

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО БИОТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Казак А.Н., Тимиргалеева Р.Р., Гришин И.Ю., Филимоненкова Т.Н.
Крымский федеральный университет, г. Ялта

Основой современной экономики являются наукоемкие отрасли производства, основанные на критических технологиях. Одной из таких отраслей является биотехнология. Рассмотрим простой пример моделирования и оптимизации производственного процесса подобного предприятия.

Пусть $P(x)$ – прибыль такого предприятия, которая может быть представлена выражением $P(x) = Wf(x) - px$, где x – количество ресурса, использующегося в биотехнологическом производстве (например, число бактерий или клеток в клеточной культуре), $f(x)$ – производственная функция, W – цена единицы производимой продукции, p – цена единицы ресурса [1]. Если \hat{x} – оптимальный объем используемого ресурса, обеспечивающий получение максимальной прибыли при производстве продукции, то

$$\left. \frac{dP(x)}{dx} \right|_{\hat{x}} = W \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{\hat{x}} - p = 0,$$

откуда может быть получено оптимальное значение величины производной производственной функции в точке $\left. \frac{dP(x)}{dx} \right|_{\hat{x}}$:

$$\left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{\hat{x}} = \frac{p}{W}.$$

Известно [2], что производство ресурса x зависит от температуры T производственной среды и концентрации C питательного вещества, используемого при производстве, что может быть описано уравнением

$$\frac{dx}{dt} = Ax, \quad (1)$$

где $A = A(T, C)$.

Решение (1) может быть получено в виде [3]: $x = x_0 l^{At}$, где x_0 – начальное количество ресурса (в момент времени $t = 0$).

Это позволяет определить время τ оптимального решения задачи фирмы в зависимости от значения величин T и C , исходя из условия $x^* = x_0 l^{A\tau}$, откуда искомая величина будет определена в соответствии с выражением

$$\tau = \frac{1}{A(T,C)} \ln \frac{x^*}{x_0}.$$

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 14-46-01623).

Литература:

1. Грисенко М.В. Математика для економістів: Методи й моделі, приклади й задачі / М.В. Грисенко. – К.: Либідь, 2007. – 718 с.
2. Хакен Г. Синергетика / Г. Хакен. – М.: Мир, 1980. – 404 с.
3. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В.И. Арнольд. – М.: Наука. – 1975. – 239 с.