УДК.621.165

Ефимов А.В., Потанина Т.В., Меньшикова Е.Д., Межлумов М.М.

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗОК МЕЖДУ ЭНЕРГОБЛОКАМИ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ

Переход народного хозяйства Украины на рыночные отношения привел к определенным структурным изменениям в электроэнергетике, к постановке более серьезных требований к различным параметрам деятельности электростанций.

Так, например, при рассмотрении экономичности различных топливных циклов все большее внимание обращается не только непосредственно на технологическую стоимость производства энергии, но также и на полную стоимость возмещения всех ущербов (экстерналий), которые сопровождают получение и распределение электроэнергии. Нетрудно представить, что введение финансовой ответственности энергопроизводителей за химическое и физическое загрязнение биосферы приведет к резкому удорожанию «угольного» и «газового» электричества, что в свою очередь заметно снизит конкурентноспособность этих энерготехнологий относительно АЭС. По западноевропейским странам усредненные оценки стоимостей выбросов углеводорода свидетельствуют, что угольные станции «опережают» АЭС в 50-60 раз, а газовые – в 20-30 раз. Таким образом, при всех противоречивых процессах и недостатках своего развития на данном этапе, именно атомная энергетика потенциально обладает всеми необходимыми качествами, чтобы стать доминирующей технологией.

В числе первоочередных задач успешного использования этого потенциала следует назвать обеспечение безопасности действующих АЭС и продление срока эксплуатации энергоблоков станций. Совершенствование методов эффективной эксплуатации, продление срока службы оборудования, уменьшение негативного воздействия на окружающую среду – вот ряд вопросов, которые должны быть решены для ТЭС на органическом топливе, в настоящее время играющих определяющую роль в структуре производства электроэнергии.

Итак, можно утверждать, что среди проблемных задач энергетики не теряет своей актуальности задача оптимизации режимов работы электростанций и оборудования. Уменьшение доли оборонных промышленных предприятий с двух-, трехсменными режимами работы и рост числа коммунально-бытовых потребителей с резкопеременным режимом электропотребления способствовали значительному увеличению неравномерности и плотности графиков электрических нагрузок. При отсутствии высокоманевренных агрегатов это привело к вынужденной разгрузке или останову части оборудования при прохождении провалов графиков электропотребления. Статистические данные свидетельствуют о том, что даже мощные энергоблоки на сверхкритические параметры 300, 500 и 800 МВт при прохождении ночных провалов нагрузки ежесуточно разгружаются до 30…50 % номинальной мощности.

В этих условиях проблема оптимального внутрисистемного и внутристанционного оперативного управления режимами работы энергооборудования становится особенно острой. В настоящее время разработаны и эксплуатируются различные модели и программные комплексы на их основе, позволяющие решать задачу данного класса – сложную оптимизационную задачу.

Из анализа существующих математических моделей основного и вспомогательного оборудования, методик и алгоритмов видно, что они ориентированы на частные задачи проектирования и эксплуатации, а упрощения, допущенные при моделировании, не позволяют в процессе оптимизации оперативно учитывать структурные и параметрические изменения и решить задачу оптимального распределения нагрузок между энергоблоками электростанций. Для решения этой актуальной задачи необходима единая имитационная модель энергетического объекта с соответствующим уровнем детализации.

Классические математические и имитационные модели позволяют предсказывать поведение моделируемых процессов при определенных, фиксированных условиях. Когда требуется найти условия, обеспечивающие наилучшее протекание интересующих процессов, а для этого организовать процедуру целенаправленного поиска лучшего варианта, формулируется задача оптимизации. Задача оптимального распределения нагрузок между энергоблоками – это задача отыскания такого распределения нагрузок, при котором функция цели – удельный расход топлива или теплоты на выработку заданного количества электроэнергии – достигала бы своего минимума.

