

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И АНАЛИЗ ИМПУЛЬСНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ ЛИНЕЙНОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ПРИ НЕЗАВИСИМОМ ПИТАНИИ ЕГО ОБМОТОК

Сформульована математична модель лінійного електродвигуна, що відповідає режиму ударного силового імпульсу для збудження коливань земної кори при пошуку корисних копалин. Її особливістю є наявність нелінійних трьохпараметричних функцій диференціальних індуктивностей і взаємодіючих індуктивностей обмоток, а також електромагнітної сили взаємодії реактора і якоря.

Сформулирована математическая модель линейного электродвигателя, возбуждающего колебания земной коры при поиске полезных ископаемых, соответствующая режиму ударного силового импульса. Ее особенностью является наличие нелинейных трехпараметрических функций дифференциальных индуктивностей и взаимодіючих индуктивностей обмоток, а также электромагнитной силы взаимодействия реактора и якоря.

Введение. Линейный импульсный электродвигатель (ЛИЭД) рассматриваемого типа [1, 2] предназначен для создания в земной коре слабых сейсмических колебаний для поиска полезных ископаемых. Его конструкция и принцип действия представлены в [1-3], а здесь его упрощенная схема показана на рис. 1.

При подаче импульсов токов i_r и i_a в обмотки взаимодействие реактора и якоря порождает электромагнитную силу F_{em} . Якорь движется со скоростью v_a и через опорную плиту производит ударное воздействие на грунт, а инерционный реактор со скоростью v_r отскакивает вверх. За рабочий интервал взаимное перемещение якоря и реактора составляет примерно половину полюсного деления (полюсное деление τ_p – шаг между осями соседних зубцов якоря или реактора).

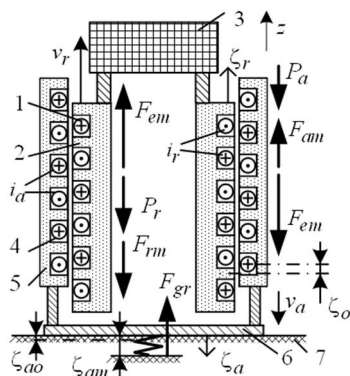


Рис. 1. Схема активной силовой части ЛИЭД: 1, 2, 3 – обмотка, сердечник и инерционная масса реактора; 4, 5, 6 – обмотка, сердечник и опорная плита якоря; 7 – грунт

Математическая модель и расчетный анализ ударного режима работы ЛИЭД были представлены в [2]. Там рассматривался вариант его питания от одного источника при последовательном соединении обмоток реактора и якоря. Однако с практической точки зрения может быть целесообразным и вариант с их независимым питанием от индивидуальных источников. Это позволяет понизить уровень напряжения ЛИЭД и всего электрооборудования в два раза и, тем самым, повысить электробезопасность в условиях эксплуатации и упростить систему электроизоляции.

Электрическая схема замещения ЛИЭД при независимом питании обмоток представлена на рис. 2,

где индексы r и a в обозначениях параметров соответствуют реактору и якорю.

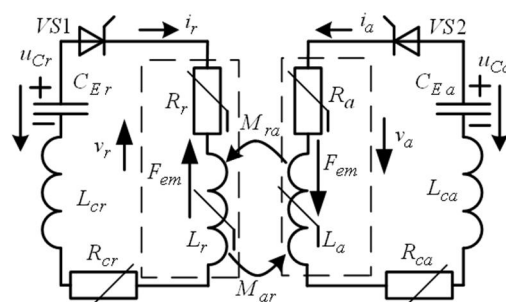


Рис. 2. Электрическая схема замещения ЛИЭД

Обмотки реактора и якоря представлены сопротивлениями R_r и R_a , индуктивностями L_r и L_a , а также через коэффициенты взаимной индуктивности M_{ra} и M_{ar} учитывается их магнитная связь. Все эти величины являются нелинейными. Сопротивления зависят от изменяющихся температур обмоток. Собственные и взаимные индуктивности являются сложными трехпараметрическими функциями, так как ввиду движения и наличия сильнонасыщенных ферромагнитных сердечников зависят от токов i_r и i_a , а также от взаимного смещения ζ реактора и якоря. В таких условиях должны использоваться исключительно дифференциальные параметры L_r , L_a , M_{ra} и M_{ar} , причем два последние, в отличие от линейных систем, могут отличаться друг от друга.

В схеме на рис. 2 представлены также сопротивления R_{cr} , R_{ca} с температурной нелинейностью и индуктивности L_{cr} , L_{ca} подводящих электрокабелей.

Конденсаторные накопители энергии имеют емкости C_{Er} , C_{Ea} и изменяющиеся напряжения

$$u_{Cr} = U_{Cro} - \frac{1}{C_{Er}} \int_0^t i_r dt; \quad u_{Ca} = U_{Cao} - \frac{1}{C_{Ea}} \int_0^t i_a dt, \quad (1)$$

где U_{Cro} , U_{Cao} – их начальные значения; t – время.

Инициализация работы ЛИЭД производится одновременной коммутацией тиристоров $VS1$ и $VS2$ в цепях обмоток реактора и якоря, они же исключают изменение направления токов в процессе работы.

