

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМЫ «СТВОЛ–КОРПУС–ПОДВЕСКА» С ПОМОЩЬЮ РАЗЛОЖЕНИЯ В РЯД ФУРЬЕ

Актуальность и постановка задачи. Точность стрельбы автоматического оружия характеризуется рядом взаимосвязанных параметров. Такими параметрами, согласно таблицам внешней баллистики, являются исходные данные стрельбы. Задание режима и условий стрельбы сводится к заданию отдельных их параметров в таком сочетании, при котором обеспечивается необходимая точность стрельбы, которая характеризуется меткостью и кучностью [2].

При стрельбе боевых колесных машин, на вооружении которых установлены малокалиберные автоматические пушки (МАП), в системе "ствол–корпус–подвеска" протекает ряд динамических процессов, которые в совокупности приводят к снижению точности попадания в цель. К таковым относятся [1]:

1) Колебания корпуса боевой машины, обусловленные неровностями дороги и отдачей пушки после выстрела;

2) Колебания пушки при стрельбе (стрельба с места и в движении);

3) Работа тормоза отката.

Колебания характеризуются такими параметрами [6]:

1. амплитудой колебаний, т.е. величиной наибольшего отклонения от положения равновесия,

2. периодом колебаний, т.е. временем одного полного колебания;

3. законом изменения колеблющейся величины во времени;

4. фазой колебаний.

При автоматической стрельбе влияние колебаний на точность стрельбы происходит иначе, чем при стрельбе одиночными выстрелами. В первую очередь это связано с тем, что при равномерном темпе стрельбы возможно возникновение резонанса колебаний, возобновляемого при каждой серии выстрелов. Во-вторых, при кратном числе колебаний и темпе стрельбы, возрастает амплитуда колебаний ствола, что в свою очередь негативно влияет на точность стрельбы. Также немаловажным фактором при стрельбе с ходу является состояние дорожного покрытия, которое характеризуется величиной неровности дороги. В результате, как при стрельбе, так и при движении боевой машины возникают возмущения, которые характеризуются частотой колебаний и их амплитудой. Для определения составляющих затухающих колебаний пушки, а так же определения взаимосвязи между колебаниями бронекорпуса и пушки необходимо рассмотреть две модели:

1. Модель динамики пушки при отсутствии движения.

2. Модель динамики пушки при движении.

При разработке математической модели введём два допущения:

– пушку рассматриваем как жесткий стержень, который жестко закреплён в боевом модуле с установленным тормозом отката;

– бронекорпус принимаем жестким, установленным на восьми упругих опорах.

Рассмотрим состояние системы, когда возмущений неровностей дороги нет, машина неподвижна. При этом система характеризуется вынужденными затухающими колебаниями пушки и бронекорпуса, возникающими в результате действия силы отдачи выстрела и силы упругости тормоза отката. Частота колебания пушки при стрельбе определяется темпом стрельбы.

МАП, установленные в боевых модулях, имеют два режима стрельбы: одиночный и очередью. При стрельбе одиночными выстрелами, колебания не влияют на точность стрельбы. Поскольку интервал времени между выстрелами $\min[T] \geq t_{\text{зат}}$ больше времени затухания возмущений вызванных выстрелом. Таким образом, система успевает вернуться в исходное положение перед последующим выстрелом. В тоже время стрельба с места определяется точностью подготовки исходных данных стрельбы [3] и зазорами в механизмах удержания пушки. Уравнение суммарного отклонения ствола пушки при стрельбе с места принимает вид [6]:

$$\Delta X_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \Delta X_i, \quad (1)$$

где n – число возмущающих факторов.

При этом не следует учитывать при стрельбе с места следующие факторы:

- возмущения возникающие при движении по неровностям;
- возмущения вызванные демпфирующими элементами подвески.

Основным режимом ведения огня МАП является стрельба очередями, поэтому в процессе стрельбы возникают негармонические затухающие колебания как результирующие ряда возмущений описанных выше.

