

## МАГНИТОЕ ПОЛЕ И ДАВЛЕНИЯ, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ ЧЕТЫРЬМЯ ПОПАРНО КОМПЛАНАРНЫМИ СОЛЕНОИДАМИ В ПОЛОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ТРУБЫ

*Стаття присвячена розрахунку просторового розподілу електромагнітних полів, які створюються різними індукторними системами, призначеними для "раздачі" порожністих металевих труб з прямоугольною формою поперечного перетину. Визначені збуджувані електродинамічні зусилля в даних індукторних системах. Показано, що дані системи забезпечують не лише силову дію на стінки внутрішньої порожнини, але і цілеспрямованій тиск на кути прямоугольного профілю.*

*Статья посвящена расчету пространственного распределения электромагнитных полей, которые создаются различными индукторными системами, предназначенными для "раздачи" полых металлических труб с прямоугольной формой поперечного сечения. Определены возбуждаемые электродинамические усилия в рассматриваемых индукторных системах. Показано, что данные системы обеспечивают не только силовое воздействие на стенки внутренней полости, но и целенаправленное давление на углы прямоугольного профиля.*

### ВВЕДЕНИЕ

**Постановка проблемы.** Магнитно-импульсная сборка металлических конструкций из полых трубчатых элементов представляет практический интерес для современной автомобильной промышленности. Здесь возможно прочное сочленение контактных составляющих, а также холодная сварка за счет диффузионных процессов свариваемых металлов при высоких скоростях соударения [1].

Для сборки элементов механических рамных конструкций из легких прочных металлических сплавов на основе алюминия и магния, получивших широкое распространение в современном промышленном производстве (рис. 1), необходимы новые способы их относительной фиксации.

**Анализ основных достижений и публикаций**  
Известные методы традиционной сварки оказываются не эффективными или вообще не работоспособными [1]. Это связано с деформацией металла вследствие теплового нагрева. Как показали проведенные исследования, магнитно-импульсные технологии позволяют реализовать на практике, так называемую, холодную сварку, в основе которой положена взаимная диффузия соединяемых металлов при достаточно высоких скоростях соударения [2, 3].

**Цель работы** – расчет пространственного распределения полей с последующими выводами о возбуждаемых электродинамических усилиях в различных индукторных системах, предназначенных для "раздачи" полых металлических труб с прямоугольной формой поперечного сечения. Причем данные системы должны обеспечивать не только силовое воздействие на стенки внутренней полости, но и обязательное целенаправленное давление на углы прямоугольного профиля. Теоретическое описание, анализ протекающих электродинамических процессов и численные оценки их основных показателей.

### РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим сочленение полых труб прямоугольного сечения для сборки рамных конструкций автомобильного кузова с помощью индукторной системы из четырех взаимно ортогональных плоских одновитковых соленоидов.

Последние располагаются внутри металлической трубы, которую требуется "раздать" и плотно зафиксировать внутри внешнего элемента сборной конструкции [2, 3]. Одновитковые соленоиды располагаются по периметру поперечного сечения трубы компланарно внутренним плоскостям (см. рис. 1). При подаче импульсного тока в системе генерируются мощные магнитные поля, сконцентрированные в углах. Взаимодействие полей с вихревыми токами в стенках приводит к "раздаче" труб и к плотному сочленению с внешним элементом. Пары параллельных токопроводов смежных витков помещаются вдоль линий угловых изгибов. При последовательном соединении витков реально можно ожидать, что величина тока и, соответственно, напряженность генерируемого поля увеличивается вдвое, а амплитуда сил магнитного давления – в четыре раза.

Рассматриваемая индукторная система иллюстрируется схемами: на рис. 1,а – показано ее изображение в поперечном сечении, а на рис. 1,б – взаимное пространственное расположение витков и протекающих токов.

Примем следующие допущения.