Электромагнитные процессы в ЛИЭД неразрывно связаны с силовыми взаимодействиями.

Источником силовых процессов является упоминавшаяся сила F_{em} , которая в равной мере действует и на реактор, и на якорь, только в разные стороны (рис. 1). Эта сила также является трехпараметрической функцией, завися от токов i_r , i_a и взаимного аксиального смещения реактора и якоря ζ .

На реактор и якорь действуют также силы инерции $F_{mr} = m_r a_r$, $F_{ma} = m_a a_a$ и их весовые силы $P_r = m_r g_{gr}$, $P_a = m_a g_{gr}$, где m_r , m_a , a_r , a_a – массы и ускорение движения реактора и якоря; g_{gr} – гравитационная постоянная.

К важнейшим силам относится сила реакции упругого грунта F_{gr} , которая в условиях эксплуатации зависит от целого ряда слабо прогнозируемых факторов, поэтому ее адекватное определение в процессе расчета является практически невыполнимой задачей. Но для обеспечения расчетов ЛИЭД в [2] была принята гипотетическая зависимость силы $F_{gr}(\zeta_a)$ от осевого смещения якоря. В исходном положении $\zeta_a = 0$, а при ударном режиме работы имеет место максимальная деформация грунта на ζ_{am} . При этом F_{gr} достигает максимального значения F_{grm} , которое задается на основе тестовых расчетов ЛИЭД в зависимости от максимально возможной силы F_{em} .

Для прямого хода якоря с углублением опорной плиты в грунт была принята линейная зависимость $F_{gr} = k_{res1} \zeta_a$, где коэффициент упругости грунта $k_{res1} = F_{grm} / \zeta_{am}$. После ослабления силы F_{em} упругая сила F_{gr} отбрасывает якорь в исходное положение и на обратном ходе принята параболическая функция $F_{gr} = k_{res2} (\zeta_a - \zeta_{ao})^2$ с частично необратимой деформацией грунта ζ_{ao} , где коэффициент упругости грунта $k_{res2} = F_{grm} / (\zeta_{am} - \zeta_{ao})^2$.

Постановка задач исследования. Целью данной работы является представление математической модели, характеризующей рабочий импульсный режим рассматриваемого ЛИЭД с независимым питанием обмоток с учетом совокупности электромагнитных, механических и тепловых процессов, а также проведение расчетного анализа процесса работы для конкретного тестового варианта ЛИЭД.

Очевидно, что по сравнению с имеющимися аналогами таких разработок, но для ЛИЭД с последовательным питанием обмоток, задача многократно усложняется из-за наличия упоминавшихся трехпараметрических функций индуктивных параметров и электромагнитной силы, которые в аналогах были только двухпараметрическими.

Математическая модель ЛИЭД.

Электромагнитные процессы в рабочем режиме ЛИЭД в соответствии с его электрической схемой замещения (рис. 2) описываются уравнениями

$$\frac{d\Psi_r}{dt} + L_{Cr} \frac{di_r}{dt} = u_{Cr} - u_{Rr}; \quad (2)$$

$$\frac{d\Psi_a}{dt} + L_{Ca} \frac{di_a}{dt} = u_{Ca} - u_{Ra}, \quad (3)$$

где Ψ_r , Ψ_a – результирующие магнитные потокоцепления (МПС) обмоток реактора и якоря, складывающиеся из собственных и взаимных МПС; $u_{Rr} = i_r(R_r + R_{Cr})$, $u_{Ra} = i_a(R_a + R_{Ca})$ – падения напряжения на соответствующих сопротивлениях.

С учетом трехпараметрических зависимостей МПС их производные преобразуются к виду

$$\frac{d\Psi_r}{dt} = \frac{\partial\Psi_r}{d\zeta} \cdot \frac{d\zeta}{dt} + \frac{\partial\Psi_r}{\partial i_r} \cdot \frac{di_r}{dt} + \frac{\partial\Psi_r}{\partial i_a} \cdot \frac{di_a}{dt}; \quad (4)$$

$$\frac{d\Psi_a}{dt} = \frac{\partial\Psi_a}{d\zeta} \cdot \frac{d\zeta}{dt} + \frac{\partial\Psi_a}{\partial i_a} \cdot \frac{di_a}{dt} + \frac{\partial\Psi_a}{\partial i_r} \cdot \frac{di_r}{dt}. \quad (5)$$

В этих выражениях выделим дифференциальные собственные и взаимные индуктивности

$$L_r = \frac{\partial\Psi_r}{\partial i_r}; L_a = \frac{\partial\Psi_a}{\partial i_a}; M_{ra} = \frac{\partial\Psi_r}{\partial i_a}; M_{ar} = \frac{\partial\Psi_a}{\partial i_r}, \quad (6)$$

а также коэффициенты, которые для удобства оперирования назовем условно индуктивностями движения

$$L_{r\zeta} = \frac{\partial\Psi_r}{d\zeta}; L_{a\zeta} = \frac{\partial\Psi_a}{d\zeta}. \quad (7)$$

Обозначим временные производные токов через $i_r' = di_r/dt$, $i_a' = di_a/dt$, а также скорость взаимного перемещения реактора и якоря $v_{ra} = d\zeta/dt$, которая составляется из их индивидуальных скоростей $v_{ra} = v_r + v_a$.

