Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»

*Кафедра распределенных информационных систем
и облачных технологий*

СОВРЕМЕННЫЕ МОДЕЛИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

д.т.н. проф. Раскин Л.Г.
д.т.н. проф. Серая О.В.

СОВСЕМ НЕМНОГО ИСТОРИИ

Детерминированные модели

- Шараф аль-Дин (12 век) – «Трактат об уравнениях» (производные от квадратической и кубической функции)
- Н. Тарталья (1549 г) – решение кубических уравнений, оптимизация угла наклона ствола орудия
- Исаак Ньютон (1664 г) – «Математические основы натуральной философии» (дифференциальное и интегральное исчисление, законы механики)
- Готфрид Лейбниц (около 1665 г) – дифференциальное и интегральное исчисление
- Симон Лаплас (1780 г) – «Разум, который в каждый момент времени знал бы все движущие силы природы и относительное положение всех ее элементов, мог бы выразить единым соотношением как движение величайших тел мира, так и мельчайших атомов. Он мог бы обозреть единым взглядом как будущее, так и прошлое.»

Вероятностные модели

- Ришар Фурневиль (XIII век) – подсчет суммы очков при бросании трех костей
- Дж. Кардано (1526 г) – «Книга об игре в кости»
- Б. Паскаль, П. Ферма (1642 г) – решение задачи де Мере, основные понятия теории вероятностей
- Хр. Гюйгенс (1657 г) – первый учебник по теории шансов

- Я. Бернулли (1775 г) – закон больших чисел, распределение случайного числа успехов
- К. Гаусс (1795 г) – нормальное распределение, метод наименьших квадратов
- П. Чебышев (1859 г) – метод моментов, числовые характеристики функций СВ
- А. Марков (1879 г) – теория случайных процессов, марковские процессы
- А. Ляпунов (1888 г) – центральная предельная теорема, теория устойчивости
- А. Колмогоров (1936 г) – аксиоматическое построение теории вероятностей
- Л. Бриллюэн (1960 г) – «К настоящему моменту сложилось убеждение, что существуют только два безусловно верных подхода к описанию объектов, явлений и процессов реальной действительности – детерминистский и вероятностный»

Нечеткие модели

- Л. Заде (1965 г) – «Нечеткие множества.» - «Невозможно избежать или как-то обойти проблему учета неясной или неточной информации о событиях и явлениях реального мира. Эта информация, как правило, содержит большое число терминов типа «много», «лучше», «приблизительно равно», «более эффективно» и т.п., которые трудно описать языком традиционной математики… Теория нечетких множеств – это шаг на пути сближения точности классической математики с всепроникающей неточностью реального мира».
- А. Кофман (1982 г) – «Введение в теорию нечетких множеств» - «Теория нечетких множеств позволяет наилучшим образом объяснить и структурировать все то, что разделено не очень точными границами. Необходимо признать и примириться с тем, что неопределенность заложена в нашу жизнь самой природой вещей».

ТЕОРИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Теория вероятностей (ТВ)

- Плотность распределения

$$f(x), \quad x \in (-\infty, \infty)$$

- Свойства

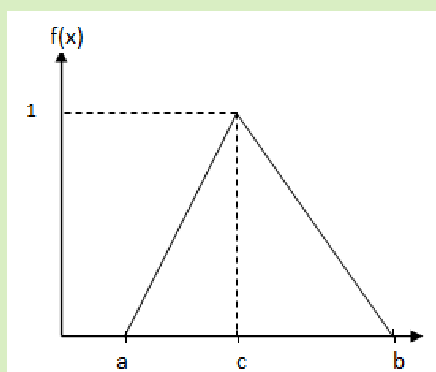
$$f(x) \in [0, \infty), \quad x \in (-\infty, \infty)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

- Примеры

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad x \in (-\infty, \infty)$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, \ x \le a, \\ \dfrac{x-a}{c-a}, \ a \le x < c, \\ \dfrac{b-x}{b-c}, \ c \le x \le b, \\ 0, \ x > b. \end{cases}$$



$$b - a = 2$$

Теория нечетких множеств(ТНМ)

- Функция принадлежности

$$\mu(x), \quad x \in (-\infty, \infty)$$

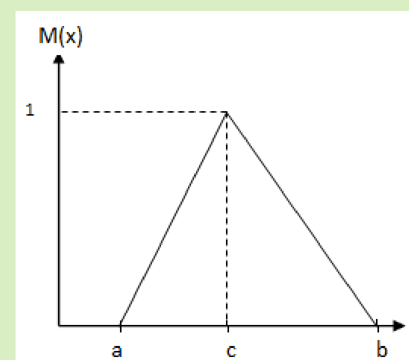
- Свойства

$$\mu(x) \in [0;1], \quad x \in (-\infty, \infty)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mu(x)dx \in (0, \infty)$$

- Примеры

$$\mu(x) = \exp\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad x \in (-\infty, \infty)$$