- Углы поперечного профиля в изгибах полой металлической трубы приближаются к  $\approx \pi/2$ .
- Приемлема декартова прямоугольная система координат. Одновитковые соленоиды прямоугольной формы (рис. 1,а) выполнены из проводников квадратного сечения  $d \times d$  и обладают достаточно большой протяженностью в измерении, соответствующем оси  $OX$ , так что  $\partial/dx=0$ .
- Электропроводность обрабатываемого металла и действующие рабочие частоты настолько высоки, что допустимо приближение резкого поверхностного эффекта.
- По токопроводам витков, параллельных оси  $OX$ , протекает один и тот же по величине ток  $I_x(t) = I(t)$  (где  $t$  – время в секундах).

Принятые допущения позволяют считать, что в рассматриваемой системе возбуждаются нетривиальные компоненты вектора напряженности электромагнитного поля:

$$E_x(t, y, z) \neq 0, H_y(t, y, z) \neq 0, H_z(t, y, z) \neq 0.$$

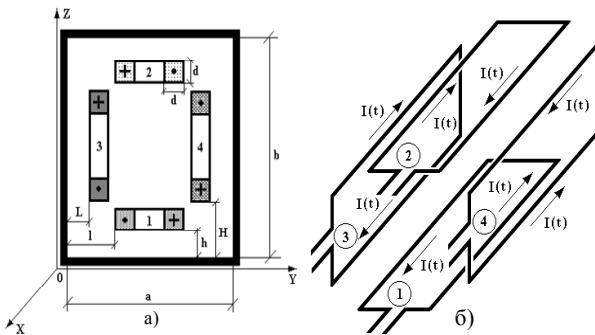


Рис. 1. Индукторная система: а – изображение в поперечном сечении; б – пространственное расположение витков и протекающих токов

Из условия резкого поверхностного эффекта следует, что на поверхностях стенок металлической трубы касательная составляющая вектора напряженности электрического поля обращается в нуль, то есть

$$E_x(t, y, \{z = 0, b\}) = E_x(t, \{y = 0, a\}, z) = 0.$$

Схематическое изображение четырехвитковой индукторной системы для "раздачи" прямоугольного металлического профиля: а – геометрия в поперечном сечении; 1-4 – одновитковые прямоугольные соленоиды, плоскости которых компланарны плоскостям внутренней полости профиля; обозначения  $\bullet$ ,  $\oplus$  соответствуют токам, протекающим в положительном направлении оси  $OX$  и противоположном; б – взаимное расположение витков 1-4 индукторной системы с указанием направлений токов в токопроводах.

Запишем уравнения Максвелла для компонент вектора поля, преобразованных по Лапласу с учетом нулевых начальных условий.

В полости между взаимно ортогональными стенками металлической трубы ( $y \in [0, a]$ ,  $z \in [0, b]$ ) система  $L$ -образов дифференциальных уравнений принимает вид:

$$\frac{\partial H_z(p, y, z)}{\partial y} - \frac{\partial H_y(p, y, z)}{\partial z} = j_x(p, y, z) \quad (1)$$

$$\frac{\partial E_x(p, y, z)}{\partial z} = -p \cdot \mu_0 \cdot H_y(p, y, z) \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_x(p, y, z)}{\partial y} = p \cdot \mu_0 \cdot H_z(p, y, z), \quad (3)$$

где  $p$  – параметр интегрального преобразования Лапласа,  $j_x(p, y, z)$  – плотность стороннего тока – тока в токопроводах индуктора:

$$j_x(p, y, z) = \left( \frac{I(p)}{d^2} \right) \cdot \sum_{i=1}^4 \delta_i \cdot f_i(y, z); I(p) = L \{I(t)\};$$

$\delta_i$  – множитель, определяющий направление тока в каждом витке индуктора  $i = (1, 2, 3, 4)$ ,  $f_i(y, z)$  – функции пространственного распределения плотности токов по виткам индуктора:

$$f_1(y, z) = [\eta(y - h) - \eta(y - (h + d))] \times \\ \times [\{\eta(y - l) - \eta(y - (l + d))\} - \{\eta(y - (a - (l + d))) - \eta(y - (a - l))\}]$$

$$f_2(y, z) = -[\eta(z - (b - (h + d))) - \eta(z - (b - h))] \times \\ \times [\{\eta(y - l) - \eta(y - (l + d))\} - \{\eta(y - (a - (l + d))) - \eta(y - (a - l))\}]$$

$$f_3(y, z) = [\eta(y - L) - \eta(y - (L + d))] \times \\ \times [\{\eta(z - H) - \eta(z - (H + d))\} - \{\eta(z - (b - (H + d))) - \eta(z - (b - H))\}]$$

$$f_4(y, z) = -[\eta(y - (a - (L + d))) - \eta(y - (a - L))] \times \\ \times [\{\eta(z - H) - \eta(z - (H + d))\} - \{\eta(z - (b - (H + d))) - \eta(z - (b - H))\}]$$