В результате обработки экспериментальных данных стрельб [8] установлено, что размещение средней точки попадания по семи сериям стрельб представляется в форме эллипса (рис. 1). Идентифицировать полученные результаты возможно путём сравнения их с фигурами Лиссажу. Фигуры Лиссажу (ФЛ) – замкнутые траектории, прочерчиваемые точкой, совершающей гармонические колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях. При помощи ФЛ, определили частоту и отношение частот складываемых колебаний.

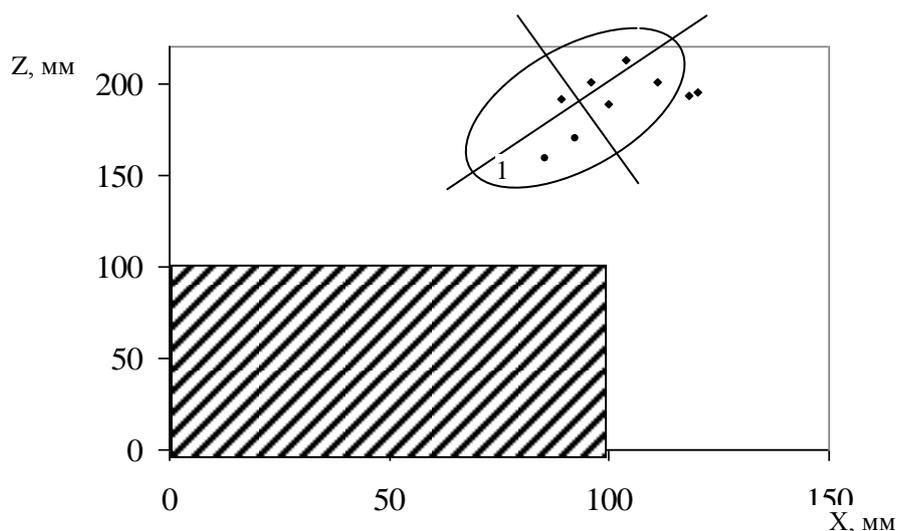


Рисунок 1 – Размещение средних точек попадания:

1 – область ограничивающаяся эллипсом, описываемая вокруг средних точек попадания

Вид фигур Лиссажу определяет соотношение между периодами (частотами), фазами и амплитудами обоих колебаний. По экспериментальным данным идентифицируем фигуры Лиссажу. Фигура, описываемая вокруг СТП, представляет эллипс. Данная фигура соответствует равенству обоих периодов и разности начальных фаз $7\pi/4$ ($315^\circ=5,5$ рад.).

Амплитуда смещения в результате колебаний корпуса боевой машины после выстрела:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (2)$$

где φ – начальная фаза колебаний; $(\omega t + \varphi)$ – фаза колебания; A – амплитуда колебаний; $\omega = 2\pi/T$ – угловая частота колебаний; T – период колебаний.

Поскольку направления колебания системы происходят во взаимно перпендикулярных плоскостях друг к другу, то для каждой координаты изменение амплитуды во времени:

$$x(t) = a_0 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_1), \quad (3)$$

$$y(t) = b_0 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \varphi_2). \quad (4)$$

Траектория колебаний, имеющих форму эллипса, описывается уравнением (5), причем полуоси эллипса равны соответствующим амплитудам колебаний [6]:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (5)$$

где x, y – смещение точки вдоль координаты x и y ; a и b – амплитуды складываемых колебаний; $(\varphi_2 - \varphi_1)$ – разность фаз колебаний.

Исходя из экспериментальных данных [8] координаты средней точки попадания (табл. 1) по семи сериям эксперимента, соответствуют отклонению колебаний ствола пушки вдоль осей x и y в данный момент времени при стрельбе в разных режимах, относительно точки прицеливания в центре мишени.