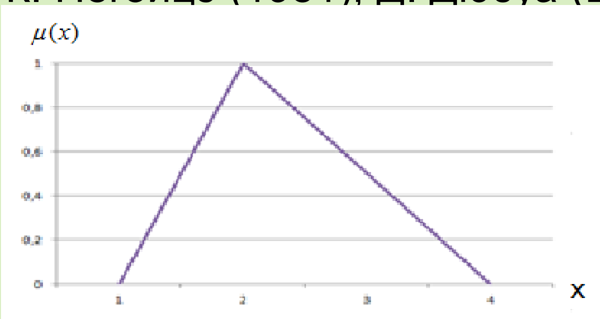


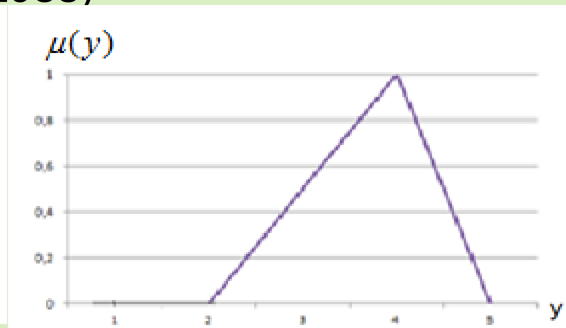
$$b - a \in (0, \infty)$$

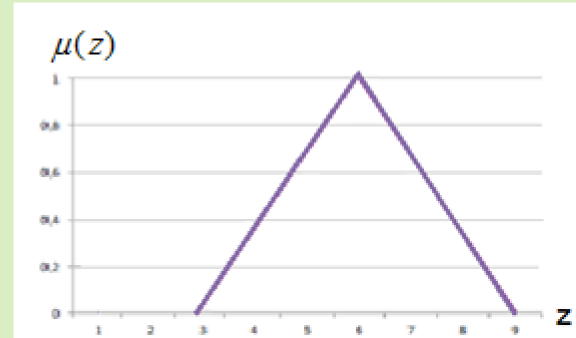
АЛГЕБРА ТНМ

Операция сложения нечетких чисел Z = X+Y

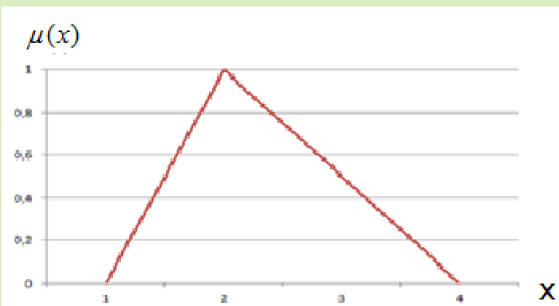
К. Негойцэ (1981), Д. Дюбуа (1988)

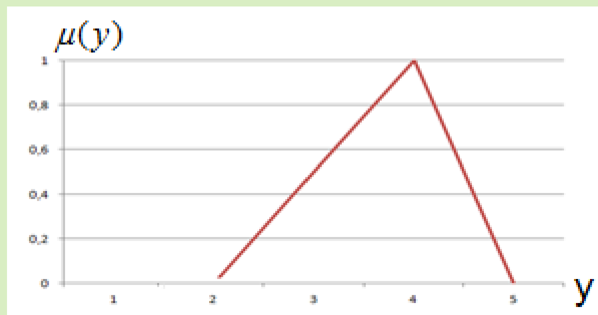


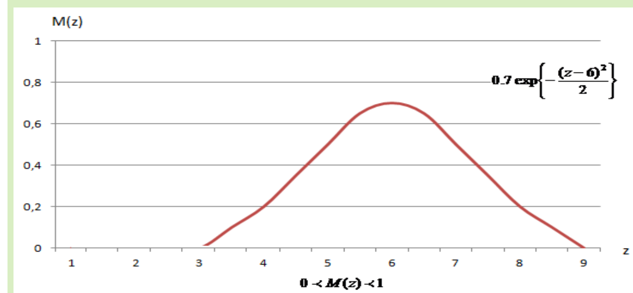




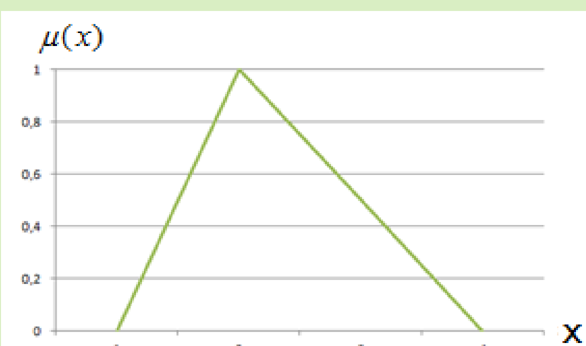
А. Кофман («Введение в теорию нечетких множеств», 1982)

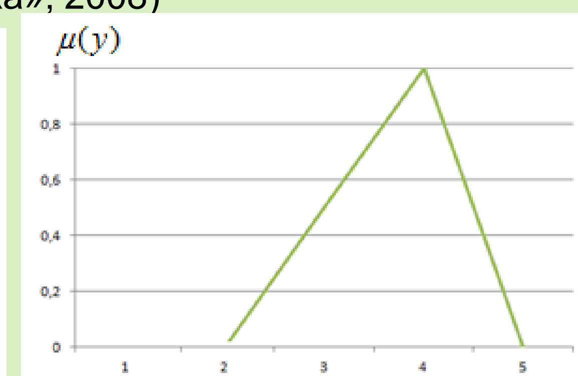


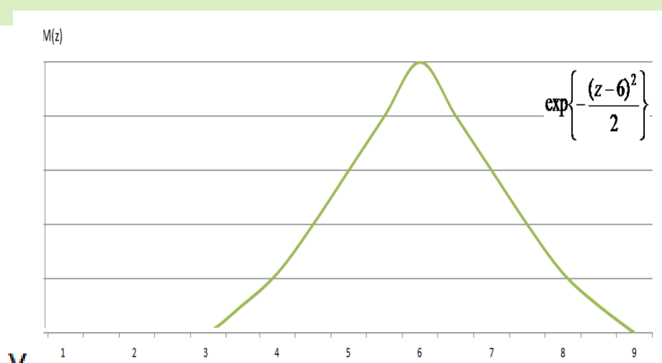




О. Серая («Нечеткая математика», 2008)