$\eta(z)$ ,  $\eta(y)$  – ступенчатые функции Хевисайда;  $E_x(p, y, z) = L\{E_x(t, y, z)\}$ ,  $H_{y,z}(p, y, z) = L\{H_{y,z}(t, y, z)\}$ .

Из дифференциальной системы (1) – (3) можно получить уравнение для  $E_x(p, y, z)$ :

$$\frac{\partial^2 E_x(p, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x(p, y, z)}{\partial z^2} = p \cdot \mu_0 \cdot j_x(p, y, z). \quad (4)$$

Правая часть (4) есть линейная комбинация из четырех слагаемых. Для интегрирования данного линейного неоднородного дифференциального уравнения целесообразно воспользоваться принципом суперпозиции, в соответствии с которым следует найти решения для каждого из слагаемых в его правой части, после чего полученные результаты суммируются. Кроме того, здесь приемлемо двойное разложение в ряд Фурье по синусам кратных дуг, позволяющее автоматически удовлетворить нулевому граничному условию для напряженности электрического поля на стенках трубы в режиме резкого поверхностного эффекта [4].

Опуская громоздкие, но хорошо известные математические преобразования [4] сразу выпишем расчетные соотношения для проведения численных оценок.

Компоненты вектора магнитного поля, генерируемого в полости прямоугольной трубы горизонтальными витками индуктора, имеют вид:

$$H_y^{(1-2)}(p, y, z) = \left( \frac{16 \cdot I(p)}{\pi \cdot b \cdot d^2} \right) \times \\ \times \sum_{m,n=1}^{\infty} \left[ \frac{f(m, n) [\delta_1 + \delta_2 (-1)^m]}{\left( \frac{\pi \cdot m}{b} \right)^2 + \left( \frac{\pi \cdot n}{a} \right)^2} \right] \cdot n \cos \left( \frac{\pi \cdot m}{b} z \right) \cdot \sin \left( \frac{\pi \cdot n}{a} y \right), \quad (5)$$

$$H_z^{(1-2)}(p, y, z) = - \left( \frac{16 \cdot I(p)}{\pi \cdot a \cdot d^2} \right) \times \\ \times \sum_{m,n=1}^{\infty} \left[ \frac{f(m, n) [\delta_1 + \delta_2 (-1)^m]}{\left( \frac{\pi \cdot m}{b} \right)^2 + \left( \frac{\pi \cdot n}{a} \right)^2} \right] \cdot m \sin \left( \frac{\pi \cdot m}{b} z \right) \cdot \cos \left( \frac{\pi \cdot n}{a} y \right). \quad (6)$$

Поле вертикальных витков описывается так:

$$H_y^{(3-4)}(p, y, z) = \left( \frac{16 \cdot I(p)}{\pi \cdot b \cdot d^2} \right) \times \\ \times \sum_{m,n=1}^{\infty} \left[ \frac{g(m, n) [\delta_3 + \delta_4 (-1)^n]}{\left( \frac{\pi \cdot m}{b} \right)^2 + \left( \frac{\pi \cdot n}{a} \right)^2} \right] \cdot n \cos \left( \frac{\pi \cdot m}{b} z \right) \sin \left( \frac{\pi \cdot n}{a} y \right), \quad (7)$$

$$H_z^{(3-4)}(p, y, z) = - \left( \frac{16 \cdot I(p)}{\pi \cdot a \cdot d^2} \right) \times \\ \times \sum_{m,n=1}^{\infty} \left[ \frac{g(m, n) [\delta_3 + \delta_4 (-1)^n]}{\left( \frac{\pi \cdot m}{b} \right)^2 + \left( \frac{\pi \cdot n}{a} \right)^2} \right] \cdot m \sin \left( \frac{\pi \cdot m}{b} z \right) \cos \left( \frac{\pi \cdot n}{a} y \right). \quad (8)$$

Формулы (5) – (8) полностью описывают пространственно-временные распределения касательных компонент напряженности магнитного поля, а в условиях резкого поверхностного эффекта и плотности индуцированных токов, возбуждаемых индуктором из четырех взаимно ортогональных прямоугольных одновитковых соленоидов.

