

Н.И. ЗАПОЛОВСКИЙ, канд. техн. наук, НТУ "ХПИ",
М.В. ЛИПЧАНСКИЙ, НТУ "ХПИ",
Н.А. ПИНЧУК, НТУ "ХПИ"

СИНТЕЗ ТЕРМИНАЛЬНЫХ УПРАВЛЕНИЙ ДВИЖЕНИЕМ ПОЕЗДА

Розглядаються питання розробки оптимізаційної математичної моделі для вирішення задачі оптимального управління розбігом дизель-потягу. Для синтезу управління як закону зміння тягового моменту потягу пропонується алгоритм у вигляді математичних співвідношень, які легко реалізуються програмним шляхом та дозволяють формувати управління у реальному масштабі часу.

The questions of development optimization mathematical model for the solving problem of optimal control diesel-train acceleration are considered. An algorithm for the synthesis of controls as a law of change train's trust moment as mathematical relations, easily realized in programmatic way and allowing forming controls in the real-time is offered.

Постановка проблемы. В настоящее время как в странах СНГ, так и в Украине определенное внимание в научных исследованиях отводится вопросам энергосбережения, приходящимся на долю железнодорожного транспорта. Как показывает опыт разработки подобных систем, решение этой проблемы может быть осуществлено путем создания эффективных систем управления. Существующие системы управления, разработанные ранее для различных видов железнодорожного транспорта, проектировались преимущественно только с учетом надежного функционирования определенных контуров регулирования, а не всей системы в целом. Одним из основных требований к разрабатываемым системам управления поездом является обеспечение его вывода на заданную скорость при минимальном расходе энергии или за минимальное время при соблюдении ограничений, предусмотренных графиком движения и конструктивными, и эксплуатационными требованиями, предъявляемыми к системам управления, энергетическому оборудованию и др. Это вызвано, прежде всего, необходимостью обеспечения требований безопасности, дальнейшего повышения эффективности перевозок и возможностью увеличения скорости движения, повышения надежности и ресурсосбережения [1 – 3]. В этой связи практический интерес представляет задача синтеза закона управления, обеспечивающего оптимизацию топливо-энергетических затрат при переводе исследуемого объекта из начального фазового состояния в конечное с соблюдением ограничений на фазовые координаты (скорость, ускорение) и управления за фиксированное время.

Анализ последних достижений и публикаций. Известен ряд публикаций [4 – 9], в которых рассматриваются вопросы синтеза законов

управления с учетом минимизации заданного критерия качества. Наиболее перспективным и реализуемым в системах управления объектами железнодорожного транспорта является метод терминальных управлений, разработанный Батенко А.П. [8]. Основой для нахождения терминальных управлений является система дифференциальных уравнений, описывающая объект управления, ограничения на фазовые координаты и функции от них, оптимизирующий функционал и граничные условия на левом (при $t = 0$) и правом (при $t = T$) концах фазовой траектории. Результатом решения является вектор-функция управления $u(u_1, u_2, \dots, u_m)$, минимизирующая на отрезке времени $[0, T]$ функционал и обеспечивающая выполнение наложенных ограничений и соблюдение граничных условий. Эта методика поиска оптимальных управлений использована в работах [9, 10]. Однако алгоритм и программа, осуществляющая поиск оптимальных управлений, требуют значительных затрат машинного времени, что не позволяет ее использовать в режиме реального времени. Поэтому разработка алгоритмов и программ для синтеза законов управления, обеспечивающих оптимизацию определенного критерия качества, и позволяющая осуществлять функционирование системы управления в реальном масштабе времени, на сегодняшний день является актуальной задачей.

Целью статьи является синтез закона управления в виде закона изменения тягового момента поезда в функции фазовых координат, обеспечивающего процесс разгона от начальной до заданной скорости за фиксированное время на определенном участке железнодорожного пути с учетом минимизации расхода топлива.

Реализация решения задачи синтеза. Для синтеза системы управления движением поезда в качестве управляющего воздействия является тяговый момент, развиваемый электроприводом. Математическая модель, описывающая динамику поезда, представляется уравнениями:

$$\frac{dV}{dt} = K_1(M_T - M_C); \quad (1)$$

$$\frac{dS}{dt} = V, \quad (2)$$

где V – скорость; $K_1 = R/J$; $J = mR^2$; m – масса поезда; M_T – тяговый момент поезда; M_C – момент сопротивления; S – путь; R – радиус колеса.