Таким образом, при отклонении составляющих колебаний в данный момент времени для обеспечения гарантированного попадания в цель для уравнения (5) должно выполняться условие $(x; y \leq |a; b|)$, соответственно результирующее отклонение в данный момент времени не должно превышать соответственно размеры цели:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \tag{6}$$

где r – результирующее отклонение в данный момент времени.

Таблица 1 – Координаты средней точки попадания

№	Режим стрельбы	координаты СТП, мм	
		X	Y
1	2	3	4
1	4 одиночных выстрела	96,2	201,6
2	Очередь из 2 выстрелов	119,6	195,5
3	Очередь из 3 выстрелов	111,2	201,2
4	Очередь из 4 выстрелов	88,9	191,4
5	Одиночный выстрел на борт	104,7	213,3
6	Очередь из 3 выстрелов на борт	118,3	193,3
7	Очередь из 2 выстрелов с ручных приводов	100,7	189

В механических системах, участвующих в колебательном движении присутствуют силы сопротивления тормоза отката, жесткость подвески, действие которых достаточно интенсивно приводит к уменьшению энергии системы. Это проявляется в затухании колебаний, поскольку $E_{\text{сист.}} \sim A^2$, то при $E \rightarrow 0$ и A уменьшается до 0.

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний [6]:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \tag{7}$$

где $\beta = \frac{r}{2m}$ – коэффициент затухания; $\omega_0^2 = \frac{\kappa}{m}$ – круговая частота колебаний; r – коэффициент сопротивления, при условии что возвращающая сила пропорциональна смещению Δx из условия:

$$m\ddot{x} = -\kappa x - rx, \tag{8}$$

где $F_c = -rx$ – сила сопротивления.

При существенно затухающих колебаниях системы, когда $\beta > \omega_0$ решение уравнения (7) имеет вид:

$$x = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}, \tag{9}$$

где c_1 и c_2 – коэффициенты подлежащие определению из условий однозначности x_0 и $\dot{x} = v_0$.

Коэффициенты определяются из выражений:

$$C_1 = \frac{\frac{F_0}{m} (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}, \tag{10}$$

$$C_2 = \frac{\frac{F_0}{m} 2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}. \quad (11)$$

При таких условиях движение является неперiodическим, и система возвращается в исходное положение, не совершая колебаний. Причем если:

$$\lambda_1 = \beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}, \quad (12)$$

и

$$\lambda_2 = \beta - \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}. \quad (13)$$

То, задавая значениями β , ω_0 , r , получим закон изменения координаты при затухании колебаний при $\omega_0 > \beta$, $r < 2\sqrt{mk}$, $\omega < \omega_0$.

Очевидно, что предельный случай аперiodического движения соответствует условию $\beta = \omega_0$, $\omega = 0$, $r = 2\sqrt{mk}$.

С учетом того, что рассматриваемая система совершает вынужденные колебания под действием внешней силы $F_{\text{внешн.}}$, то выражение (8) запишем в виде:

$$m\ddot{x} = F + F_c + F_{\text{внешн.}}. \quad (14)$$

Соответственно правая часть уравнения (6) будет не равна нулю, а равна закону изменения внешней силы от времени. Для рассматриваемой системы такой закон определяется темпом стрельбы. В модели будем считать, что воздействие описывается гармоническим законом:

$$F_e = F_0 \cos \omega t, \quad (15)$$

где ω – круговая частота колебаний, определяемая темпом стрельбы; F_0 – амплитуда вынуждающей силы.

С учетом (15) перепишем (7) в виде:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t, \quad (16)$$

где $f_0 = \frac{F_0}{m}$ – нормированная амплитуда вынуждающей силы.

Полное решение этого уравнения имеет вид [6]:

$$x(t) = A \cos(\omega t - \alpha) + A e^{-\beta t} \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \varphi_0), \quad (17)$$

где $A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$ – амплитуда колебаний; $\alpha = \arctg \frac{2\omega\beta}{\omega_0^2 - \omega^2}$ – смещение по фазе.