Направления токов в витках целесообразно принять соответствующим рис. 1. В этом случае  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 1$ . При другом их электрическом соединении противоположные направления токов в смежных токопроводах соседних витков приведут к исчезновению результирующего поля и, как следствие, к отсутствию силового давления в соответствующих зонах обрабатываемой заготовки. Изменение же направлений токов в целом изменит лишь знаки напряженности. Давления сохранятся теми же.

Для удобства в конкретных вычислениях несколько преобразуем выражения (5) – (8). Получим, что:

$$H_y(p, y) = \left( \frac{16 \cdot I(p)}{\pi \cdot b \cdot d^2} \right) \times \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{\pi \cdot m}{b} z\right) \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{a} y\right) \cdot F(m, n)}{\left[\left(\frac{\pi \cdot m}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi \cdot n}{a}\right)^2\right] \cdot n}, \quad (9)$$

где

$$F(m, n) = (1 + (-1)^m) \cdot (1 + (-1)^n) \sin\left(\frac{\pi m}{b} \cdot \frac{d}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi n}{b} \cdot \frac{d}{2}\right) \times \left[ \sin\left(\frac{\pi m}{b} \left(h + \frac{d}{2}\right)\right) \sin\left(\frac{\pi n}{a} \left(H + \frac{d}{2}\right)\right) + \sin\left(\frac{\pi m}{b} \left(H + \frac{d}{2}\right)\right) \sin\left(\frac{\pi n}{a} \left(h + \frac{d}{2}\right)\right) \right].$$

$$H_z(p, z) = - \left( \frac{16 \cdot I(p)}{\pi \cdot a \cdot d^2} \right) \times \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{\pi \cdot n}{a} y\right) \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{b} z\right) \cdot F(m, n)}{\left[\left(\frac{\pi \cdot m}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi \cdot n}{a}\right)^2\right] \cdot m}. \quad (10)$$

Следует отметить, что

- в квадратных скобках выражения для  $F(m, n)$  первое алгебраическое слагаемое соответствует вкладу горизонтальной, второе – вертикальной пары витков;
- в случае "отключения" вертикальных соленоидов, формулы (9) – (10) переходят в зависимости для двухвитковой конструкции индуктора.

При вычислении полей и вихревых токов в стенах прямоугольной полой трубы на поверхностях  $z = 0$  и  $z = b$  в (9) следует подставлять соответствующие значения координат. Аналогично, при расчете в стенах  $y = 0$  и  $y = a$  в (10) подставляются соответствующие величины поперечных координат.

Наконец, плотности токов, индуцированных в металле обрабатываемой трубчатой заготовки, также будут определяться формулами (9) и (10). Их квадрат с точностью до магнитной проницаемости вакуума будет равен магнитному давлению, развивающемуся в исследуемой индукторной системе.

Аналитические результаты проиллюстрируем численными оценками для индукторной системы (рис. 2), с помощью которой в дальнейшем было проведено экспериментальное моделирование процессов возбуждения электромагнитных полей токами 4-х одновитковых соленоидов в полости прямоугольной трубчатой заготовки.