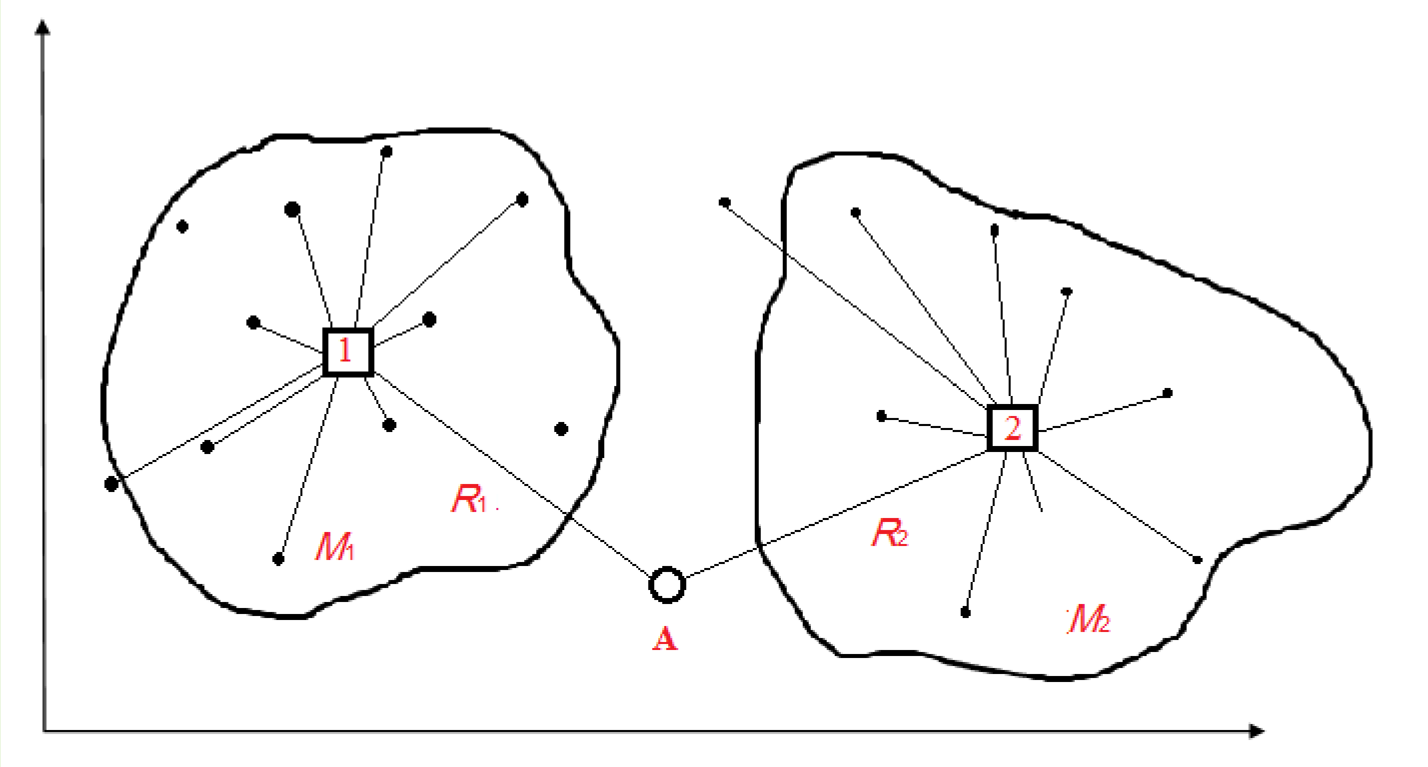






$$\tilde{\mu}_*(z)=\int_{-\infty}^{\infty} M_X(x)M_Y(z-x)dx;\quad \mu_*(z)=\left(\max_X\left\{\tilde{\mu}_*(z)\right\}\right)^{-1}\mu_*(x);\quad \max_X \mu_*(z)=1 \quad (1)$$