A_0 и φ_0 определяются начальными условиями.

С учетом поглощения энергии в механической системе решение уравнения вынужденных колебаний запишем в виде:

$$x(t) = A_{\Pi}(\omega) \sin \omega t + A_{\Delta}(\omega) \cos \omega t, \quad (18)$$

где A_{Π} – амплитуда поглощения; A_{Δ} – упругая амплитуда.

Которые определяются как:

$$A_{II}(\omega) = \frac{2\beta\omega f_0}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}, \quad (19)$$

$$A_{II}(\omega) = \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)f_0}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}. \quad (20)$$

Любая колебательная система в общем случае может совершать одновременно несколько колебаний, приводящих к смещению всей системы. Как известно [6] к таким системам применяют принцип суперпозиции, в соответствии с которым отклонение результирующего колебания определяется уравнением (1).

В свою очередь такое результирующее отклонение может быть аппроксимировано гармоническим законом:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (21)$$

где A – абсолютное значение векторной суммы векторов, составляющих отклонение системы.

Для определения частот, составляющих негармонические колебания, представим сложные колебания системы в виде суперпозиции одновременно совершающихся гармонических колебаний, для чего воспользуемся разложением в ряд Фурье [5], где члены ряда Фурье, определяющие гармонические колебания с частотами $n\omega$, являются гармониками негармонического колебания:

$$A(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t + \varphi_n), \quad (22)$$

где $\varphi_n = \arctg \frac{a_n}{b_n}$ – сдвиг фазы.

Амплитуда A_n гармоники определяется как:

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad (23)$$

где a_n и b_n – коэффициенты Фурье.

Коэффициенты Фурье определяются из условий:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A(t) \cos n\omega t dt, \quad (24)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A(t) \sin n\omega t dt. \quad (25)$$

Во втором случае причиной, вызывающей колебания корпуса боевой машины при движении, являются неровности дороги. Профиль дороги рассматриваем как сочетание отдельных неровностей, характеризующихся длиной, высотой, формой и чередованием. Радиус колеса БТР значительно больше высоты неровности, а упругая шина обладает способностью сглаживать резкие очертания неровностей. Поэтому профиль неровностей принимают синусоидальным относительно средней линии неровности. Дорожную неровность представим в виде сдвинутой синусоиды (рис. 2), которая описывается уравнением [4]:

$$\eta = \eta_0 \left(1 - \cos 2\pi \frac{x}{L} \right), \quad (26)$$

где η_0, L – максимальная высота и длина неровности; η, x – текущие значения высоты и длины неровности.

