Bibliography (transliterated): 1. Modelirovanie processov zernovyh separatorov / L.N. Tiwenko, D.I. Mazorenko, M.V. Piven', S.A. Harchenko, V.V. Bredihin, A.V. Mandryka. – Har'kov: Mis'kdruk, 2010. – 360 s. 2. Tiwenko L.N. O kolebanijah skorosti potoka zer-na na reshete vibrocentrobezhnogo separatora / L.N. Tiwenko, V.P. Ol'shanskij, S.V. Ol'shanskij // Mehanizacija sil's'kogospodars'kogo virobnictva ta pererobki sil's'kogospodars'koї produkciї: Visnik HNTUSG. – Harkiv: HNTUSG, 2010. – Vip. 103. – S. 95-104. 3. Ol'shanskij V.P. Kolebanija skorosti potoka separiruemoj zerno-voj smesi na cilindricheskom vibroreshete / V.P. Ol'shanskij, S.V. Ol'shanskij // Dinamika i micnist' mashin: Visnik NTU «HPI». – Harkiv: NTU, 2010. – Vip. 69. – S. 100-108. 4. Tiwenko L.N. Kinetika separiruemyh zernovyh smesej v vertikal'nyh cilindricheskih vibroreshetah / L.N. Tiwenko, V.P. Ol'shanskij, S.V. Ol'shanskij // Vibraciї v tehnici ta tehnologijah. – 2011. – № 1(61). – S. 177-181. 5. Tiwenko L.N. K raschetu dvizhenija zernovoj smesi po vertikal'nomu cilindricheskomu reshetu vibrose-paratora / L.N. Tiwenko, V.P. Ol'shanskij, S.V. Ol'shanskij // Vibraciї v tehnici ta tehnologijah. – 2009. – № 2(54). – S. 50-55. 6. Tiwenko L.N. Sravnenie dvuh sposobov opredelenija kojefficienta vibrovjazkosti psevdoozhizhennoj zernovoj smesi pri vib-rocentrobezhnom separirovanii / L.N. Tiwenko, F.M. Abdueva, V.P. Ol'shanskij // Vibraciї v tehnici ta tehnologijah. – 2008. – № 1(50). – S. 96-100. 7. Gradshtejn I.S. Tab-licy integralov, summ, rjadov i proizvedenij / I.S. Gradshtejn, I.M. Ryzhik. – M.: Nauka, 1962. – 1100 s.

Ольшанський В.П., Ольшанський С.В.

СПРОЩЕНИЙ РОЗРАХУНОК КОЛИВАНЬ ЗЕРНОВОЇ СУМІШІ, ЯКА СЕПАРУЄТЬСЯ ЦИЛІНДРИЧНИМ ВІБРОРЕШЕТОМ

В результаті спрощення диференціального оператора Лапласа в полярній системі координат, за допомогою елементарних функцій описано гармонічні коливання швидкості руху зернової суміші в циліндричному решеті за усталеного режиму його роботи. Показано розрахунками, що введене спрощення диференціального рівняння не призводить до суттєвих похибок у розв’язку граничної задачі гідродинаміки для вібророзрідженої зернової суміші.

OlshanskiiV.P., OlshanskiiS.V.

SIMPLIFIED CALCULATION OF GRAIN MIX VIBRATIONS THAT SEPARATING OF THE CYLINDRICAL VIBROSIEVE

As a result of simplification of the differential Laplace operator in polar coordinate system using elementary functions described harmonic vibration velocity of grain mixtures in cylindrical sieve for its steady-state operation. Calculations show that the simplification introduced a differential equation does not lead to significant errors in the hydrodynamics of the boundary problem for vibroroliquefaction grain mixture.

УДК 618.514.01:517.977.5

Радиевский А. Е., канд. техн. наук

ВЫНУЖДЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Введение. Развитие механики тесно связано с изучением маятника и маятниковых систем. Ни одной механической системе не было уделено столько внимания как маятнику [1]. Маятник и маятниковые системы постоянно привлекали к себе внимание исследователей в различных областях математики, механики, физики и техники. В силу своей простоты маятник служил хорошей моделью для изучения сложных динамических процессов [2], что позволяло проводить экспериментальную проверку различных теоретически обнаруженных колебательных эффектов, значительно расширить область применения маятниковых моделей для математического описания колебательных процессов [3]. Одной из разновидностей многообразия моделей маятниковых систем является гармонический осциллятор. Интерес к изучению названной модели объясняется тем, что с одной стороны, возможно провести исследования общетеоретических положений [4], а с другой – их использование при изучении конкретных систем управления (СУ) (плазменный шнур [5], две разновидности движения (устойчивое и неустойчивое) вращающееся в пространстве тело с одной осью симметрии и в пространстве скоростей [6] и др.). В настоящей работе исследуется линейная модель гармонического осциллятора (без и с демпфированием) как объекта управления (ОУ).

Цель работы. Целью настоящей работы является разработка математического обеспечения процедуры исследования вынужденного движения рассматриваемого ОУ.