Теперь можно оперировать с ЭДС самоиндукции и взаимоиндукции

$$e_{Lr} = L_r i_r'; e_{La} = L_a i_a'; e_{Mra} = M_{ra} i_a'; e_{Mar} = M_{ar} i_r', \quad (8)$$

а также с ЭДС движения

$$e_{vr} = L_{r\zeta} v_{ra}; e_{va} = L_{a\zeta} v_{ra}. \quad (9)$$

В итоге уравнения (2), (3) представляются в виде

$$(L_r + L_{Cr}) \cdot i_r' + M_{ra} \cdot i_a' = u_{Cr} - u_{Rr} - e_{vr}; \quad (10)$$

$$M_{ar} \cdot i_r' + (L_a + L_{Ca}) \cdot i_a' = u_{Ca} - u_{Ra} - e_{va}. \quad (11)$$

Тепловой процесс в обмотках и кабелях в течение кратковременного рабочего импульса можно считать адиабатическим. Тогда температуры и сопротивления их медных проводников определяются по формулам

$$T_e = T_{eo} + \frac{1}{c_{pe} m_{Cue}} \int_0^t R_e i_e^2 dt, \quad (12)$$

$$R_e = R_{eo} [1 + \alpha_{pe} (T_e - T_{eo})], \quad (13)$$

где индекс e подразумевает соответствующие параметры проводника каждого из названных элементов; m_{Cue} , c_{pe} , T_{eo} , R_{eo} , α_{pe} – их массы, удельная теплоемкость, исходные температуры и соответствующие сопротивления, температурный коэффициент сопротивления.

Баланс сил в механической системе ЛИЭД (рис. 1) описывается на основе уравнений

$$F_{em} = P_r + F_{mr}; F_{em} = F_{ma} + F_{gr} - P_a, \quad (14)$$

из которых получаются ускорения и скорости движения реактора и якоря и их аксиальные смещения:

$$a_r = F_{em} / m_r - g_{gr}; a_a = (F_{em} - F_{gr}) / m_a + g_{gr}, \quad (15)$$

$$v_r = \int_0^t a_r dt; v_a = \int_0^t a_a dt, \quad (16)$$

$$\zeta_r = \int_0^t v_r dt; \zeta_a = \int_0^t v_a dt, \quad (17)$$

что и дает их взаимное смещение

$$\zeta = \zeta_r + \zeta_a + \zeta_o, \quad (18)$$

где ζ_0 – начальное смещение реактора в сторону, противоположную его движению из положения "нейтрала", когда зубцы и пазы реактора и якоря расположены посередине друг друга, т.е. $\zeta_0 < 0$ [1, 2].

Принципы подготовки и работа с трехпараметрическими функциями

Для решения системы всех представленных уравнений и соотношений необходимы трехпараметрические функции МПС $\Psi_r(\zeta, i_r, i_a)$, $\Psi_a(\zeta, i_r, i_a)$ и электромагнитной силы $F_{em}(\zeta, i_s, i_a)$. Их подготовка, а также оперирование с частными производными МПС, оказались наиболее сложной частью расчета переходного процесса, характеризующего импульсный рабочий режим ЛИЭД. Принципы преодоления этой проблемы заложены в [2, 4], но теперь задача еще многократно усложнилась ввиду перехода от двух- к трехпараметрическим функциям.

Как и в [2, 4], функции $\Psi_r(\zeta, i_r, i_a)$, $\Psi_a(\zeta, i_r, i_a)$ и $F_{em}(\zeta, i_s, i_a)$ были подготовлены численно-полевыми расчетами методом конечных элементов по программе FEMM [5] с учетом реальной геометрии, "коллекторной" шихтовки и насыщения сердечников. Было определено, что для получения достаточно "гладких" функций должно хватить структуры сочетаний из $K_\zeta = 10$ значений ζ и по $K_{ir} = K_{ia} = 12$ значений i_r и i_a , т.е. общее число сочетаний составило $(10 \times 12 \times 12)$ или 1440, на что сравнительно эффективному компьютеру (2,8 ГГц) потребовалось около 22 часов расчетного времени. Естественно, что "ручная" организация перебора вариантов и "извлечения" результатов расчета были неприемлемы, а с задачей справилась управляющая программа, написанная на алгоритмическом языке Lua [5].

Для получения в ходе расчета переходного процесса конкретных значений F_{em} и дифференциальных индуктивных параметров $L_r, L_a, M_{ra}, M_{ar}, L_{r\zeta}$ и $L_{a\zeta}$ при текущих значениях ζ, i_r и i_a использовалась локальная аппроксимация табличных функции кубическими полиномами отдельно по каждому из аргументов при фиксировании двух других аргументов, подобно тому, как это делалось для двухпараметрической функции [4]. Рассмотрим это на примере более трудного варианта – МПС, так как для него надо определять не сами значения, а частные производные по трем параметрам (4)-(7).