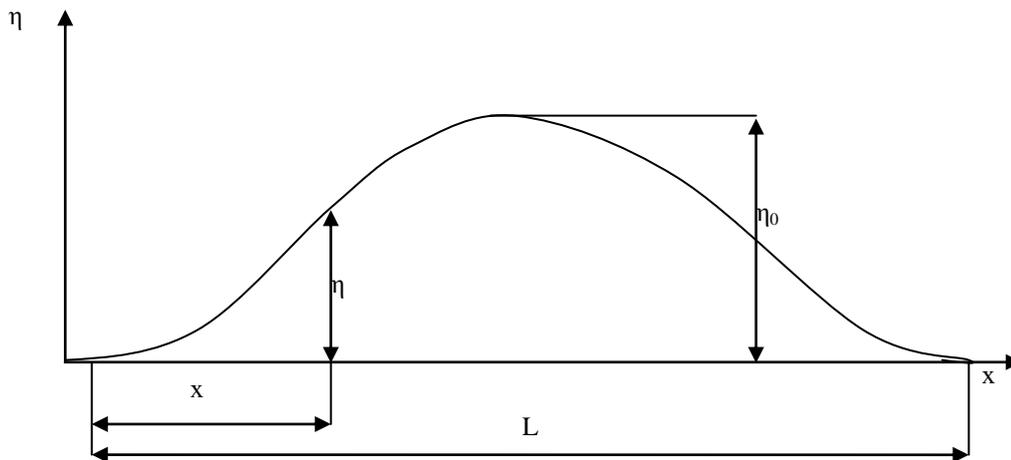


Рисунок 2 – Схема неровности синусоидального профиля

При движении, высота неровности представляется в виде $\eta = f(\tau)$. При отсутствии движения $\eta = 0$.
 Вследствие допущения о равномерном прямолинейном движении боевой машины, текущее значение неровности дороги можно записать:

$$x = Vt, \quad (27)$$

где V – скорость движения; t – текущее время движения.

Тогда

$$\eta = \eta_0 (1 - \cos \omega t), \quad (28)$$

где $\omega = \frac{2\pi V}{L}$ – частота следования дорожных неровностей.

При единичных неровностях понятие частоты теряет смысл, и тогда величину ω_0 связывают со временем проезда неровности:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (29)$$

Расстояние между повторяющимися неровностями принимается 1–1,5 базы боевой машины, а высота неровности принимается до 140–150 мм [7]. Возмущения, связанные с неровностями дороги, имеют максимальную частоту следования дорожных неровностей $\omega_{\max} = 5-7 \text{ с}^{-1}$.

Выводы. Предложенная методика определения значений параметров колебаний системы "ствол–корпус–подвеска" позволяет определить значения характеристик колебаний вызванных возмущениями системы как при стрельбе с места, так и в движении.

Литература

1. Алфёров В.В. Конструкция и расчет автоматического оружия. – М.: Машиностроение, 1977.– 248 с.
2. Чуев Ю.В. Проектирование ствольных комплексов. – М: Машиностроение, 1976 – 216с.
3. Извеков Е.В., Каплунов Б.А. Оптимизация обеспечения стрельбы артиллерии. – М.: Воениздат, 1979. – 112 с.

4. Голомбовский А.К. и др. Теория и расчет автоматического оружия. – Пенза: Издательство ПВАИУ им. Н.Н. Воронова, 1980. – 493 с.
5. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов.– М.: Наука, 1981.–720с.
6. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.В. Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959. – 916 с.
7. Жадан В.А., Кононенко В.А., Кудров В.М., Муцинский Ю.М. О совершенствовании системы подрессоривания, направленном на повышение подвижности танка. // Механіка та машинобудування-№2. – 2004. С. 148–153.
8. Розробка заходів по забезпеченню влучності 30 мм автоматичної пушки бойових модулів «Гром», «Штурм» для БТР-60, БТР-70, БТР-3, БТР-4 що модернізуються: звіт про НДР 21.11.2008/ Академія внутрішніх військ МВС України; керівн. О.Б. Аніпко; викон. Д.С. Баулін, О.М. Рікунов. – Х., 2008.– 74 с. – Інв. №64.

УДК 623.4.01

Аніпко О.Б., Рікунов О.М.

ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ «СТВОЛ–КОРПУС–ПІДВІСКА» ЗА ДОПОМОГОЮ РОЗКЛАДАННЯ В РЯД ФУР'Є

Розглянуто методику визначення значень параметрів гармонічних коливань системи «ствол-корпус-підвіска» за допомогою розкладання в ряд Фур'є, зумовлених збурюванням системи при стрільбі як з місця так і в русі.

Anipko O.B., Rikunov O.N.

THE DECISION OF THE PROBLEM DEFINITION OF PARAMETERS THE HARMONIOUS SWUNG OF THE SYSTEM "BARREL–HULL–SUSPENSION" BY MEANS EXPANSION FOURIER SERIES

The technique of definition values parametres the harmonious swung of the system "barrel–hull–suspension" by means expansion Fourier series, caused by system's disturbance at shooting both from a place, and in movement is considered