УДК 517:66.048

Анохин Г.О., Сулима А.М., Доильницина Л.П., Шепотько И.П.,
Шостак В.В., Муратова Н.А.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ ОДНОГО ИЗ ВХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ПРОЦЕСС РЕКТИФИКАЦИИ БЕНЗИЛБЕНЗОАТА НА КОЛОННОМ ОБОРУДОВАНИИ (МЕТОД ДИСПЕРСИОННОГО АНАЛИЗА)

Процесс ректификации бензилбензоата в колонне с ламельной насадкой на Калужском комбинате душистых синтетических веществ является многофакторной системой воздействия входных параметров на конечный результат (1).

В этой связи была поставлена задача, используя аппарат математической статистики (дисперсионный анализ) определить значимость одного из выбранных параметров.

В статье (2) уже рассматривались примеры использования методов математической статистики при получении бензилбензоата на Калужском комбинате синтетических душистых веществ. Воспользуемся этим примером еще раз для анализа более подробного получения товарной фракции от пределов изменения температурных режимов $y = f(A)$, где $A_1 = 197$ °C; $A_2 = 199$ °C; $A_3 = 201$ °C; $A_4 = 204$ °C. Колебания выхода в процессе ректификации бензилбензоата определяется пределом изменения $y_{min} = 0{,}834$ л/с и $y_{max} = 0{,}899$ л/с (табл. 1).

Выборочная дисперсия, вычисляется по результатам наблюдений при i-м уровне фактора i = 1,2,3,......V по формуле:

$$\sigma_i^2 = \left(y_1^{(i)} - y^{(i)}\right)^2 + ... + \left(y_n^{(i)} - y^{(i)}\right)^2 / n_i = \sum_{j=1}^{n_i} (y_j^{(i)} - y^{(i)})^2 / n_i , \qquad (1)$$

где j – это номер опыта при i-ом уровне фактора
n_i – число опытов при i-ом уровне фактора.

При выполнении дисперсионного анализа придерживаемся условия, что в каждом конкретном опыте информация по производительности собирается при стабилизации переменной величены А, т.е результаты выработок y не зависят друг от друга.

Таблица 1

Температурные режимы	Информационный объем товарной фракции				Групповые средние, A	Выборочная дисперсия, σ_i^2
	1	2	3	4		
A_1	0,834	0,851	0,841	0,857	0,845	0,000079
A_2	0,894	0,867	0,899	0,894	0,888	0,000158
A_3	0.876	0,889	0,854	0,867	0,8715	0,000163
A_4	0,881	0,892	0,868	0,878	0,8797	0,0000731

Предположим, что информационные объемы при каждом опыте являются случайными и подчиняются нормальному закону распределения. Убедится в том, что величины, которые не противоречат результатам наблюдений, подчиняются гипотезе о равенстве групповых дисперсий.

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2. \tag{2}$$

Для решения данного вопроса произведем следующие операции по определению несмещенных оценок S_i^2 групповых дисперсий:

$$\begin{aligned} &S_1 = (\sigma_1^2 \cdot n)/(n\text{-}1) = 0{,}000105; S_2 = (\sigma_2^2 \cdot n)/(n\text{-}1) = 0{,}000205 \\ &S_3 = (\sigma_3^2 \cdot n)/(n\text{-}1) = 0{,}000217; S_4 = (\sigma_4^2 \cdot n)/(n\text{-}1) = 0{,}00097586 \end{aligned}. \tag{3}$$

Находим среднее квадратичное значение несмещеных оценок S_i^2, для этой цели используем следующую формулу:

$$\begin{aligned} S_0^2 &= \left[(n_1-1)S_1^2 + \ldots + (n_4-1)S_4^2\right] / \left[(n_1-1) + \ldots + (n_4-1)\right] = \\ &= 0{,}000157973 \end{aligned}. \tag{4}$$