Как уже представлено, имеется трехмерный массив МПС (индексы r или a при Ψ уберем, т.к. для МПС реактора и якоря действия, в принципе, аналогичны):

$$\Psi_{n,j,i}, n=1..K_\zeta, j=1..K_{ir}; i=1..K_{ia}, \quad (19)$$

которому соответствовали одномерные массивы перемещений и токов

$$\zeta_n, n=1..K_\zeta; i_r, j=1..K_{ir}; i_a, i=1..K_{ia}. \quad (20)$$

Для иллюстраций структуру полученного массива (19) представим фрагментарно на рис. 3 в виде трехкоординатной сеточной структуры, где координаты линий соответствуют (20), а узлы – (19).

Предположим, что в процессе расчета определены значения ζ, i_r и i_a , а для продолжения расчета необходимы частные производные (6), (7). Для этого предлагается следующая процедура, основанная на аппроксимации функции $\Psi(\zeta, i_r, i_a)$ однокоординат-

ными кубическими полиномами. На рис. 3 точка с указанными координатами помечена кружочком и попала внутрь ячейки в виде параллелепипеда, левый нижний ближний угол которого идентифицируется тройным номером n, j, i .

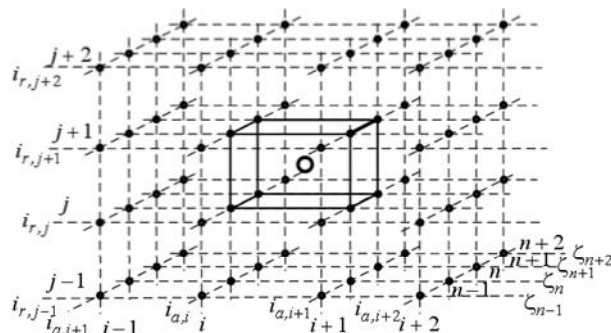


Рис. 3. Условная структура массивов для определения производных МПС и электромагнитных сил

Сначала из структуры на рис. 3 возьмем одну плоскость с фиксированным номером n (рис. 4,а). На горизонтальной линии с номером j в пределах отрезка между номерами i и $i+1$ предполагаем кубический полином

$$\Psi = a + b \cdot i_a + c \cdot i_a^2 + d \cdot i_a^3. \quad (21)$$

Значения коэффициентов a, b, c, d получим, используя четыре значения МПС из массива (19) в прилегающих узлах на пересечении линии j с линиями $i-1, i, i+1, i+2$ и на основе (21) составим систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} a + b \cdot i_{a,i-1} + c \cdot i_{a,i-1}^2 + d \cdot i_{a,i-1}^3 &= \Psi_{n,j,i-1}; \\ a + b \cdot i_{a,i} + c \cdot i_{a,i}^2 + d \cdot i_{a,i}^3 &= \Psi_{n,j,i}; \\ a + b \cdot i_{a,i+1} + c \cdot i_{a,i+1}^2 + d \cdot i_{a,i+1}^3 &= \Psi_{n,j,i+1}; \\ a + b \cdot i_{a,i+2} + c \cdot i_{a,i+2}^2 + d \cdot i_{a,i+2}^3 &= \Psi_{n,j,i+2}. \end{aligned} \quad (22)$$

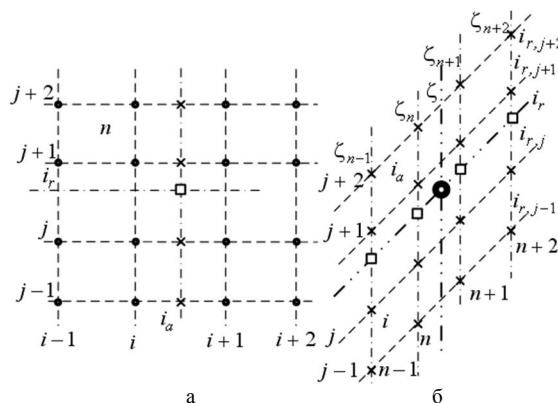


Рис. 4. Частные одноплоскостные структуры элементов массивов

Решив систему алгебраических уравнений (22) по (21) находим значение МПС в точке при значении i_a (крестик) и здесь же производную по i_a

$$\Psi_{n,j,ia} = a + b \cdot i_a + c \cdot i_a^2 + d \cdot i_a^3; \quad (23)$$

$$(\Psi'_{n,j,ia})_{ia} = b + 2 \cdot c \cdot i_a + 3 \cdot d \cdot i_a^2. \quad (24)$$

Проделав все то же на линиях $j-1, j+1, j+2$, получим значения МПС и его производной в наборе точек, отмеченных на рис. 4,а крестиками, а именно,

$$\Psi_{n,j-1,ia}; \Psi_{n,j,ia}; \Psi_{n,j+1,ia}; \Psi_{n,j+2,ia}; \quad (25)$$

$$(\Psi'_{n,j-1,ia})_{ia}; (\Psi'_{n,j,ia})_{ia}; (\Psi'_{n,j+1,ia})_{ia}; (\Psi'_{n,j+2,ia})_{ia} \cdot (26)$$