$$q = f\left(\vec{X}\right) \to \min .$$

В основе распределения нагрузок лежит использование расходных характеристик энергетического оборудования (зависимости расхода тепла от мощности). Среди методологических подходов к решению данной задачи наибольшее распространение получили: 1) направленный перебор вариантов, 2) нахождение наивыгоднейших режимов работы энергоустановок на основе равенства относительных приростов расходов топлива и 3) градиентные методы. Каждый из перечисленных методов на различных этапах «истории» решения задачи давал определенный положительный результат. И все же следует сказать, что первый метод, решая многоэкстремальную задачу с техническими ограничениями и с характеристиками выпуклыми вверх, не позволяет учесть связей, существующих между переменными функции цели. Второй позволяет найти все оптимальные распределения, но при условии, что целевая функция является выпуклой вниз на всех участках по каждой из своих переменных. Градиентные методы, предложенные в [1], основаны на определении конечных приращений функции цели и в некоторой степени лишены недостатков, присущих первым двум. Вместе с тем, при их использовании в условиях нескольких экстремумов функции либо технических ограничений возникает ряд методических трудностей: появляется опасность получить решения, соответствующие локальному оптимуму. Кроме того, этот метод медленно сходится в тех случаях, когда функция цели имеет «овражный» характер: небольшое изменение некоторых переменных приводит к резкому изменению значений функции [3,4].

Таким образом, анализ состояния проблемы показал, что задача оптимального распределения нагрузок между энергоблоками является многомерной задачей глобальной оптимизации с наличием связей между переменными. Кроме того, опыт показывает, что глобальный экстремум находится чаще всего вблизи границы множества ограничений. Поэтому наиболее целесообразными для решения данной задачи могут быть гибридные методы поиска оптимума. Например, метод представляющий собой комбинацию наискорейшего спуска, схемы Абрамова, метода параллельных касательных, секущего движения вдоль границы, адаптации шага движения [2].

Такой метод ориентирован на решение следующей вариационной задачи:

$$\min\left\{F\left(X\right)\middle|\, X \in G \subset E^n\right\},\ G = \left\{X : G_j\left(X\right) \ge 0,\ j = 1,\ldots,l\right\}, \qquad (1)$$

где $F\left(X\right)$ – функция цели, E^n – n-мерное Евклидово пространство, G – множество ограничений; $F\left(X\right), G_j\left(X\right)$ – непрерывно-дифференцируемые в односвязных областях E^n функции: $F\left(X\right)$ – в замкнутой области $G \in E^n$ и $G_j\left(X\right)$ в некотором расширении G.

На первом этапе применяется модификация метода наискорейшего спуска. Пусть есть некоторое начальное распределение $X_0 \in G$. Поиск из стартовой точки осуществляется по направлению наибольшего убывания функции $F\left(X\right)$:

$$DIR \quad X_0 = -\frac{\nabla_n F(X_0)}{\left\|\nabla_n F(X_0)\right\|}, \tag{2}$$

$\nabla_n F(X_0) = \left(\frac{\partial F(X_0)}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial F(X_0)}{\partial x_n} \right)$ – градиент целевой функции,

$\left\|\nabla_n F(X_0)\right\| = \sqrt{\left(\nabla_n F(X_0), \nabla_n F(X_0)\right)}$ – норма градиента.

Затем по реккурентной формуле:

$$X_m = X_{m-1} + \lambda \cdot DIR\, X_0, \tag{3}$$

где λ – шаг поиска,
осуществляется поиск X_m. Вычисление шага λ подробно описано в [5].

Движение прекращается в случае, если поиск выходит за границу области G ($X_{m+1} \notin G$) либо функция цели $F(X)$ удовлетворяет условию

$$F(X_{m-1}) \geq F(X_m) \leq F(X_{m+1}). \tag{4}$$

Таким образом, точка X_m – наилучшая в данном направлении. Обозначим $X_0 = M_0$, $X_m = M_1$. Далее осуществляется поиск еще одной точки из области – M_2.

Второй шаг – схема Абрамова – предполагает, что найденные три точки не лежат на одной прямой и, таким образом, определяют гиперплоскость, в которой будет проводиться дальнейший поиск минимума функции цели. Схема Абрамова позволяет определить направление поиска без дополнительных вычислений функции качества, что значительно сокращает время отыскания оптимума, и к тому же область поиска сужается. Движение осуществляется аналогично первому этапу

$$X_{k\,j} = X_{k\,j-1} + \lambda_{k\,j}^{(r)}\, DIR\, M_k, \tag{5}$$

где $\lambda_{kj}^{(r)}$ – шаг поиска *k*-го направления, *j* – номер шага в направлении *k*, *r* – номер гиперплоскости,

$$DIR\, M_k = \frac{\overrightarrow{M_k M_{k-2}}}{\left\|\overrightarrow{M_k M_{k-2}}\right\|}. \tag{6}$$

Переход на новое направление осуществляется по тому же принципу, что и на первом этапе (4). Таким образом, на направлении $DIR\, M_k$ получаем точку, построенную на *l*-м шаге $X_{k\,l} = M_{k+1}$.