Для определения критерия Бартлетта (φ) необходимо определить значение g по формуле:

$$\begin{aligned} g &= \left[1 + \frac{1}{3(n_1\text{-}1)}\left(\frac{1}{n_1-1} + \frac{1}{n_2-1} + \ldots\ldots + \frac{1}{n_n-1} - \frac{1}{(n_1-1)+\ldots+(n_n-1)}\right)\right]^{-1} = \\ &= 0{,}878 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\varphi = g\left[(n_1-1)\ln\frac{S_0^2}{S_2^2} + (n_2-1)\ln\frac{S_0^2}{S_2^2} + \ldots + (n_n-1)\ln\frac{S_0^2}{S_n^2}\right] = 3{,}359667. \tag{6}$$

При соблюдении условия $n_i>3$; $i=1,2,\ldots .i$ и гипотезы величина критерия φ имеет распределение близкое к x^2 – распределению с К=V-1 степенями свободы. Задаваясь уровнем значимости α, находим правостороннюю критическую точку $x^{\hat{E}\text{Ð}}_{\text{Ï Ð}\alpha}$ по схеме представленной в (3).

$$\left.\begin{aligned} \alpha &\to \gamma = 1-\alpha \\ \nu &\to \hat{E} = \nu - 1 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{ï.6}} \tilde{o}_\gamma^2 \to x^{\text{êð}}_{\text{ï ð.}\alpha} = \tilde{o}_\gamma^2;$$

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= 0{,}05 \to \gamma = 1-\alpha = 0{,}95 \\ \nu &= 4 \to \hat{E} = \nu - 1 = 3 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{ï.6}} x_\gamma^2 = 7{,}82 \to x^{\text{êð}}_{\text{ï ð.}\alpha} = 7{,}82. \tag{7}$$

При значении критерия Бартлетта $\varphi = 3{,}359667$ не попадает в критическую область (7,82 ∞) то гипотеза [2] равенства групповых генеральных дисперсий не отвергается. Запишем гипотезу, через математическое ожидание

$$H_0\colon a_1 = a_2 = a_3 = a_4, \tag{8}$$

где a_i – матиматическое ожидание, определенное объемом результатов экспериментальных исследований.

$$\acute{o} = \left[n_1 \acute{o}^{(1)} + n_2 \acute{o}^{(2)} + \ldots + n_n \acute{o}^{(n)} \right] / \left(n_1 + n_2 + \ldots + n_n \right) = 0{,}8719. \tag{9}$$

Следующим этапом является определение вариации признака y:

$$\begin{gathered} S_y^2 = \left(y_1^{(1)} - \bar{y}\right)^2 + \left(y_2^{(1)} - \bar{y}\right)^2 + \left(y_3^{(1)} - \bar{y}\right)^2 + \left(y_4^{(1)} - \bar{y}\right)^2 + \\ + \left(y_1^{(2)} - \bar{y}\right)^2 + \left(y_2^{(2)} - \bar{y}\right)^2 + \left(y_3^{(2)} - \bar{y}\right)^2 + \left(y_4^{(2)} - \bar{y}\right)^2 + .. \\ .. + \left(y_1^{(v)} - \bar{y}\right)^2 + \left(y_2^{(v)} - \bar{y}\right)^2 + \ldots \\ \ldots + \left(y_n^{(v)} - \bar{y}\right)^2 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{n} \left(y_j^{(i)} - y\right)^2 = 0{,}005597 \end{gathered} \tag{10}$$

Величина S_y^2–полученная как сумма слагаемых $(n_1+n_2+\ldots+n_v) = n$ и при этом

$$\sigma_{\acute{o}}^2 = S_{\acute{o}}^2 / n = \sum_{i=1}^{N} \sum_{i=1}^{n} \left(y_j^{(i)} - \bar{y}\right)^2 / n = 0{,}0003498. \tag{11}$$

Определим вариацию изменения производительности (величину y) вызванной изменчивостью уровней фактора А. Можно утверждать, что чем сильнее зависимость y от изменчивости фактора А (температура процесса выхода товарной фракции), тем сильнее изменчивость групповых средних $\bar{y}_1$; $\bar{y}_2$; $\bar{y}_3$; $\bar{y}_4$; и тем больше их разброс около общего среднего $\bar{y}$. Величенной определяющей этот разброс является дисперсия $\bar{\sigma}_y$ – групповых средних и обозначается $\sigma_{\tilde{n}\eth}$. Эта величина определяется по следующей формуле (4):

$$\begin{gathered} S_{cp}^2 = (\bar{y}_1 - \bar{y})^2 n_1 + (\bar{y}_2 - \bar{y})^2 n_2 + \ldots + (\bar{y}_v^i - y)_{nv}^2 = \\ = \sum_{i=1}^{V} (\acute{o}^{(i)} - \bar{y})^2 n = 0{,}00497524 \end{gathered} \tag{12}$$