Момент сопротивления M_C определяется как:

$$M_C = j W_0 F_C R; \quad (3)$$

$$W_0 = \frac{1}{1000} (a_0 + a_1 V + a_2 V^2); \quad (4)$$

$$F_C = m g, \quad (5)$$

где j – коэффициент, учитывающий уклон пути; W_0 – удельное сопротивление движению; a_0, a_1, a_2 – постоянные коэффициенты; g – ускорение свободного падения.

Используя уравнения (1) – (5), выразим тяговый момент M_T как функцию фазовых координат (в данном случае – пройденного пути S):

$$M_T = \frac{1}{m R} \frac{d^2 S}{dt^2} + \left[a_0 + a_1 \frac{dS}{dt} + a_2 \left(\frac{dS}{dt} \right)^2 \right] \frac{j m g R}{1000}. \quad (6)$$

Пройденный путь может быть представлена в виде временного ряда с коэффициентами C_i [6]:

$$S(t) = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + \dots + C_i t^{i-1}. \quad (7)$$

Количество коэффициентов C_i ограничивается, с одной стороны, количеством известных граничных условий (для пути, скорости, ускорения), а с другой – разрядной сеткой используемого вычислительного устройства.

Исходя из этих замечаний, ограничиваем $i = 6$, и описываем траекторию пути в виде временного ряда вида:

$$S(t) = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + C_4 t^3 + C_5 t^4 + C_6 t^5. \quad (8)$$

Для конкретного участка пути известными являются: величина уклона j (профиль пути); начальные и конечные условия по пути и скорости движения (S_0, S_k, V_0, V_k); предельно-допустимые значения ускорения и силы тяги; время движения. Здесь четыре ограничения должны выполняться строго, то есть решается краевая задача. К ним относятся начальные и конечные значения пути и скорости. Данные о предельно-допустимых значениях ускорения используются для отыскания оптимальной траектории.

Поскольку значение предельно-допустимого ускорения находится в пределах $\pm 0,7 \text{ м/с}^2$, то имея карту (график) движения, можно синтезировать управления для отдельных участков движения. Тогда для участков разгона предельно-допустимое значение ускорения находится в пределах от 0 до $0,7 \text{ м/с}^2$, для участков замедления – от 0 до $-0,7 \text{ м/с}^2$ и для участков с постоянной скоростью – равно нулю.

Поскольку известны граничные условия для скорости движения и предельно-допустимые значения для ускорения, находится первая и вторая производная от функции $S(t)$, описываемой уравнением (8):

$$\frac{dS}{dt} = C_2 + 2C_3 t + 3C_4 t^2 + 4C_5 t^3 + 5C_6 t^4; \quad (9)$$

$$\frac{d^2 S}{dt^2} = 2C_3 + 6C_4 t + 12C_5 t^2 + 20C_6 t^3. \quad (10)$$

Обозначим: S_0, V_0 – соответственно начальные значения пути и скорости на определенном временном интервале $[t_0 - t_1]$ карты движения; S_1, V_1 –

соответственно конечные значения пути и скорости на временном интервале $[t_0 - t_1]$ карты движения; G_0, G_1 – соответственно значения величины ускорения в начале и конце траектории движения на временном интервале $[t_0 - t_1]$ карты движения, не превышающие их предельно-допустимых значений.

Для определения коэффициентов C_i ($i = 1, \dots, 6$) используем граничные условия по пути и скорости, и предельно-допустимые значения по ускорению.

