УДК 621.391

<u>КЛИМЕНКО А.А.,</u> МИХЛИН Ю.В., докт. физ.- мат. наук

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

В настоящее время в механике все чаще прибегают к использованию маятниковых систем. В частности, они могут быть использованы для гашения колебаний с большими амплитудами в сложных механических конструкциях. В качестве динамического гасителя может выступать физический маятник. Он представляет собой массу на линейной пружине длиной l в ненапряженном состоянии и жесткостью c.

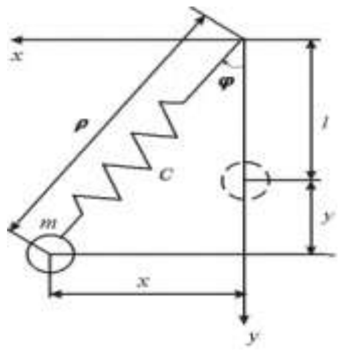

Рис. 1. – Схема исследуемой системы

В исследованиях рассматривались свободные колебания маятника, описываемые двумя обобщенными координатами: растяжением пружины $z = \rho - \rho_0$ $\left(\rho_0 = l - \frac{gm}{c} \right)$ и углом отклонения от положения равновесия φ.

В данной системе реализуются две формы колебаний:

1. $\varphi = 0$, $z = z(t)$;

2. $z = z_0 + \mu z_1 + \mu^2 z_2 + \ldots$, $\varphi = \varphi_0 + \mu\varphi_1 + \mu^2\varphi_2 + \ldots$,

где μ - малый параметр, который характеризует близость рассматриваемой системы к линейной.

Вторая форма колебаний, будучи нелинейной, исследовалась с помощью метода многих масштабов. Численное интегрирование подтверждает хорошую точность аналитического решения.

Устойчивость первой формы колебаний исследована с использованием уравнений Матье и Хилла, а также путем численного интегрирования. Границы областей устойчивости и неустойчивости были построены в плоскости параметров μ и $\gamma = \frac{mg}{cl}$. Результаты расчетов приведены на Рис. 2:

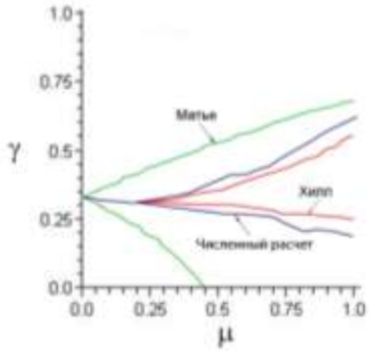

Рис. 2. – Границы областей устойчивости/неустойчивости первой формы колебаний

Устойчивость второй формы колебаний исследована численным методом, причем использовался следующее необходимое условие устойчивости движения [5]:

$$\sqrt{z^2(t)+\dot{z}^2(t)+\varphi^2(t)+\dot{\varphi}^2(t)} \le \xi\sqrt{z^2(0)+\dot{z}^2(0)+\varphi^2(0)+\dot{\varphi}^2(0)}, \qquad (1)$$

где выбирается $\xi \approx 10$.

В соответствии с этим условием в случае устойчивости на всем этапе интегрирования должно выполняться условие (1): модуль вектора состояния системы на порядок меньше модуля начальных условий. Нарушение данного условия на всем этапе интегрирования системы указывает на неустойчивость движения. Граница областей устойчивости и неустойчивости для второй формы колебаний приведена на Рис. 3. Область неустойчивости расположена ниже полученной границы.

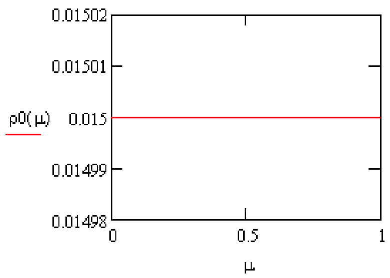

Рис. 3. – Граница областей устойчивости/неустойчивости второй формы колебаний

Таким образом, в результате проведенных исследований удалось определить области параметров системы, при которых наблюдаются устойчивые и неустойчивые движения.

Список литературы: ***1.*** *Найфэ А.* Введение в методы возмущений. М.: Мир. – 1984. – 631с. ***2.*** *Старжинский В.М.* Прикладные методы нелинейных колебаний. М.: Наука. – 1977. – 255с. ***3.*** С*токер Дж.* Нелинейные колебания в механических и электрических системах. М.: Издательство иностранной литературы. – 1953. – 256с. ***4.*** *Хаяси Т.* Нелинейные колебания в физических системах. М.: Мир. – 1968. – 431с. ***5.*** *Mikhlin Yu.V., Shmatko T.V., Manucharyan G.V.* Lyapunov definition and stability of regular or chaotic vibration modes in systems with several equilibrium positions // Computers&Structures. – 2004.- №82.- p. 2735-2737.