НЕЧЕТКАЯ КЛАСТЕРИЗАЦИЯ



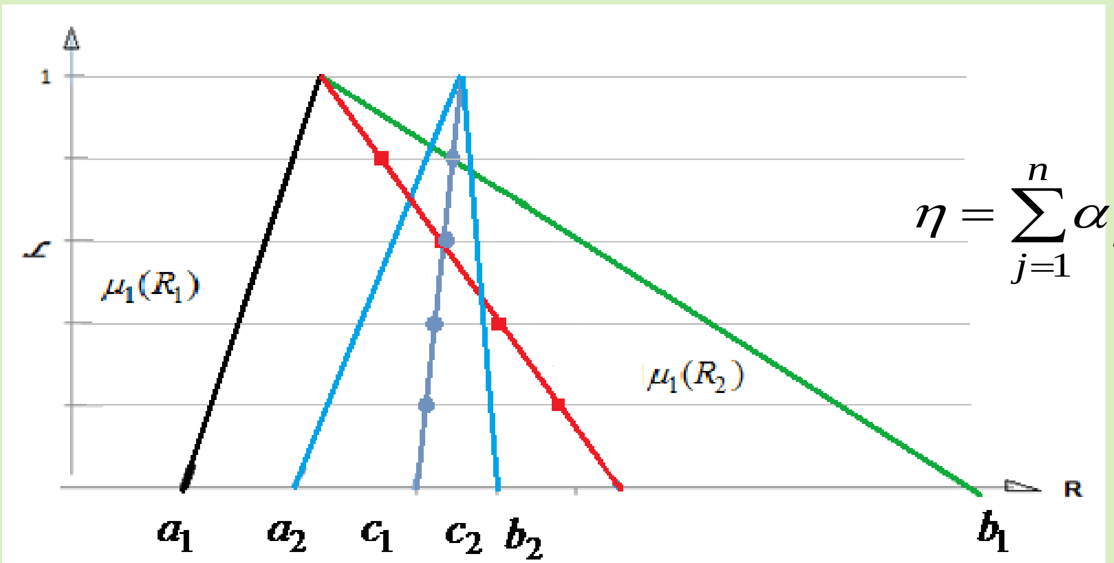
$$\mu(R_1)=\begin{cases} 0,\ R_1 \le a_1, \\ \dfrac{R_1-a_1}{c_1-a_1},\ a_1 \le R_1 < c_1, \\ \dfrac{b_1-R_1}{b_1-c_1},\ c_1 \le R_1 \le b_1, \\ 0,\ R_1 > b_1. \end{cases} \quad (1) \qquad \mu(R_2)=\begin{cases} 0,\ R_2 \le a_2, \\ \dfrac{R_2-a_2}{c_2-a_2},\ a_2 \le R_2 < c_2, \\ \dfrac{b_2-R_2}{b_2-c_2},\ c_2 \le R_2 \le b_2 \\ 0,\ R_2 > b_2. \end{cases} \quad (2)$$

$$m.A. \Rightarrow \begin{cases} M_1,\ \text{если}\ \ R_1 < R_2 \\ M_2,\ \text{если}\ \ R_1 > R \end{cases} \quad (3)$$

НЕЧЕТКАЯ КЛАСТЕРИЗАЦИЯ

Сравнение нечетких чисел

А



$$\eta = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j \left[m_1(\alpha_j) - m_2(\alpha_j) \right] \qquad (1)$$

$$\begin{aligned} &R_1 < R_2, \quad \text{если} \quad \eta \le 0, \\ &R_1 > R_2, \quad \text{если} \quad \eta > 0. \end{aligned} \qquad (2)$$

Б Преобразование функций принадлежности нечетких чисел R_1 и R_2 в «плотности» распределения значений соответствующих нечетких величин

$$\mu(x) \Rightarrow \tilde{f}(x) = \frac{\mu(x)}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} \mu(x)dx} \in (0;\infty), \qquad (3) \qquad \int\limits_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(x)dx = 1$$

$$P(R_1 \succ R_2) = \int\limits_{a_2}^{b_2} \left[\int\limits_{a_2}^{x} \tilde{f}_2(R_2)dR_2 \int\limits_{x}^{b_2} \tilde{f}_1(R_1)dR_1 \right] dx + \int\limits_{b_2}^{b_1} \tilde{f}_1(R_1)dR_1 \qquad (4)$$

НЕЧЕТКИЕ УРАВНЕНИЯ

$$2x = 10; \quad x = 5 \qquad\qquad ax = 10 \ (1), \quad M(a) = \exp\left\{-\frac{(a-a_0)^2}{2\sigma_a^{\ 2}}\right\} \qquad (2)$$

Решение (О.Серая, «Нечеткая математика», 2008)

$$z = ax - 10 \ (3), \quad \mu(z) = \exp\left\{-\frac{(z-\bar{z})^2}{2\sigma_z^{\ 2}}\right\}, \quad \bar{z} = a_0 x - 10; \quad \sigma_z^{\ 2} = \sigma_a^{\ 2} x^2 \qquad (4)$$

Шаг 1. Модальное решение. Мера неопределенности ФП нечеткого числа z

$$x_0 = \frac{10}{a_0} \underset{a_0=2}{=} 5; \quad S(\mu(z)) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(z-\bar{z})^2}{2\sigma_z^{\ 2}}\right\} dz = \sqrt{2\pi}\sigma_z = \sqrt{2\pi}\sigma_a x \qquad (5)$$

Шаг 2. Оптимизация комплексного критерия

$$J(x) = \lambda\left(\sqrt{2\pi}\sigma_a x\right) + (x - x_0)^2 \Rightarrow \min_x, \quad \lambda \in [0;1] \qquad (6)$$

$$\frac{dJ(x)}{dx} = \lambda\sqrt{2\pi}\sigma_a + 2(x - x_0) = 0. \ \textit{Отсюда} \quad x^* = x_0 - \lambda \cdot \frac{\sqrt{2\pi}}{2}\sigma_a \qquad (7)$$

$\lambda = 0.25$

σ_a	0,1	1	3
x^*	4,97	4,69	4,07

$\lambda = 0.5$

σ_a	0,1	1	3
x^*	4,94	4,37	3,12

$\lambda = 0.75$

σ_a	0,1	1	3
x^*	4,91	4,07	2,19

$\lambda = 1$

σ_a	0,1	1	3
x^*	4,87	3,75	1,25

НЕЧЕТКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

Общая формулировка: найти $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$, максимизирующий

$$f\,(X;\ a_1, a_2, ..., a_q) \qquad (1)$$

и удовлетворяющий ограничениям

$$\varphi_i\left(X;\, b_{i1}, b_{i2}, ..., b_{i\text{з}}\right) \le 0, \quad i = 1,2,...,m \qquad (2)$$