Следовательно, получаем

$$\sigma^2_{ñð} = S^2_{ñð}/n = 0,0003109\,. \tag{13}$$

Будем рассматривать показатель вариации наблюдаемых «игреков» вызванной изменчивостью случайных остаточных факторов. Для этой цели фиксируется какой-либо уровень фактора, например $A^{(i)}$. Вариация наблюдений $y_1^{(i)}$; $y_2^{(i)}$; $y_3^{(i)}$;...$y_n^{(i)}$ внутри i-й группы относительно группового среднего $\bar{ó}^{(i)}$ вызванном влиянием остаточных факторов и измеряется групповой дисперсией $\sigma_з^2$. Тогда по всем группам вариации «игреков», вызванной влиянием на у остаточных факторов, будет измеряться среднее $\bar{\sigma}_0^2$ - групповых дисперсий:

$$\sigma_0^2 = \frac{\sigma_1^2 n_1 + \sigma_2^2 n_2 + \ldots + \sigma_V^2 n_V}{n_1 + n_2 + \ldots + n_v} = \frac{S_0^2}{n}, \tag{14}$$

где

$$S_0^2 = \sigma_1^2 n_1 + \sigma_2^2 n_2 + \ldots + \sigma_v^2 n_v\,;$$

$$\begin{aligned} S_0^2 = {} & (y_1^{(1)} - \bar{y}^{(1)})^2_{n1} + (y_2^{(1)} - \bar{y}^{(1)})^2_{n2} + \ldots + (y_n^{(1)} - \bar{y}^{(1)})^2_{ni} + \\ & +(y_1^{(v)} - \bar{y}^{(v)})^2_{ni2} + (y_2^{(v)} - \bar{y}^{(v)})^2_{ni2} + \ldots + (y_n^{(v)} - \bar{y}^{(v)})^2_{n1} =; \\ & \sum_{i=1}^{v} \sum_{v=1}^{n_i} (ó_i^{(i)} - \bar{y}^{(i)})^2 / n_i \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} S_0^2 = {} & 0,000079 \cdot 4 + 0,000158 \cdot 4 + 0,00007319 \cdot 4 + \\ & + 0,000163 \cdot 4 = 0,00188876 \end{aligned};$$

$$\sigma_0^2 = \frac{s_0^2}{n} = \frac{0,00188876}{16} = 0,000118047\,.$$

На основе приведенных расчетных зависимостей получим результаты, которые заносятся в таблицу 2.

Проверка гипотезы H_0 о равенстве групповых математических ожиданий основываются на сравнении дисперсий $S^2_{ñð}$ и S_0^2, что соответствует значению

$$F = S^2_{ñð} / S_0^2 = 0,001658 / 0,000157396 = 10,5339\,, \tag{16}$$

F – распределения с числом степеней свободы l = ν-1 и K=n-ν, т.е.

Таблица 2 – Факторного дисперсионого анализа

Источник вариации результирующего признака У	Показатель варийии	Число степеней свободы	Несмещенная оценка дисперсий σ°
Фактор А температура товарной фракции	$\sigma_{\tilde{n}\eth} = \dfrac{0,00497529}{16} = 0,0003109$	4 - 1 = 3	$S^2_{\tilde{n}\eth} = \dfrac{0,00497529}{3} = 0,001658$ при выполнении уловия H_0: a_1=a_2=a_3=a_4
Остаточные факторы	$\sigma_0^2 = \dfrac{S_0^2}{n} = \sum\limits_{з=1}^{N} \sum\limits_{j=1}^{n_з} \left(y_j^{(з)} - \bar{y}^{(з)} \right)^2$ $\sigma_0^2 = \dfrac{0,09188876}{16} = 0,000118047$	16 - 4 = 12	$S_0^2 = \dfrac{0,00188876}{12} = 0,000157396$
Общая вариация	$\sigma_y^2 \dfrac{S_y^2}{n} = \dfrac{0,005597}{16} = 0,0003498$	16 - 1 = 15	$S_y^2 = \dfrac{0,005597}{15} = 0,000373133$ при выполнении условия H_0: $a_1 = a_2 = a_3 = a_4$

$$S^2_{\tilde{n}\eth} / S_0^2 = F(l=\nu\text{-}1;\ K=n\text{-}\nu). \qquad (17)$$