В зависимости от сложившейся ситуации (поворот оврага, пологий спуск, крутой спуск, выход траектории движения за границу области и др.) для ускорения спуска производится адаптация шага движения.

В процессе спуска шаг уменьшается и продвижение замедляется. С целью экономии времени работы программы при $\lambda_{kj}^{(r)} < \varepsilon_0$ применяется метод параллельных касательных. Происходит выбор «лучшей» точки на гиперплоскости: если $M_k \in G$, то она объявляется лучшей (обозначение $X^{(r)} = M_k$), если же $M_k \notin G$ – то лучшей будет предыдущая точка в итерационном процессе M_{k-1}. Далее наступает переход на новую гиперплоскость, и при этом шаг поиска снова уменьшается.

В результате поиска минимума функции $F(X)$ может возникнуть ситуация, когда траектория поиска выйдет за границу области. В этом случае следует перейти к методу секущего движения вдоль границы, позволяющему определить локальный минимум цели на границе допустимой области. Суть этого метода сводится к сравнению значений функции на границе G.

Первые две точки на границе G находятся как пересечения с ней двух отрезков $M_k C_k$ и $C_{k-1} C_k$, где C_{k-1} – последняя «лучшая» точка в направлении $DIR\, M_{k-1}$, а C_k – первая точка в направлении $DIR\, M_k$. Движение начинается в направлении убывания целевой функции $F(X)$. Если уже с первого шага итерационного процесса (5) функция начинает возрастать, то поиск осуществляется в обратном направлении с шагом

$$\lambda_{k+1,r}^{(r)} = \frac{\lambda_{k+1}^{(r)}}{\beta}, \quad 0 < \beta < 1. \tag{7}$$

Пусть на j_1 шаге была найдена точка X_{k+1, j_1}. Если она не принадлежит области *G*, то в направлении

$$DIR\, C_k = \frac{\overrightarrow{C_k C_{k-1}}}{\left\| \overrightarrow{C_k C_{k-1}} \right\|} \tag{8}$$

из точки C_k делается два шага, и полученная точка соединяется с X_{k+1, j_1}. Пересечение этого отрезка с границей – новая точка в методе секущего сечения. Движение вдоль границы продолжается.

Процесс минимизации прекращается, если будет выполняться критерий

$$\left\| X^{(r)} - X^{(r-1)} \right\| < \varepsilon;\ 0 < \varepsilon < 1, \tag{9}$$

где $X^{(r)}, X^{(r-1)}$ – «лучшие» точки на *r*-й и (*r-1*)-й гиперплоскостях. Точка $X^{(r)}$ – оптимальная.

Приведенный метод при тестировании функций с «овражным» характером оказался более эффективным, чем другие методы, кроме того, он с высокой вероятностью позволяет найти хорошее направление у границ, заданных неравенствами, и потому может быть использован как метод локального поиска вблизи экстремальной точки.

Таким образом, описанный метод может быть использован для решения задачи оптимального распределения нагрузок между энергоблоками электростанций, что позволит оптимизировать работу ТЭС и АЭС.

Литература

1. Аминов Р.З. Методологические аспекты оптимизации распределения нагрузок на электростанциях // Известия ВУЗов. Энергетика. – 1990. – №10. – С. 53-57.

2. Палагин А.А., Шелудько Г.А., Ропавка А.И. и др. Гибридный метод решения задач нелинейного программирования с трудновычислимой функцией цели и сложной системой ограничений. – В кн.: Методы комплексной оптимизации энергетических установок. Иркутск: Сиб. отделение АН СССР, 1977. – С. 116-124.

3. Карманов В.Г. Математическое программирование. – М.: Наука, 1986. – 288 с.

4. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации. – СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1998. – 108 с.

5. Полак Э. Численные методы оптимизации. – М.: Мир, 1974. – 374 с.