где параметры $a_k,\ k = 1,2,...,q,\ b_{ie},\ i = 1,2,...,m,\ e = 1,2,...,p$ - нечеткие числа с функциями принадлежности $\mu_k(a_k),\ V_{ie}\left(b_{ie}\right)$

Решение

1. Л.Заде, Р. Беллман (1970) – достижение нечеткой цели: найти

$$x^* = \arg\max_x \min\{\mu_C(x), \mu_G(x)\}, \quad (3), \quad \mu_C(x) = \mu\left(f\,(x, A)\right), \ \mu_G(x) = \min_i\{\varphi_i(x, B)\}. \quad (4)$$

2. К. Негойце (1981), С. Орловский (1981) – редукция к четкой задаче математического программирования.

Дополнительные ограничения:

$$\mu_k(a_k) > \alpha,\ k = 1,2,...,q;\ V_{ie}\left(b_{ie}\right) > \alpha,\ ,i = 1,2,...,m,\ ,e = 1,2,...,p \qquad (5)$$

Получена задача: найти X, A, B, максимизирующие (1) и удовлетворяющие (2), (5).

НЕЧЕТКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

Пример. Задача Л.П.

$$z = L(x_1 x_2, \ldots, x_n) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \Rightarrow \max, \quad (1) \qquad \mu(c_j) = \exp\left\{ -\frac{(c_j - \bar{c}_j)^2}{2\sigma_j^2} \right\}, \quad j = 1,2,\ldots,n$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1,2,\ldots,m, \quad x_j \geq 0, \quad j = 1,2,\ldots,n. \qquad (2)$$

Функция принадлежности нечеткого значения критерия z, соответствующая

решению $x^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)$

$$\mu(z) = \mu(L(x^*)) = \exp\left\{ -\frac{(z - \bar{z})^2}{2\sigma_z^2} \right\}, \qquad \bar{z} = \sum_{j=1}^{n} \bar{c}_j x_j^*, \qquad \sigma_z^2 = \sum_{j=1}^{n} \sigma_j^2 (x_j)^2 \qquad (3)$$

Пусть

$$z = L(x_1, x_2) = c_1 x_1 + c_2 x_2 \Rightarrow \max, \quad x_1 + x_2 = b, \quad x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0 \qquad (4)$$

$$\mu(c_1) = \exp\left\{ -\frac{(c_1 - 4)^2}{2} \right\}, \; \mu(c_2) = \exp\left\{ -\frac{(c_2 - 5)^2}{32} \right\}, \; b = 2 \qquad (5)$$

Для $X^* = \{x_1^*, x_2^*\}$

$$\mu(z) = \exp\left\{ -\frac{\left[z - (4x_1^* + 5x_2^*)\right]^2}{2\left[(x_1^*)^2 + 16(x_2^*)^2\right]} \right\} \qquad (6)$$

НЕЧЕТКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

А. Критерий – модальное значение целевой функции

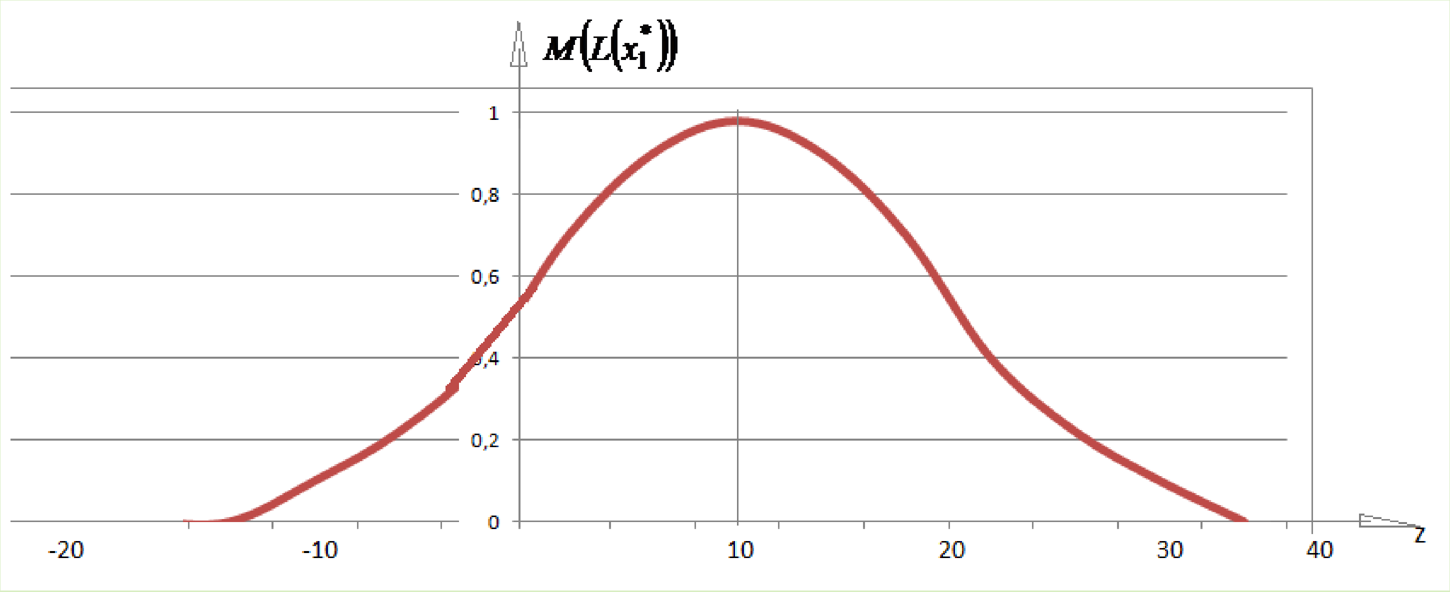
$$z = L(x_1, x_2) = \bar{c}_1 x_1 + \bar{c}_2 x_2 = 4x_1 + 5x_2 \Rightarrow \max \qquad (1)$$