Используя данное соотношение, найдем для заданного уровня значимости α правостороннюю критическую точку $X^{\hat{E}\text{Ð}}_{\text{Ï Ð}\alpha}$ в соответствии с источником (3) по следующей схеме:

$$\begin{array}{l} \grave{a} = \nu = 1-\alpha \\ l = \nu - 1 \\ K = n - \nu \end{array} \xrightarrow{n.7} f_\gamma \rightarrow X^{KP}_{\text{Ï Ð}\alpha} = f_\nu;$$

$$\begin{array}{l} 0,05 \rightarrow \gamma = 1-\alpha = 0,95 \\ l = 4-1 = 3 \\ K = 16-4 = 12 \end{array} \xrightarrow{n.7} f_\gamma = 3,49 \rightarrow X^{KP}_{\text{Ï Ð}\alpha} = 3,49. \qquad (18)$$

В нашем конкретном случае, когда распределение получения товарной фракции (бензил бензоата) У от температуры А имеет величину F = 10,5339 и попадает в критическую область (3,49;∞) (3), то гипотеза H_0: $a_1 = a_2 = a_3 = a_4$ отвергается.

Найдем выборочный коэффициент детерминации, который основан на сопоставлении дисперсий, т.е. коэффициент учитывающий влияет или не влияет фактор на результирующий признак:

$$\rho^2 = \sigma^2_{\tilde{n}\eth} / \sigma^2_{\acute{o}} = 0,0003109 / 0,000349 = 0,8908. \qquad (19)$$

Таким образом 89,08 % общей вариации производительности получения бензил бензоата зависит от температурного режима выходной товарной фракции, т.е. температуры процесса.

Применение данного метода математической статистики в обработке экспериментальных результатов исследований или анализе регламентно-технологических данных действующих процессов в химической промышленности, позволит более качественно оценивать получение конечного продукта в технологических процессах и дифференцировано подойти к рассмотрению влияния определяющих входных параметров.

Следовательно, однофакторный дисперсионный анализ позволяет по выборочным данным выявить степень влияния контролируемого фактора, температуры паров процесса ректификации, на результативный признак получения товарного бензил бензоата и оценить значимость данного параметра.

Литература

1. Отчет по НИР «Определение эффективности ламельной насадки из тканной сетки в процессе ректификации бензилбензоата на Калужском комбинате синтетических душистых веществ». Тема 1205-89-212. УкрНИИхиммаш Харьков.– 1990.

2. Анохин Г.А.; Сулима А.Н. и др. «Анализ исследования технологических процессов методом математической статистики в химическом оборудовании». Вестник НТУ «ХПИ» « Химия, химическая технология и экология» Х 4.– 2004.

3. Калинина В.Н.; Панкин В.Ф.«Математическая статистика». «Высшая школа» М.– 1998.

4. Навчально – методичний посібник «Застосування математичних методів аналізу та обробки результатів досліджень в медицині і біології». ХНУ ім. Каразіна; ХТНУ (ХПИ) Харків.– 2001.

УДК 517:66.048

Анохін Г.О., Суліма А.М., Доільніцина Л.П., Шепотько И.П.,
Шостак В.В., Муратова Н.А.

ОЦІНКА ВПЛИВУ ЗМІН ОДНОГО З ВХІДНИХ ПАРАМЕТРИВ НА ПРОЦЕС РЕКТИФІКАЦІЇ БЕНЗИЛБЕНЗОАТА НА КОЛОННОМУ УСТАТКУВАННІ (МЕТОД ДИСПЕРСІЙНОГО АНАЛІЗУ)

У статті приведено метод математичної статистики (однофакторний дисперсний аналіз), якій забезпечив за вибірковими даними процесу кінцевої ректифікації визначити ступень впливу контрольованого фактора на результат.