Для определения длины участка пути на основании уравнения (8) получим:

$$C_2(t_1 - t_0) + C_3(t_1^2 - t_0^2) + C_4(t_1^3 - t_0^3) + C_5(t_1^4 - t_0^4) + C_6(t_1^5 - t_0^5) = S_1 - S_0. \quad (11)$$

Аналогично получаем уравнения для скорости и ускорения:

$$2C_3(t_1 - t_0) + 3C_4(t_1^2 - t_0^2) + 4C_5(t_1^3 - t_0^3) + 5C_6(t_1^4 - t_0^4) = V_1 - V_0; \quad (12)$$

$$6C_4(t_1 - t_0) + 12C_5(t_1^2 - t_0^2) + 20C_6(t_1^3 - t_0^3) = G_1 - G_0. \quad (13)$$

Обозначив $b_1 = (t_1 - t_0)$; $b_2 = (t_1^2 - t_0^2)$; $b_3 = (t_1^3 - t_0^3)$; $b_4 = (t_1^4 - t_0^4)$; $b_5 = (t_1^5 - t_0^5)$, из (11) определяем C_2 :

$$C_2 = \frac{1}{b_1} [(S_1 - S_0) - b_2 C_3 - b_3 C_4 - b_4 C_5 - b_5 C_6]. \quad (14)$$

Подставим полученное выражение для C_2 в уравнение (9) при $t = t_0$. Получим:

$$\frac{S_1 - S_0}{b_1} + \left[-\frac{b_2}{b_1} C_3 - \frac{b_3}{b_1} C_4 - \frac{b_4}{b_1} C_5 - \frac{b_5}{b_1} C_6 \right] + 2C_3 t_0 + 3C_4 t_0^2 + 4C_5 t_0^3 + 5C_6 t_0^4 = V_0. \quad (15)$$

Аналогичную операцию проделаем и для момента времени $t = t_1$ при граничной скорости V_1 . В результате получим:

$$C_3 \left(2t_0 - \frac{b_2}{b_1} \right) + C_4 \left(3t_0^2 - \frac{b_3}{b_1} \right) + C_5 \left(4t_0^3 - \frac{b_4}{b_1} \right) + C_6 \left(5t_0^4 - \frac{b_5}{b_1} \right) = V_0 - \frac{S_1 - S_0}{b_1}; \quad (16)$$

$$C_3 \left(2t_1 - \frac{b_2}{b_1} \right) + C_4 \left(3t_1^2 - \frac{b_3}{b_1} \right) + C_5 \left(4t_1^3 - \frac{b_4}{b_1} \right) + C_6 \left(5t_1^4 - \frac{b_5}{b_1} \right) = V_1 - \frac{S_1 - S_0}{b_1}. \quad (17)$$

Из (16) и (17) находим C_3 :

$$C_3 = \frac{1}{2b_1} [(V_1 - V_0) - 3b_2 C_4 - 4b_3 C_5 - 5b_4 C_6]. \quad (18)$$

В уравнения (16) и (17) подставляем значение C_3 , полученное из соотношения (18). В результате получим:

$$C_4 \left(3t_0^2 - \frac{b_3}{b_1} - \frac{3b_2 t_0}{b_1} + \frac{3b_2^2}{2b_1^2} \right) + C_5 \left(4t_0^3 - \frac{b_4}{b_1} - \frac{4b_3 t_0}{b_1} + \frac{2b_2 b_3}{b_1^2} \right) + \quad (19)$$

$$+ C_6 \left(5t_0^4 - \frac{b_5}{b_1} - \frac{5b_4 t_0}{b_1} + \frac{5b_2 b_4}{2b_1^2} \right) = V_0 - \frac{S_1 - S_0}{b_1} - \frac{2t_0 - b_2/b_1}{2b_1} (V_1 - V_0);$$

$$C_4 \left(3t_1^2 - \frac{b_3}{b_1} - \frac{3b_2 t_1}{b_1} + \frac{3b_2^2}{2b_1^2} \right) + C_5 \left(4t_1^3 - \frac{b_4}{b_1} - \frac{4b_3 t_1}{b_1} + \frac{2b_2 b_3}{b_1^2} \right) + \quad (20)$$

$$+ C_6 \left(5t_1^4 - \frac{b_5}{b_1} - \frac{5b_4 t_1}{b_1} + \frac{5b_2 b_4}{2b_1^2} \right) = V_1 - \frac{S_1 - S_0}{b_1} - \frac{2t_1 - b_2/b_1}{2b_1} (V_1 - V_0).$$

Из уравнения (13) при граничных условиях по ускорению (G_0 и G_1), получим:

$$6b_1 C_4 + 12b_2 C_5 + 20b_3 C_6 = G_1 - G_0. \quad (21)$$

Значение коэффициента C_1 можно определить из уравнения (8) при $t = t_1$:

$$C_1 = S_1 - C_2 t_1 - C_3 t_1^2 - C_4 t_1^3 - C_5 t_1^4 - C_6 t_1^5. \quad (22)$$