$$x_1 + x_1 = 2, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

Решение:

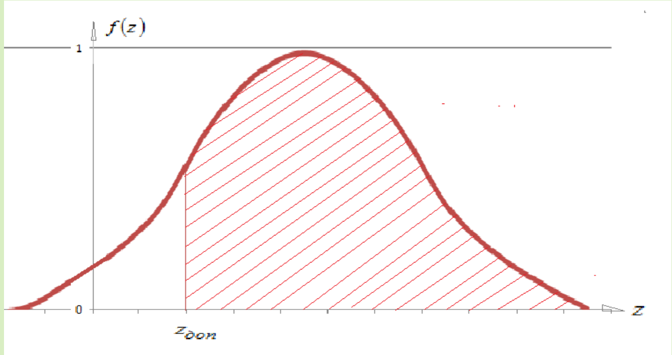
$$x_1^* = 0, \quad x_2^* = 2, \quad \bar{z} = \bar{c}_1 x_1^* + \bar{c}_2 x_2^* = 4x_1^* + 5x_2^* = 10, \quad \sigma_z^2 = \sigma_1^2 (x_1^*)^2 + \sigma_2^2 (x_2^*)^2 = 16 \cdot 4 = 64 \quad (2)$$

$$\mu(L(x_1^*, x_2^*)) = \exp\left\{ -\frac{(z-10)^2}{2 \cdot 64} \right\} \qquad (3)$$



НЕЧЕТКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

Б. Критерий – вероятность превышения допустимого порога
(О. Серая, «Многомерные модели логистики в условиях неопределенности », 2010)



$$f(z)=\frac{\mu(z)}{\int_{-\infty}^{\infty}\mu(z)dz} \quad (1), \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(z)dz = 1.$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mu(z)dz = \int_{-\infty}^{\infty}\exp\left\{-\frac{(z-\bar{z})^2}{2\sigma_z^2}\right\}dz = \sqrt{2\pi}\sigma_z = \sqrt{2\pi}\left(\sigma_1^2 x_1^{2\cdot} + \sigma_2^2 x_2^{2\cdot}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$P(z \ge z_{доп}) = \int_{z_{доп}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z}\exp\left\{-\frac{(z-\bar{z})^2}{2\sigma_z^2}\right\}dz = \int_{\frac{z_{доп}-\bar{z}}{\sigma_z}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{u^2}{z}}du \Rightarrow \max \quad (3)$$

$$(x_1^*, x_2^*) = Arg\max_{x_1, x_2} P(z \ge z_{доп}) = Arg\min_{x_1, x_2}\frac{z_{доп} - (\bar{c}_1 x_1 + \bar{c}_2 x_2)}{\left(\sigma_1^2 x_1^2 + \sigma_2^2 x_2^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (4)$$

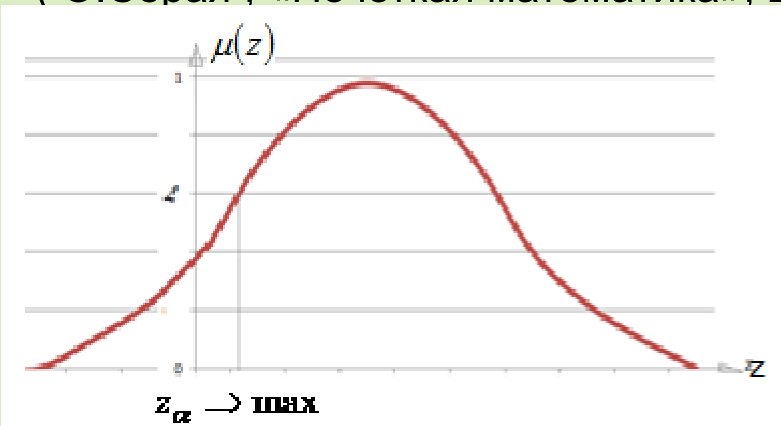
Получена задача: найти (x_1, x_2) максимизирующие

$$y = \frac{(4x_1 + 5x_2) - z_{доп}}{\left(x_1^2 + 16x_2^2\right)^{\frac{1}{2}}} \underset{x_1 + x_2 = 2}{=} \frac{[4x_1 + 5(2 - x_1)] - z_{доп}}{\left[x_1^2 + 16(2 - x_1)^2\right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{10 - x_1 - z_{доп}}{\left(17x_1^2 - 64x_1 + 64\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (5)$$