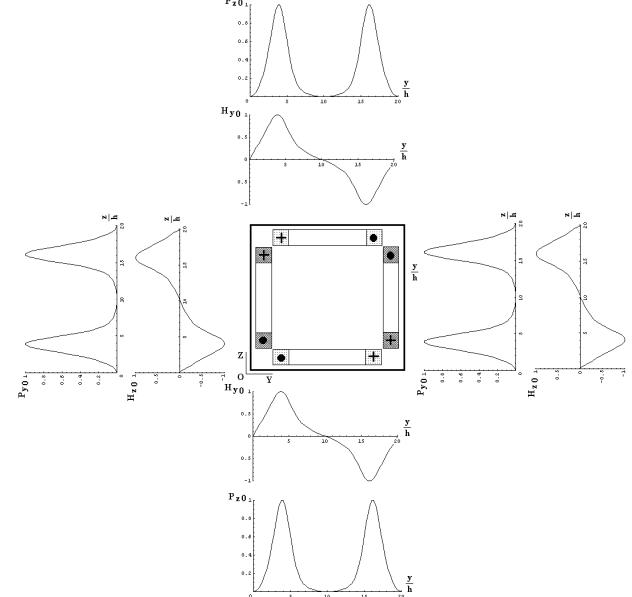


Рис. 2. Пространственные распределения касательных компонент напряженности магнитного поля ( $H_{y,z}^0$ ) и возбуждаемых сил давления ( $P_{z,y}^0$ ) в относительных единицах при включении всех 4-х витков (нормировка производилась на максимум расчетной величины)

Итак, в режиме резкого поверхностного эффекта обработка подлежит полая протяженная алюминиевая трубчатая заготовка толщиной 0,001 м с квадратной формой поперечного сечения:  $0,02 \times 0,02$  м,  $a = b = 0,02$  м.

Индукторы – одновитковые соленоиды прямоугольной формы выполнены из проводников с квадратным поперечным сечением  $0,002 \times 0,002$  м,  $d = 0,002$  м.

Для более полной иллюстрации процессов в системе расчеты в относительных единицах следует дополнить абсолютными значениями характеристик. Так, при амплитуде тока в индукторе  $I_m \approx 100$  кА максимум напряженности будет составлять  $H_m \approx 1,96 \cdot 10^7$  А/м, соответственно, максимум развивающего давления будет равен  $P_m \approx 2,42 \cdot 10^8$  Н/м<sup>2</sup>. Также был выполнен расчет для случая, когда включены только горизонтальные, а вертикальные витки отключены. Наконец, последние вычисления были выполнены для увеличенных зазоров между смежными токопроводами витков индуктора. Принималось, что величина  $\Delta = 0,002$  м.

Проведенные вычисления приводят к выводам:

- В индукторной системе с 4-мя взаимно ортогональными одновитковыми соленоидами, расположенными на внутренних поверхностях профиля полой трубчатой заготовки прямоугольной формы, в режиме резкого поверхностного эффекта возбуждаются интенсивные магнитные поля и мощные электродинамические усилия, величины которых вполне достаточны для практического деформирования обрабатываемой заготовки по углам профиля поперечного сечения.
- Максимумы пространственного распределения полей и давлений сосредоточены вблизи внутренних углов

обрабатываемой заготовки, а концентрация возбуждаемых усилий на двух взаимно ортогональных плоскостях означает появление равнодействующей силы давления с амплитудой  $\sqrt{2} \cdot P_m$ , направленной к центру угла.

- Сравнение действенности сил магнитного давления со стороны двух и четырех виткового индукторов не показывают прямо пропорциональной зависимости между количеством витков и амплитудами возбуждаемых полей и усилий.
- При выключении вертикальных витков индуктора, напряженность на горизонтальной поверхности составляет не 0,5 амплитуды при работе всех 4-х витков, а почти 0,75. Соответственно, давления падают не в 4, а только в 1,7 раза. Данный факт свидетельствует о меньшей эффективности многовиткового варианта по сравнению с ожидаемым результатом. Как подтверждает распределение на вертикальных стенках трубы, это обстоятельство обусловлено удаленностью токопроводов индуктора от ортогональных поверхностей внутреннего сечения заготовки.
- При наличии диэлектрических зазоров происходит снижение эффективности: по напряженности – на 20 %, по давлению – почти на 30 %.
- Повышение эффективности многовитковых индукторных систем возможно за счет выбора формы поперечного сечения витков их в областях сочленения смежных токопроводов при наименьших диэлектрических зазорах между ними.

Последний вывод приобретает особую практическую значимость, когда по условиям производственного задания требуется деформировать толстостенные трубчатые заготовки с большими поперечными размерами.