Теперь на вертикальной линии (рис. 4,а) с точками, отмеченными крестиками, в пределах отрезка между номерами j и $j+1$ со значением i_r , предполагается свой полином со своими коэффициентами a, b, c, d

$$\Psi = a + b \cdot i_r + c \cdot i_r^2 + d \cdot i_r^3. \quad (27)$$

Для четырех указанных точек составляется система алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} a + b \cdot i_{r,j-1} + c \cdot i_{r,j-1}^2 + d \cdot i_{r,j-1}^3 &= \Psi_{n,j-1,ia}; \\ a + b \cdot i_{r,j} + c \cdot i_{r,j}^2 + d \cdot i_{r,j}^3 &= \Psi_{n,j,ia}; \\ a + b \cdot i_{r,j+1} + c \cdot i_{r,j+1}^2 + d \cdot i_{r,j+1}^3 &= \Psi_{n,j+1,ia}; \\ a + b \cdot i_{r,j+2} + c \cdot i_{r,j+2}^2 + d \cdot i_{r,j+2}^3 &= \Psi_{n,j+2,ia}. \end{aligned} \quad (28)$$

После ее решения получаются значения a, b, c, d и подстановкой их и конкретного значения тока i_r в (27) получаем МПС $\Psi_{n,ir,ia}$ в точке, помеченной на рис.4,а квадратиком. Здесь же из (27) получается производная МПС по i_r

$$(\Psi'_{n,ir,ia})_{ir} = b + 2 \cdot c \cdot i_r + 3 \cdot d \cdot i_r^2. \quad (29)$$

Полином и система уравнений, аналогичных (27) и (28), составляются для производной МПС по i_a , т.е.

$$(\Psi')_{ia} = a + b \cdot i_r + c \cdot i_r^2 + d \cdot i_r^3; \quad (30)$$

$$\begin{aligned} a + b \cdot i_{r,j-1} + c \cdot i_{r,j-1}^2 + d \cdot i_{r,j-1}^3 &= (\Psi'_{n,j-1,ia})_{ia}; \\ a + b \cdot i_{r,j} + c \cdot i_{r,j}^2 + d \cdot i_{r,j}^3 &= (\Psi'_{n,j,ia})_{ia}; \\ a + b \cdot i_{r,j+1} + c \cdot i_{r,j+1}^2 + d \cdot i_{r,j+1}^3 &= (\Psi'_{n,j+1,ia})_{ia}; \\ a + b \cdot i_{r,j+2} + c \cdot i_{r,j+2}^2 + d \cdot i_{r,j+2}^3 &= (\Psi'_{n,j+2,ia})_{ia}. \end{aligned} \quad (31)$$

В итоге по (30) в точке (квадратик) на рис. 4,а при фиксированных значениях i_r и i_a получается значение производной МПС по i_a , т.е. $(\Psi'_{n,ir,ia})_{ia}$.

Действия от (21) до (31) выполняются на рис. 3 во всех плоскостях того же типа, как на рис. 4,а при замене номера n на $n-1, n+1$ и $n+2$. Таким образом, в точках, отмеченных на рис. 4,б квадратиками, получаются четверки значений МПС и его производных

$$\Psi_{n-1,ir,ia}; \Psi_{n,ir,ia}; \Psi_{n+1,ir,ia}; \Psi_{n+2,ir,ia}; \quad (32)$$

$$(\Psi'_{n-1,ir,ia})_{ia}; (\Psi'_{n,ir,ia})_{ia}; (\Psi'_{n+1,ir,ia})_{ia}; (\Psi'_{n+2,ir,ia})_{ia}; \quad (33)$$

$$(\Psi'_{n-1,ir,ia})_{ir}; (\Psi'_{n,ir,ia})_{ir}; (\Psi'_{n+1,ir,ia})_{ir}; (\Psi'_{n+2,ir,ia})_{ir}. \quad (34)$$

На линии с этими значениями (рис. 4,б) в точке с координатой ζ (точка обозначена увеличенным кружочком) с использованием уже изложенных действий в итоге получаются значения частных производных по трем параметрам i_r, i_a и ζ , а именно

$$(\Psi'_{\zeta,ir,ia})_{\zeta}; (\Psi'_{\zeta,ir,ia})_{ir}; (\Psi'_{\zeta,ir,ia})_{ia}. \quad (35)$$

Если в качестве функции МПС Ψ использовать МПС реактора Ψ_r , то в соответствии с (6) и (7) получим $L_r = (\Psi'_{r,\zeta,ir,ia})_{ir}$; $M_{ra} = (\Psi'_{r,\zeta,ir,ia})_{ia}$; $L_{r\zeta} = (\Psi'_{r,\zeta,ir,ia})_{\zeta}$; если Ψ_a , то $M_{ar} = (\Psi'_{a,\zeta,ir,ia})_{ir}$; $L_a = (\Psi'_{a,\zeta,ir,ia})_{ia}$; $L_{a\zeta} = (\Psi'_{a,\zeta,ir,ia})_{\zeta}$. Очевидно, что эти значения для конкретного сочетания параметров i_r, i_a и ζ получены по 64 зна-

чениям каждой из функций ВМП в окружающих узлах из массивов (19).