Если $z_{доp} = 0.7\bar{z} = 7$, *получим* $(x_1^*, x_2^*) = (1.71;\ 0.29)$, *При этом* $\bar{z} = 8.29;\ \sigma_z^{\ 2} = 4{,}38;\ P = 0.78$

НЕЧЕТКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

В. Критерий – значение целевой функции z с заданным уровнем принадлежности (О.Серая , «Нечеткая математика», 2008)



$$\mu(z)=\alpha;\quad \exp\left\{-\frac{(z-\bar{z})^2}{2\sigma_z^2}\right\}=\alpha; \qquad (1)$$

$$z_\alpha=\bar{z}-\left(2\sigma_z^2\ln\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}=\bar{z}-k_\alpha\left(\sigma_1^2x_1^2+\sigma_2^2x_2^2\right)^{\frac{1}{2}}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10-x_1-k_\alpha\left(17x_1^2-64x_1+64\right)^{\frac{1}{2}}\Rightarrow \max \qquad (2)$$

$$\text{Для }\ \alpha=0{,}6\ \text{ имеем }\ k_\alpha=1.\ \text{ Тогда }\ y(x_1)=10-x_1-\left(17x_1^2-64x_1+64\right)^{\frac{1}{2}}\Rightarrow\max$$
$$(x_1^*,x_2^*)=(0;2).$$

Г. Комплексный критерий (О. Серая, «Автоматика», 2012)

$$J(x_1,x_2)=\lambda\left[\sigma_z^2(x_1,x_2)\right]+\left[(x_1-x_1^*)^2+(x_2-x^*)^2\right]\to\lambda\left[\sigma_1^2x_1^2+\sigma_2^2x_2^2\right]+\left[(x_1-x_1^*)^2+(x_2-x^*)^2\right]\Rightarrow\min_{x_1,x_2} \qquad (3)$$

Функция Лагранжа: $\Phi(x_1,x_2)=J(x_1,x_2)-\rho(x_1+x_2-2)\quad(4);\qquad \dfrac{d\Phi(x_1,x_2)}{dx_1}=0,\quad \dfrac{d\Phi(x_1,x_2)}{dx_2}=0$

$$x_1^*=\frac{32\lambda^2+32\lambda}{(17\lambda+2)(1+\lambda)},\quad x_2^*=\frac{32\lambda^2+66\lambda+4}{(17\lambda+2)(16\lambda+1)} \qquad (4)$$

λ	0	0,25	0,5	0,75	1,0
x_1	0	1,28	1,53	1,63	1,68
x_2	2,0	0,72	0,47	0,37	0,32

МЕРЫ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

Теория вероятностей

- СВ нулевого порядка - это число;
- СВ первого порядка – это СВ, численные значения параметров плотности распределения которой – СВ нулевого порядка
- СВ второго порядка – это СВ, численные значения параметров плотности распределения которой – СВ первого порядка
- …………………………………….
- СВ *n-го* порядка – это СВ, численные значения параметров плотности распределения которой – СВ *(n-1)-го* порядка

Теория нечетких множеств

- Нечеткое число нулевого порядка - это число;
- Нечеткое число первого порядка - это НЧ, численные значения параметров ФП которой – НЧ нулевого порядка;
- Нечеткое число второго порядка - это НЧ, численные значения параметров ФП которой – НЧ первого порядка;
- …………………………………………..
- Нечеткое число *n-го* порядка - это НЧ, численные значения параметров ФП которой – НЧ *(n-1)-го* порядка

РАСЧЕТ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СВ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Задача. Пусть $f(x,\theta)$ – плотность распределения СВ x, зависящая от случайного параметра θ, плотность распределения которого $\varphi(\theta)$. Найти математическое ожидание и дисперсию СВ x.

Решение

$$M[x]=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\int_{-\infty}^{\infty}xf(x,\theta)dx\right)\varphi(\theta)d\theta, \quad (1) \qquad D[x]=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\int_{-\infty}^{\infty}(x-m)^2 f(x,\theta)dx\right)\varphi(\theta)d\theta \quad (2)$$

$$P(x>a)=\int_{-\infty}^{\infty}\left(\int_{a}^{\infty}f(x,\theta)dx\right)\varphi(\theta)d\theta \quad (3)$$

Пример
$$f(x,m)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad (4) \qquad \varphi(m)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, & m\in[a,b]\\ 0, & m\notin[a,b]\end{cases}, \quad (5)$$

$$M[x]=\int_a^b\left(\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}dx\right)\frac{dm}{b-a}=\frac{1}{b-a}\int_a^b mdm=\frac{a+b}{2} \qquad (6)$$

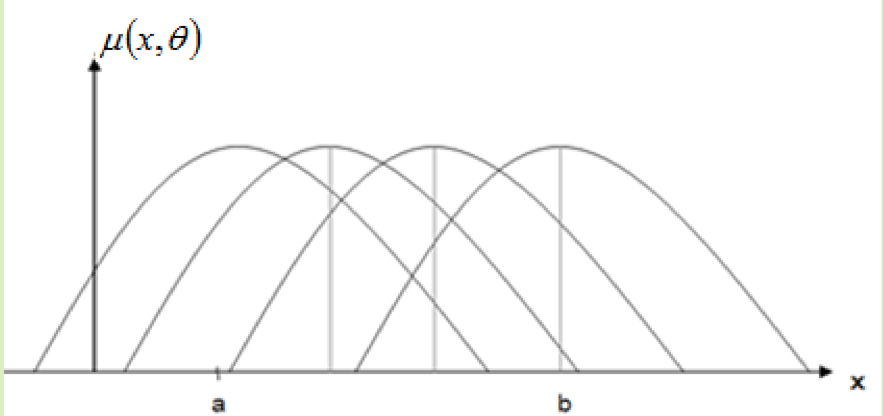
Пример. Семейство функций принадлежности

