УДК 539.3

ФЕДОРОВА С.В., ***ЛЬВОВ Г.І.,*** проф.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ І МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ІМПУЛЬСНОЇ ФОРМОВКИ БЕЗМОМЕНТНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

Дослідження поведінки конструкцій при швидкоплинних інтенсивних навантаженнях – одна з найважливіших проблем механіки деформованих тіл. Такі задачі виникають при дослідженні технологічних процесів виготовлення деталей.

Розглядається тонка циліндрична оболонка з закріпленими краями під дією осьосиметричного імпульсного навантаження. Матеріал оболонки дозволяє великі пластичні деформації, пружні деформації нехтуються. Приймається жорстко-пластична модель матеріалу. Оболонка вважається безмоментною.

Приймається матеріальне представлення руху оболонки. Меридіональна координата $0 \le \alpha \le 1$ суміщена з її серединною поверхнею. У якості основних невідомих, що характеризують деформований стан оболонки, приймаються параметри Ляме $A_1(\alpha)$, $A_2(\alpha)$, що дозволяє понизити ступінь диференційних рівнянь порівняно з рівняннями, які використовують радіус-вектор чи вектор переміщень.

Рівняння руху мають вигляд:

$$\ddot{U} = \left(A_1 q_\tau + \frac{dT_1}{d\alpha} - \frac{1}{A_2}\frac{dA_2}{d\alpha}(T_1 - T_2) \right) / A_1 \rho h \quad ; \qquad (1)$$

$$\ddot{W} = (q_0 - T_1 k_1 - T_2 k_2) / \rho h \quad , \qquad (2)$$

де T_1, T_2 - меридіональне і осьове зусилля, q_0, q_τ - нормальне та дотичне до поверхні навантаження, $\ddot{W}$, $\ddot{U}$ - нормальне та дотичне прискорення, k_1, k_2 - кривизни, h - товщина оболонки, ρ - щільність матеріалу.

Швидкості деформацій мають вигляд:

$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{1}{A_1}\frac{d\dot{U}}{d\alpha} + k_1\dot{W} \quad ; \qquad \dot{\varepsilon}_2 = \frac{1}{A_1 A_2}\frac{dA_2}{d\alpha}\dot{U} + k_2\dot{W} \quad . \qquad (3)$$

$\dot{A}_1 = \dot{\varepsilon}_1 A_1$, $\dot{A}_2 = \dot{\varepsilon}_2 A_2$, що відповідає логарифмічній мірі деформації. Кривизни обчислюються через залежності Кодацци-Гаусса [1]:

$$k_2 = \frac{1}{A_2}\sqrt{1-\left(\frac{1}{A_1}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha}\right)^2}; \qquad k_1 = -\frac{1}{k_2 A_1 A_2}\frac{\partial}{\partial \alpha}\left(\frac{1}{A_1}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha}\right). \tag{4}$$

Напруження обчислюються згідно з інкрементальною теорією пластичності [2]:

$$\sigma_1 = \frac{4}{3}\frac{\sigma_i}{d\varepsilon_i}\left(d\varepsilon_1 + \frac{1}{2}d\varepsilon_{21}\right); \qquad \sigma_2 = \frac{4}{3}\frac{\sigma_i}{d\varepsilon_i}\left(d\varepsilon_2 + \frac{1}{2}d\varepsilon_1\right), \tag{5}$$

де використовується схематизація $\sigma_i = \sigma_T + E_T q$ ($\sigma_i \geq \sigma_T$), та параметр Одквиста $q = \int_0^t \dot{\varepsilon}_i dt$.

Початкові умови визначаються із граничного стану початку пластичності. Граничними умовами є відсутність переміщень при $\alpha = 0$, $\alpha = 1$. Проведено дискретизацію по координаті α. Похідні визначаються за допомогою метода скінчених різниць. Інтегрування диференційних рівнянь відбувається з використанням рядів Тейлора [3].

Розв'язання починається з моменту початку пластичності. Напружено-деформований стан розглядається у кожний окремий момент часу t_j, $j = 1,2,...n$. Вважаючи значення внутрішніх зусиль T_1, T_2 незмінними протягом малого кроку у часі, знаходимо прискорення в кінці кроку з урахуванням приросту навантаження, використовуючи рівняння (1,2). Використовуючи перехід до іншої системи координат знаходимо прискорення $\ddot{r}$ і $\ddot{z}$. Після цього визначаємо значення циліндричних координат r і z у кінці кроку. Далі знаходяться параметри Ляме, кривизни, деформації і швидкості цих величин. Напруги визначаються за формулами (5). Нові значення зусиль підраховуються згідно з безмоментною теорією. Після уточнення геометричних параметрів весь алгоритм повторюється.

Алгоритм запрограмовано в математичному пакеті Maple. Перевірено сходимість методу. Проведено розрахунки для дослідження формозміни оболонки під дією рівномірного внутрішнього тиску. Отримані результати доводять адекватність моделі і можуть бути використані при аналізі напружено-деформованого стану оболонки.

Список літератури: **1.** *Федоров В. О.* К определению напряженно-деформированного состояния эластомерных осесимметричных оболочек. Новосибирск: Прикладная механика, 1988. т. 24, № 12. **2.** *Майборода В. П., Кравчук А. С., Холин Н. Н.* Скоростное деформирование конструкционных материалов М.: Машиностроение, 1986. **3.** *Холл Дж., Уатт Дж.* Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений – М.: Мир, 1979.