Из физических соображений, очевидно, что для выполнения данной операции необходимы мощные индукторные системы с массивными витками. В этом случае достижение достаточной эффективности силового воздействия просто не возможно без выбора соответствующих профилей сечения витков, обеспечивающих минимум зазора до металла обрабатываемой заготовки, где возбуждаются индуцированные в области сочленения смежных токи. Возможные профили сечения витков показаны на рис. 3.

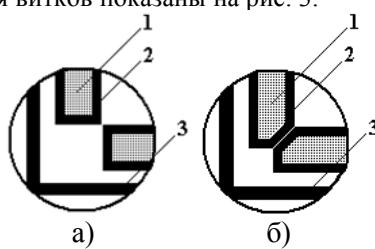


Рис. 3. Профили сечения витков индукторов в углах деформируемой трубы: 1 – металл витка, 2 – изоляция, 3 – металл заготовки

## ВЫВОДЫ

Вычисления для индукторных систем из четырех одновитковых соленоидов показали, что:

1. В индукторной системе с 4-мя взаимно ортогональными одновитковыми соленоидами, расположенными на внутренних поверхностях профиля полой трубчатой заготовки прямоугольной формы, в режиме резкого поверхностного эффекта возбуждаются интенсивные магнитные поля и мощные электродинамические усилия, величины которых вполне достаточны для практи-

тического деформирования обрабатываемой заготовки по углам профиля поперечного сечения;

2. Максимумы пространственного распределения полей и давлений сосредоточены вблизи внутренних углов обрабатываемой заготовки, а концентрация возбуждаемых усилий на двух взаимно ортогональных плоскостях означает появление равнодействующей силы давления с амплитудой  $\sqrt{2} \cdot P_m$ , направленной к центру угла;
3. Действенность со стороны многовитковых индукторов не оценивается прямо пропорциональной зависимостью между количеством витков и амплитудами возбуждаемых сил магнитного давления;
4. Повышение эффективности многовитковых индукторных систем возможно за счет выбора формы поперечного сечения витков их в областях сочленения смежных токопроводов при наименьших диэлектрических зазорах между ними.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Proceedings of the 1-st International Conference on High Speed Metal Forming. March 31/April 1. 2004. Dortmund, Germany.
2. Белый И.В., Фертик С.М., Хименко Л.Т. Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов. Харьков: Вища школа. 1977. – 189 с.
3. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. Том 1. Изд. второе, переработанное и дополненное под общей ред. д.т.н., проф. Батыгина Ю.В. Харьков: Изд. МОСТ-Торнадо. 2003. – 285с.
4. Т. Корн, Г.Корн, Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М: Наука. 1973. – 831с.

*Батыгин Юрий Викторович, д.т.н., проф.,  
Гнатов Андрей Викторович, к.т.н., с.н.с.,  
Смирнов Дмитрий Олегович*

*Харьковский национальный  
автомобильно-дорожный университет  
61002, Харьков, ул. Петровского, 25  
ХНАДУ, кафедра "Автомобильная электроника"  
тел. (057) 700-38-52, e -mail: batygin48@mail.ru,  
kalifus@yandex.ru, as.pirant@mail.ru*

*Головашченко Сергей Федорович,  
Technical Leader Manufacturing Research Department,  
Ford Research & Advanced Engineering  
Research and Innovation Center  
MD 3135, 2101 Village Road, Dearborn, MI 48121 USA  
phone: (313)337-3738, fax: (313) 390-0514  
e-mail: sgolovashchenko.ford.com*

*Yu. V. Batygin, S.F. Golovashchenko, A.V. Gnatov,  
D.O. Smirnov*

## Magnetic field and pressures excited by four pairwise coplanar solenoids in rectangular pipe cavity.

The article deals with calculation of spatial distribution of electromagnetic fields which are created by different inductor systems intended for hollow rectangular cross-section metallic pipes expansion. Excited electrical dynamic forces in the examined inductor systems are determined. The systems are shown to provide not only force action on the internal cavity walls but also purposeful pressure on the rectangular cross-section angles.

**Key words – inductor systems, rectangular cross-section metallic pipes, spatial electromagnetic fields distribution, calculation.**