нечетких чисел x

$$\mu(x,\theta)=1-(x-\theta)^2$$

$$\theta\in\begin{cases}\frac{1}{b-a}, & \theta\in[a,b],\\ 0, & \theta\notin[a,b]\end{cases}$$

$$x\in[\theta-1,\ \theta+1]$$

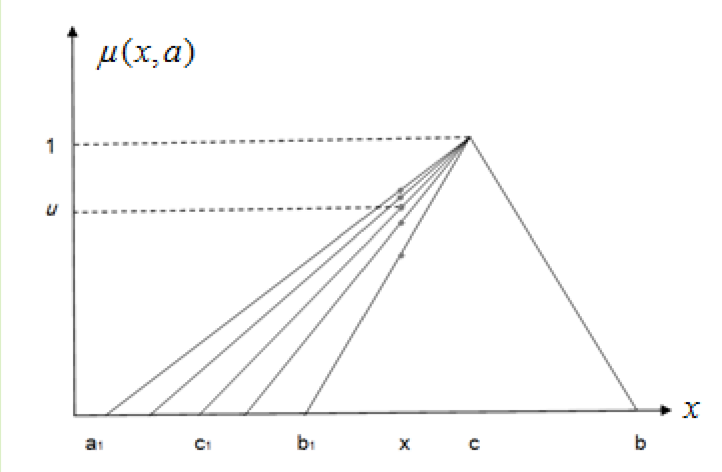


ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ НЕЧЕТКИХ ВЕЛИЧИН ВТОРОГО ПОРЯДКА

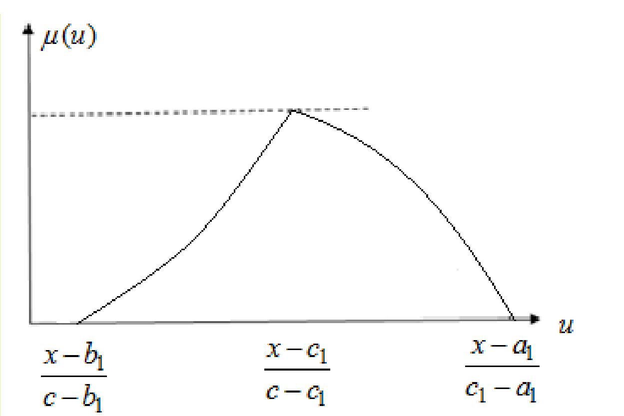
Пример. Функция принадлежности нечеткой величины x, зависящей от нечеткого параметра a.

$$\mu(x,a)=\begin{cases}0, & x<a,\\ \dfrac{x-a}{c-a}, & a\le x<c,\\ \dfrac{b-x}{b-c}, & c\le x\le b,\\ 0, & x>b.\end{cases} \qquad (1)$$

$$\mu(a)=\begin{cases}0, & a<a_1,\\ \dfrac{a-a_1}{c_1-a_1}, & a_1\le x<c_1,\\ \dfrac{b_1-a}{b_1-c_1}, & c_1\le a\le b_1,\\ 0, & a>b_1.\end{cases} \qquad (2)$$



$$u=\frac{x-a}{c-a}$$ - нечеткое значение ФП для заданного x, зависящие от *a*.



$$\mu(u(x))=\begin{cases}0, & u<\dfrac{x-b_1}{c-b_1},\\ \dfrac{u(c-b_1)-(x-b_1)}{(b_1-c_1)-u(b_1-c_1)}, & \dfrac{x-b_1}{c-b_1}\le u<\dfrac{x-c_1}{c-c_1},\\ \dfrac{(x-a_1)-u(c-a_1)}{(c_1-a_1)-u(c_1-a_1)}, & \dfrac{x-c_1}{c-c_1}\le u\le\dfrac{x-a_1}{c-a_1},\\ 0, & u>\dfrac{x-a_1}{c_1-a_1}.\end{cases} \qquad (3)$$

КАКИЕ ЗАДАЧИ МОЖНО РЕШАТЬ?

Легко

1. Найти значение переменной x, для которого среднее значение нечеткой ФП $M\left[\mu\left(u\left(x\right)\right)\right]$ будет не ниже заданного порогового.

$$x = \left\{x \in A : M\left[\mu\left(u\left(x\right)\right)\right] \geq M_0\right\}$$

2. Найти диапазон значений переменной x, для которых минимальное значение функции принадлежности множеству допустимых значений будет не ниже заданного α

$$x = \left\{x \in A : \min_u M\left[\mu\left(u\left(x\right)\right)\right] \geq \alpha\right\}$$

3. Найти значение переменной x, для которого «вероятность» того, что нечеткое значение функции принадлежности множеству допустимых значений будет максимальной.

Трудно

1. Найти ФП нечетких значений для заданной функции нечеткого числа второго порядка
2. Решить задачу оптимального управления, если возмущающее воздействие – случайный процесс второго порядка.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ

Кафедра распределенных информационных систем и облачных технологий http://cts.kh.ua/ru

Тел. +38 (057) 707-66-28

Адрес: ул. Пушкинская, 79-2, 1 этаж
61024 Украина, Харьков