиц. При решении поставленной задачи мы использовали укороченную систему уравнений, описывающую динамику частиц и полей в изолированном циклотронном резонансе. Эта система уравнений отличается от тех, наличием последнего слагаемого в правой части уравнения для фазы. Для релятивистских частиц этим слагаемым можно пренебречь и тогда первые два уравнения системы при постоянной напряженности поля волны ($\varepsilon = const$) представляют собой уравнение математического маятника. Для нерелятивистских частиц это

слагаемое может быть существенным и оно приводит к сценарию возникновения стохастичности отличному от сценария перекрытия нелинейных резонансов.

Если амплитуда поля не меняется, то третье уравнение в системе можно не учитывать. Фазовый портрет в первых двух уравнениях системы топологически эквивалентен фазовому портрету осциллятора Дюффинга. Действительно, на фазовой плоскости (p_{\perp}, θ_s) , в общем случае, имеется три особые точки: $(\theta_s = 0, p_{\perp 1} = \Pi)$, $(\theta_s = 0, p_{\perp 2} = 1 - \Pi/2)$, $(\theta_s = \pi, p_{\perp 3} = 1 + \Pi/2)$. Здесь $\Pi = \varepsilon / p_{\perp 0}^3$, $p_{\perp 0}$ - начальный импульс частицы. Причем, две из этих особых точек представляют собой точки типа «центр», а одна – седловая точка. Такой вид фазового пространства реализуется при малой амплитуде внешней волны.

Если же амплитуда достаточно велика, то седловая точка и точка типа «центр» сливаются и исчезают. Остается только одна особая точка – точка типа «центр». На рис.1 и рис.2 представлены фазовые портреты для обоих случаев. Все эти особенности фазового пространства аналогичны особенностям фазового пространства осциллятора Дюффинга. Важной особенностью топологии фазового пространства рассматриваемой системы является тот факт, что замкнутым траекториям в окрестности особой точки типа «центр» можно отождествить захваченными частицами. Незамкнутым траекториям, которые охватывают замкнутые траектории, можно отождествить пролетные частицы. Мы привыкли, что захваченные пролетные частицы разделяются сепаратрисами. В данном случае такие траектории отсутствуют и это приводит к разной динамике частиц, которые проходят через область, разделяющую область захваченных и пролетных частиц.

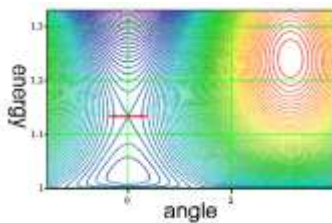


Рис. 1 – Фазовый портрет для случая $\Pi \ll 1$

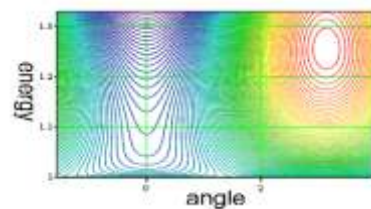


Рис.2 - Фазовый портрет для случая $\Pi > 1$

Таким образом, переход от регулярной динамики к хаотической при взаимодействиях типа волна-частица может осуществляться не только в результате перекрытия нелинейных резонансов, но и в результате смены топологии фазового портрета.