Обозначим:

$$a_{41} = 3t_0^2 - \frac{b_3}{b_1} - \frac{3b_2 t_0}{b_1} + \frac{3b_2^2}{2b_1^2}; \quad a_{42} = 4t_0^3 - \frac{b_4}{b_1} - \frac{4b_3 t_0}{b_1} + \frac{3b_2 b_3}{b_1^2};$$

$$a_{43} = 5t_0^4 - \frac{b_5}{b_1} - \frac{5b_4 t_0}{b_1} + \frac{5b_2 b_4}{2b_1^2}; \quad a_{51} = 3t_1^2 - \frac{b_3}{b_1} - \frac{3b_2 t_1}{b_1} + \frac{3b_2^2}{2b_1^2};$$

$$a_{52} = 4t_1^3 - \frac{b_4}{b_1} - \frac{4b_3 t_1}{b_1} + \frac{3b_2 b_3}{b_1^2}; \quad a_{53} = 5t_1^4 - \frac{b_5}{b_1} - \frac{5b_4 t_1}{b_1} + \frac{5b_2 b_4}{2b_1^2};$$

$$a_{61} = 6b_1; \quad a_{62} = 12b_2; \quad a_{63} = 20b_3;$$

$$g_1 = V_0 - \frac{S_1 - S_0}{b_1} - \frac{(2t_0 - b_2/b_1)}{2b_1} (V_1 - V_0);$$

$$g_2 = V_1 - \frac{S_1 - S_0}{b_1} - \frac{(2t_1 - b_2/b_1)}{2b_1} (V_1 - V_0); \quad g_3 = G_1 - G_0.$$

Используя данные обозначения и полученные уравнения (19) – (21), получим систему линейных алгебраических уравнений (23) относительно искомых коэффициентов C_4, C_5, C_6 . Коэффициенты C_1, C_2, C_3 находятся из уравнений (22), (14) и (18).

$$\begin{cases} a_{41} C_4 + a_{42} C_5 + a_{43} C_6 = g_1; \\ a_{51} C_4 + a_{52} C_5 + a_{53} C_6 = g_2; \\ a_{61} C_4 + a_{62} C_5 + a_{63} C_6 = g_3. \end{cases} \quad (23)$$

Решение системы уравнений (23) представлено в следующем виде:

$$C_4 = \frac{\Delta C_4}{\Delta}; \quad C_5 = \frac{\Delta C_5}{\Delta}; \quad C_6 = \frac{\Delta C_6}{\Delta};$$

$$\Delta = a_{41}(a_{52} a_{63} - a_{53} a_{62}) - a_{42}(a_{51} a_{63} - a_{53} a_{61}) + a_{43}(a_{51} a_{62} - a_{52} a_{61});$$

$$\Delta C_4 = g_1(a_{52} a_{63} - a_{53} a_{62}) - a_{42}(g_2 a_{63} - g_3 a_{53}) + a_{43}(g_2 a_{62} - g_3 a_{52});$$

$$\Delta C_5 = a_{41}(g_2 a_{63} - g_3 a_{53}) - g_1(a_{51} a_{63} - a_{53} a_{61}) + a_{43}(a_{51} g_3 - g_2 a_{61});$$

$$\Delta C_6 = a_{41}(g_3 a_{52} - g_2 a_{62}) - a_{42}(g_3 a_{51} - g_2 a_{61}) + g_1(a_{51} a_{62} - a_{52} a_{61}).$$

В итоге для каждого интервала времени $[t_0, t_1]$ могут быть найдены коэффициенты C_i ($i = 1, \dots, 6$), и, соответственно, управления в виде тягового момента M_T .

Поиск оптимальной фазовой траектории осуществляется путем варьирования значений ускорений на левом и правом концах допустимых траекторий. Поскольку физически возможный диапазон его изменения незначительный ($0 - 0,7 \text{ м/с}^2$), то может быть использован метод последовательного перебора, но не исключается и градиентный поиск. При шаге в $0,01 \text{ м/с}^2$ необходимо выполнить около 100 просчетов для определения оптимальной траектории, что вполне приемлемо при использовании для этих целей современных ПЭВМ, обеспечивая при этом формирование сигнала управления в реальном времени.

