

ВИКОРИСТАННЯ ТЕНЗОРІВ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОСТІ В АНІЗОТРОПНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Пріщенко О.П.

*Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут», м. Харків*

Розглянемо як приклад закон Ома. У анізотропному середовищі електропровідність σ буде залежати від напрямку, і закон Ома не може бути описаний в простій формі. Для простоти розглянемо двовимірний випадок (рис. 1), коли в обраній системі координат $(X_1; X_2)$ вектори E напруженості електричного поля і j щільності струму не збігаються. А це може бути лише в разі нерівності $\sigma_{11} \neq \sigma_{22}$, тобто електропровідність вздовж одного з координатних напрямків не збігається з електропровідністю вздовж іншого координатного напрямку. Для осевих напрямків $(e_1, i e_2)$, кожне з яких в анізотропному середовищі характеризується певним значенням електропровідності (σ_{11} і σ_{22} відповідно), значення компонент щільності струму будуть наступними:

$$j_1 = \sigma_{11} \cdot E_1 \cdot j_2 = \sigma_{22} \cdot E_2 \cdot j_3 = 0.$$

При нерівності значень електропровідності в цих напрямках (тобто $\sigma_{11} \neq \sigma_{22}$) вектор щільності струму j , який дорівнює сумі його компонент: $j = j_1 + j_2$ не співпадатиме у напрямку з вектором напруженості електричного поля $E = E_1 + E_2$ (рис. 1).

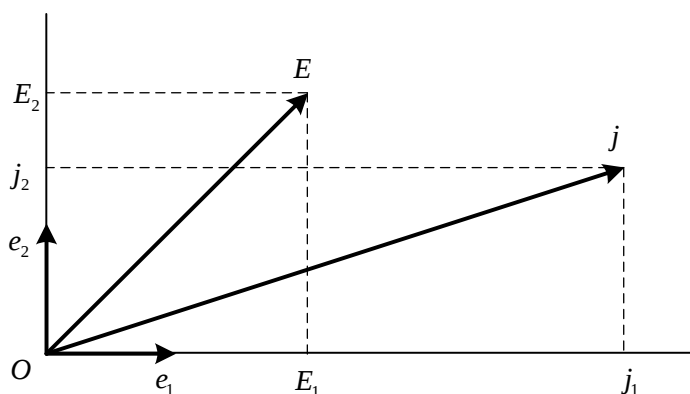


Рис. 1 – Ілюстрація закону Ома в анізотропному середовищі, для якого $\sigma_{11} \neq \sigma_{22}$ ($\bar{e}_1$ і $\bar{e}_2$ – орієнтування осей ортонормованої системи координат)

При переході до тривимірного випадку, тобто до трьох координатних векторів X_1, X_2, X_3 , кожна компонента вектора $j(j_1, j_2, j_3)$ буде залежати від усіх трьох компонент вектора $E(E_1, E_2, E_3)$. В результаті отримаємо систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} j_1 = \sigma_{11} \cdot E_1 + \sigma_{12} \cdot E_2 + \sigma_{13} \cdot E_3, \\ j_2 = \sigma_{21} \cdot E_1 + \sigma_{22} \cdot E_2 + \sigma_{23} \cdot E_3, \\ j_3 = \sigma_{31} \cdot E_1 + \sigma_{32} \cdot E_2 + \sigma_{33} \cdot E_3, \end{cases}$$

що дозволяє знайти щільність струму $j(j_1, j_2, j_3)$ в кристалі, на який діє поле напруженості E .

Легко усвідомити сенс (і спосіб визначення) коефіцієнтів σ_{ik} . У компактному вигляді будь-яке з рівнянь системи може бути записано в наступному вигляді: $j_i = \sigma_{ik} \cdot E_k$.