Оперирование с функцией силы $F_{em}(\zeta, i_s, i_a)$ производится аналогично, но с меньшими затратами, так как в этом случае требуется найти только значения F_{em} , а не частных производных.

Примеры зависимости МПС и силы F_{em} от тока обмоток и величины ζ есть в [2, 3]. Иллюстрация частных зависимостей индуктивных параметров обмоток ЛИЭД от взаимного аксиального смещения якоря и реактора дана на рис. 5-7. Здесь каждая из кривых соответствует конкретному сочетанию токов обмоток, хотя вместо токов использованы более универсальные величины – МДС, приходящиеся на паз реактора $F_{n,r}$ и якоря $F_{n,a}$, которые связаны с токами простыми соотношениями

$$F_{n,r} = i_r N_n / a_p; \quad F_{n,a} = i_a N_n / a_p, \quad (36)$$

где N_n, a_p – одинаковые для обеих обмоток числа витков в пазу и параллельных ветвей.

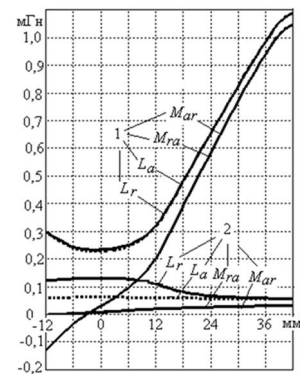


Рис. 5. Зависимость индуктивных параметров обмоток ЛИЭД от взаимного смещения реактора и якоря: 1 – $F_{n,r} = 0$; $F_{n,a} = 0$; 2 – $F_{n,r} = 100$ кА; $F_{n,a} = 0$

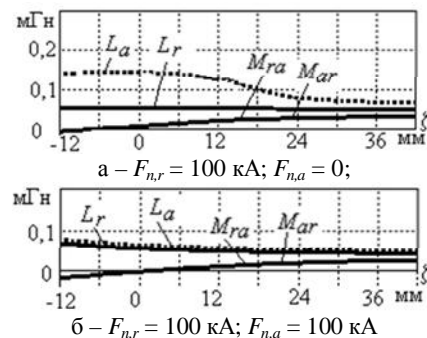


Рис. 6. Варианты зависимости индуктивных параметров обмоток от взаимного смещения ζ

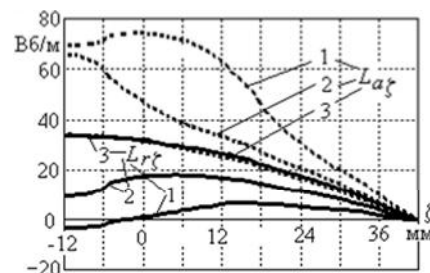


Рис. 7. Варианты зависимости индуктивностей движения обмоток от взаимного смещения ζ при сохранении $F_{n,r} = 100$ кА и 1 – $F_{n,a} = 0$; 2 – $F_{n,a} = 50$ кА; 3 – $F_{n,a} = 100$ кА

Указанные значения МДС 100 кА соответствуют достигаемым при работе ЛИЭД максимумам токов. Значение $\zeta = -12$ мм соответствует ζ_0 [6], $\zeta = 0$ – положение на геометрической "нейтральной", $\zeta = 42$ мм – совмещение зубцов реактора и якоря.

Из рисунков очевидна явно выраженная нелинейность всех индуктивных параметров и их сильная зависимость как от взаимного смещения реактора и якоря, так и от величин и соотношения их токов.

Представленная математическая модель, с учетом подготовленных данных и принципов оперирования с нелинейными дифференциальными индуктивными параметрами, позволила перейти к созданию алгоритма и программы расчета и проведению расчетного анализа рабочего режима ЛИЭД. В основу этого положено численное решение системы дифференциальных уравнений (10), (11) с использованием метода Рунге-Кутты 4 порядка в совокупности с комплексом остальных уравнений и соотношений. В целом это подобно представленному в [2], но теперь надо оперировать с парой производных токов из (10), (11)

$$\dot{i}'_a = \frac{\Delta a}{\Delta ar}; \dot{i}'_r = \frac{\Delta r}{\Delta ar}, \quad (37)$$

где общий и частные определители имеют вид

$$\Delta ar = (L_r + L_{cr}) \cdot (L_a + L_{ca}) - M_{ra} \cdot M_{ar};$$

$$\Delta r = (u_{Cr} - u_{Rr} - e_{vr})(L_a + L_{ca}) - (u_{Ca} - u_{Ra} - e_{va})M_{ra};$$

$$\Delta a = (u_{Ca} - u_{Ra} - e_{va})(L_r + L_{cr}) - (u_{Cr} - u_{Rr} - e_{vr})M_{ar}.$$

Тестовый расчет и его результаты.