В качестве оптимизируемого параметра рассматривался расход топлива (энергии) при известном удельном расходе.

Для дизель-поезда (для случая использования дизеля типа 12V 183TDB) расход топлива для конкретной позиции контроллера машиниста определяется на основе универсальной характеристики дизеля.

При условии работы дизеля по регулировочной характеристике удельный расход топлива, в зависимости от полной потребляемой мощности энергетической системой дизель-поезда, может быть описан уравнением вида

$$g_e = g_e(P_e, N), \quad (24)$$

где g_e – удельный расход топлива; P_e – полная мощность, потребляемая энергетической системой дизель-поезда; N – номер позиции контроллера машиниста.

Удельная расходная характеристика дизеля в зависимости от потребляемой мощности может быть описана уравнением вида

$$g_e(P_e) = K_0 + K_1 P_e + K_2 P_e^2 - K_3 P_e^3, \quad (25)$$

где K_0, K_1, K_2, K_3 – коэффициенты аппроксимации.

Расход топлива при движении дизель-поезда по заданному участку пути согласно определенной допустимой фазовой траектории будет определяться как

$$Q = \int_{t_0}^{t_1} g_e(P_e) P_e dt. \quad (26)$$

При выборе оптимальной фазовой траектории для заданного участка пути признаком оптимальности является минимум функционала (26), то есть минимальные затраты дизельного топлива при прохождении участка пути за фиксированное время.

Выводы. Разработан алгоритм поиска оптимальных управлений при движении поезда по заданному участку пути, который не критичен к длине участка, а, следовательно, и времени прохождения, поскольку имеется возможность дробить участки пути при расчете оптимальной траектории на отдельные части.

Исследование законов управления с использованием математической модели подтвердило перспективность использования данного алгоритма для синтеза оптимальных управлений поездом в процессе разгона.

В дальнейшем планируется разработанный алгоритм поиска использовать при создании систем управления электропоездами и дизель-поездами, а так же при создании скоростного и высокоскоростного железнодорожного транспорта.

Список литературы: 1. Скоростной и высокоскоростной железнодорожный транспорт. В прошлом, настоящем и будущем. – СПб.: Изд-во. “Информационный центр “Выбор”. – 2001. – Т.1. – 256 с. 2. *Басов Г.Г.* Прогнозування розвитку дизель-поїздів для залізниць України: Монографія. Ч. 1. – Харків: “Апекс+”, 2004. – 240 с. 3. *Басов Г.Г., Яцько С.І.* Розвиток електричного моторвагонного рухомого складу. Ч. 2. – Харків: “Апекс+”, 2005. – 248 с. 4. *Костромин А.М.* Об оптимальном управлении тепловозом // Оптимизация управления и повышение эффективности работы локомотивов // Труды Белорус. ин-та инж. ж.-д. трансп. – Гомель, 1984. – С. 42–49. 5. *Костромин А.М.* Оптимизация управления локомотивом. – М.: Транспорт, 1979. – 119 с. 6. *Луков Н.М.* Автоматизация тепловозов, газотурбовозов и дизель-поездов. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с. 7. *Ерофеев Е.В., Мостов И.С.* Оптимизация программ движения поездов // Труды Москов. ин-та инж. ж.-д. трансп. – 1977. – № 550. – С. 121–125. 8. *Батенко А.П.* Системы терминального управления. – М.: Радио и связь, 1984. – 160 с. 9. *Носков В.И., Колыбин Ю.Н., Липчанский М.В.* Оптимизационная модель для синтеза терминальных управлений движением электропоезда // Вісник НТУ “ХПІ”: Збірка наукових праць. Тематичний випуск: Автоматика та приладобудування. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2001. – № 4. – С. 15–19. 10. *Носков В.И., Дмитриченко В.Д., Заполовский Н.И., Леонов С.Ю.* Моделирование и оптимизация систем управления и контроля локомотивов. – Харьков: ХФИ “Транспорт Украины”, 2003. – 248 с.

Поступила в редакцию 23.04.2007