Конструктивные параметры ЛИЭД в целом соответствуют представленному в [1-6], то есть зазор между сердечниками реактора и якоря – 2 мм; диаметр по зазору – 416 мм; длина сердечников – 533 мм; $N_n = 14$; $a_p = 3$; $m_a = 750$ кг; $m_r = 1500$ кг, общая высота – около 2,6 м. Но в связи с изменением схемы электропитания обмоток для обеспечения того же режима используются новые параметры конденсаторов: $U_{Cro} = U_{Cao} = 600$ В; $C_{Er} = C_{Ea} = 0,17$ Ф, т.е. соединенные ранее последовательно конденсаторы и обмотки теперь работают независимо.

Функции, характеризующие протекание переходного процесса в рабочем интервале, даны на рис.8-9. В этом интервале графики ζ_a и v_a показывают, что якорь осуществил свое ударное действие и вернулся в исходное состояние: $\zeta_a = 0$ и $v_a = 0$.

Функции даны в относительных единицах (о.е.), но для числовой оценки назовем их максимальные значения: токи i_r и $i_a - I_{rmax} = 21,3$ кА, $I_{amax} = 19,2$ кА; сила $F_{em} - F_{emm} = 1013$ кН, сила $F_{gr} - F_{grm} = 1695$ кН; скорости реактора $v_r - v_{rm} = 4,26$ м/с и якоря $v_a - v_{am} = 2,65$ м/с; ускорения реактора $a_r - a_{rm} = 665$ м/с² и якоря $a_a - a_{am} = 822$ м/с²; сдвиг якоря $\zeta_a - \zeta_{am} = 11,3$ мм; сдвиг реактора еще продолжается. Для прочих величин дадим масштабы – значения на 1 о.е.: L_r и $M_{ra} - 0,1$ мГн; для всех напряжений и ЭДС – 150 В. Заметим, что ряд графиков дан только для величин, относящихся к реактору. Для якоря они близки к ним, отличаясь примерно в той степени, как u_{Ca} и u_{Cr} .

Главными функциональными параметрами ЛИЭД считаются амплитуда механической силы F_{emm} , дли-

тельность действия t_{iem} и импульс этой силы [1, 2, 6]

$$S_{em} = \int_0^{t_{iem}} F_{em}(t) \cdot dt. \quad (38)$$

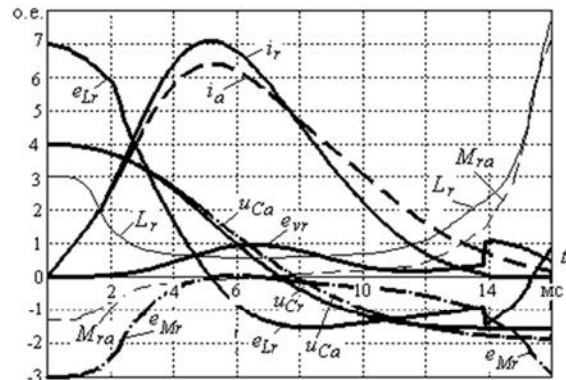


Рис. 8. Временные функции электрических величин

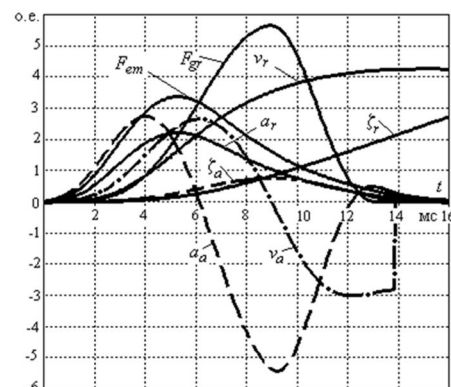


Рис. 9. Временные функции механических величин

Но более объективную оценку дает введенный нами [2, 6] импульс силового воздействия непосредственно на грунт

$$S_{gr} = \int_0^{t_{img+}} F_{gr} dt, \quad (39)$$

где t_{img+} – время действия силы F_{gr} до того момента, пока якорь еще движется в грунт (т.е. на рис. 1 и рис. 9 пока еще $v_a > 0$).

Условный КПД ЛИЭД $\eta = W_{gr}/W_{el}$, где механическая энергия деформации грунта – $W_{gr} = \int_0^{t_{img+}} F_{gr} v_a dt$;

отданная конденсаторами электрическая энергия

$$W_{el} = 0,5[C_{Er}(U_{Cro}^2 - U_{Crel}^2) + C_{Ea}(U_{Cao}^2 - U_{Carel}^2)], \quad (40)$$

U_{Crel} , U_{Carel} – остаточные их напряжения. Получено $S_{em} = 6557$ Н·с; $S_{gr} = 5469$ Н·с; $\eta = 0,198$, длительности импульсов (по [2]) для токов i_r и $i_a - 12,5$ и 15 мс; для сил F_{em} и $F_{gr} 13,1$ и 9,4 мс.

За один рабочий режим нагрев обмоток оказывается менее 1°C, несмотря на значительный максимум плотности тока – порядка 134 А/мм². Но при многократном повторении импульсов с периодом $T_{imp} = 6$ с нагревы становятся значительно больше.

Отметим, что полученные электросиловые параметры рабочего ударного режима ЛИЭД при последовательной схеме включения обмоток и двух конден-

саторов [2, 6] по значениям и характеру изменения достаточно близки к полученным здесь. В частности общий для обмоток ток достигал 20,1 кА; сила $F_{em} - F_{emm} = 1008$ кН, сила $F_{gr} - F_{grm} = 1690$ кН.

Выводы.

Представленная математическая модель является достаточно уникальной, так как основана на использовании сложных нелинейных трехпараметрических функций МПС, дифференциальных индуктивностей и взаимоиндуктивностей и электромагнитной силы. Эта модель позволяют эффективно исследовать динамический импульсный режим работы ЛИЭД с независимым включением обмоток реактора и якоря, предназначенного для возбуждения в земной коре слабых сейсмических колебаний. Ее усложняющим фактором также является совокупность взаимосвязанных электромагнитных, механических и тепловых величин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бару Ю.А., Мельник А.К., Ткаченко С.В., Мильх В.И. Выбор типа и основных параметров линейного импульсного электродвигателя для невзрывных сейсмоисточников // *Электротехника і електромеханіка*. – 2008. – № 3. – С. 41-44.
2. Мильх В.И., Ткаченко С.В. Алгоритмизована математическая модель линейного импульсного электродвигателя как ударного источника слабых сейсмических колебаний // *Электротехніка і електромеханіка*. – 2011. – № 1. – С. 33-38.
3. Мильх В.И., Ткаченко С.В. Силовые взаимодействия в линейном электродвигателе для источников сейсмических колебаний // *Электротехніка і електромеханіка*. – 2008. – № 6. – С. 36-39.
4. Мильх В.И., Ткаченко С.В. Математическое обеспечение численного анализа импульсного возбуждения линейного электродвигателя с двухпараметрической функцией магнитного потокосцепления // *Вісник Кременчуцького державного університету ім. М. Остроградського*. – Кременчук: КДУ. – 2010. – Вип.3/2010(62). Ч. 2. – С. 70-73.
5. Meeker D. Finite Element Method Magnetics. Version 4.2. User's Manual, September 26, 2006 // <http://femm.berlios.de>, 2005.
6. Мильх В.И., Ткаченко С.В. Анализ влияния механических параметров линейного электродвигателя на эффективность его работы как источника сейсмических колебаний // *Гірн. електромеханіка та автоматика: Наук.-техн. зб.* – 2010. – Вип. 85 – С. 124-130.

Bibliography (transliterated): 1. Baru JU.A., Melnik A.K., Tkachenko C.V., Mil'ih V.I. V'ibor tipa i osnovn'ih parametrov line'nogo impul'nogo elektrodvigatelja dlja nevzr'ivn'ih se'cmoichtochnikov // *Elektrotehnika i elektromehaniika*. - 2008. - № 3. - С. 41-44. 2. Mil'ih V.I., Tkachenko C.V. Algoritmizirovannaja matematičeskaja model line'nogo impul'nogo elektrodvigatelja kak udarnogo istochnika slab'ih se'cmičeckih kolebani' // *Elektrotehnika i elektromehaniika*. - 2011. - №1. - С. 33-38. 3. Mil'ih V.I., Tkachenko C.V. Cilov'ie vzaimode'ctvija v line'nom elektrodvigatele dlja istochnikov se'cmičeckih kolebani' // *Elektrotehnika i elektromehaniika*. - 2008. - № 6. - С. 36-39. 4. Mil'ih V.I., Tkachenko C.V. Matematičeskoe obešpečenie čislennogo analiza impul'nogo vzbujdenija line'nogo elektrodvigatelja s dvuhparametričeskoj funktsiej magnitnogo potokocseplenija // *Vicnik Kremenčut'skogo derjavnogo univercitetu im. M. Ostrogradckogo*. - Kremenčuk: KDU. - 2010. - Vip.3/2010(62). ČH. 2. - С. 70-73. 5. Meeker D. Finite Element Method Magnetics. Version 4.2. User's Manual. September 26, 2006 // <http://femm.berlios.de/>, 2005. 6. Mil'ih V.I., Tkachenko C.V. Analiz vlijanija mehaničeskih parametrov line'nogo elektrodvigatelja na effektivnoe ego rabot'i kak istochnika se'cmičeckih kolebani' // *Girn. elektromehaniika ta avtomatika: Nauk.-tehn. zb.* - 2010. - Vip. 85 - С. 124-130.

Поступила 10.03.2011

*Мильх Владимир Иванович, д.т.н., проф.,
Ткаченко Сергей Валериевич*
Национальный технический университет
"Харьковский политехнический институт"
кафедра "Электрические машины"
61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21
тел. (057) 707-65-14; e-mail: mvikpi@kpi.kharkov.ua

Milykh V.I., Tkachenko S.V.

Mathematical model and analysis of the impulsive mode of operations of linear electric motor at the independent feed of his windings.

A linear electric motor is intended for excitation of vibrations of the earth's crust at the search of minerals. His mathematical model is formulated. She corresponds the mode of shock power impulse. Its feature is a presence of nonlinear functions of differential own and mutual inductances windings. These functions depend on three parameters. The same is function of electromagnetic force which operates on a reactor and anchor.

Key words — linear impulsive electric motor, mathematical model, own and mutual inductance, electromagnetic force, functions of three parameters.