Постановка и особенности задачи. Необходимо найти

$$\min J(u), J(u)=\int_{t_0}^{t_1}(xRx^{\text{т}}+mu^2)dt \tag{1}$$

при наличии ограничений

$$\frac{dx}{dt}=Ax+Bu; \tag{2}$$

$$u\in U=\left|u:|u|\le u_{max}\right|; \tag{3}$$

$$x(t_0)=x_0, x(t_1)=0, \tag{4}$$

где $x=(x_1, x_2)$-матрица-столбец вектора фазовых координат; u- управление, $u_{\mathbf{max}}$-заданное число; $R=\operatorname{diag}\|r_i\|_1^2$; m-число; t_1-конечный, не фиксированный момент времени; т-транспонирование; для гармонического осциллятора без демпфирования $A=\|a_{ij}\|_1^2$, $a_{12}=1$, $a_{11}=a_{22}=0$, $a_{21}=-b/T^2$; $B=\|b_{j1}\|_1^2$, $b_{11}=0$, $b_{21}=k_0/T^2=k$, T-постоянная времени, k_0-коэффициент усиления, b-параметр, характеризующий состояние равновесия [7] ($b>0$-устойчивое, $b<0$-неустойчивое), корни характеристического уравнения: $\lambda_i=\pm j\omega$, $i\in[1,2]$ при $b>0$, $\lambda_i=\pm\omega$ при $b<0$, $\omega=(1/T)\sqrt{b}$, $j=\sqrt{-1}$; для гармонического осциллятора с демпфированием $A=\|a_{ij}\|_1^2$- матрица, корни характеристического уравнения которой: $\lambda_i=-a\pm j\omega$, $i\in[1,2]$ (область устойчивых движений) и $\lambda_i=a\pm j\omega$, $i\in[1,2]$ (область неустойчивых движений); $B=\|b_{j1}\|_1^2$, $b_{11}=0$, $b_{21}=1$.

Структурный синтез. Алгоритм управления (АУ) получим в виде [8]

$$u(t)=\begin{cases} u_{\mathbf{max}} & \text{при} \quad u(t)\ge u_{\mathbf{max}} \\ u(t) & \text{при} \quad -u_{\mathbf{max}}<u(t)<u_{\mathbf{max}} \\ -u_{\mathbf{max}} & \text{при} \quad u(t)\le -u_{\mathbf{max}} \end{cases}. \tag{6}$$

Для открытой области получим:

- гармонический осциллятор без демпфирования

$$u^{\text{уст.}}(t)=-k[u_1^{\text{уст.}}(t)(r_1/m)x_1(t_0)+u_2^{\text{уст.}}(t)(r_2/m)x_2(t_0)], \tag{7}$$
$$u_1^{\text{уст.}}(t)=(1/\omega^2)(\mathbf{cos}\,\omega t-1),\ u_2^{\text{уст.}}(t)=(1/\omega)\mathbf{sin}\,t;$$

$$u^{\text{неуст.}}(t)=-k[u_1^{\text{неуст.}}(t)(r_1/m)x_1(t_0)+u_2^{\text{неуст.}}(t)(r_2/m)x_2(t_0)], \tag{8}$$
$$u_1^{\text{неуст.}}(t)=-4t\,\mathrm{ch}\,\omega t+(4/\omega)\mathrm{sh}\,\omega t,\ u_2^{\text{неуст.}}(t)=4\omega t\,\mathrm{sh}\,\omega t+4\,\mathrm{ch}\,\omega t-3\,\mathrm{ch}\,2\omega t;$$

- гармонический осциллятор с демпфированием

$$u^{\text{уст.}}(t)=-[u_1^{\text{уст.}}(t)(r_1/m)x_1(t_0)+u_2^{\text{уст.}}(t)(r_2/m)x_2(t_0)], \tag{9}$$
$$u_1^{\text{уст.}}(t)=(1/(a^2+\omega^2))(-1+(\mathbf{exp}(-at)(\mathbf{cos}\,\omega t-(a/\omega)\mathbf{sin}\,\omega t)),$$
$$u_2^{\text{уст.}}(t)=(-1/\omega)(\exp(-at)\sin\omega t);$$

$$u^{\text{неуст.}}(t)=-[u_1^{\text{неуст.}}(t)(r_1/m)x_1(t_0)+u_2^{\text{неуст.}}(t)(r_2/m)x_2(t_0)], \tag{10}$$
$$u_1^{\text{неуст.}}(t)=(1/(a^2+\omega^2))(-1+(\mathbf{exp}(at)(\mathbf{cos}\,\omega t-(a/\omega)\mathbf{sin}\,\omega t)),$$
$$u_2^{\text{неуст.}}(t)=(-1/\omega)(\exp(at)\sin\omega t).$$

Техническое обеспечение. Уравнения движения синтезированной СУ для открытой области запишем в виде

$$(dx/dt)=Ax+Bu^{\text{уст.}}(t),\ (dx/dt)=Ax+Bu^{\text{неуст.}}(t). \tag{11}$$

Анализ выражений (8)-(10) показывает, что при постоянстве матриц A и B, изменения АУ (6) пропорциональны изменениям элементов $r_i/m,\ i\in[1,2]$ критерия качества (1), которые могут быть классифицированы как управляющие параметры синтезированного АУ [9]. Променив преобразования Лапласа к выражениям (11), и проведя необходимые структурные преобразования [9], их передаточные функции получим в виде:

$$X^{\text{уст.}}(p)=X_{\text{ОУ}}^{\text{уст.}}(p)X_{\text{ИМ}}^{\text{уст.}}(p)X_{\text{УПЧ}}^{\text{уст.}}(p),\ X^{\text{неуст.}}(p)=X_{\text{ОУ}}^{\text{неуст.}}(p)X_{\text{ИМ}}^{\text{неуст.}}(p)X_{\text{УПЧ}}^{\text{неуст.}}(p),$$
$$X_{\text{ИМ}}^{\text{уст.}}(p)=X_{\text{ИМ}}^{\text{ненуст.}}(p)=1/p;$$

- гармонический осциллятор без демпфирования

$$X_{ОУ}^{уст.}(p)=k/(p^2+\omega^2),X_{ОУ}^{неуст.}(p)=k/(p^2-\omega^2),$$

$$X_{УПЧ}^{уст.}(p)=\left\|\begin{matrix}\dfrac{\sum_{i=0}^{3}p^i\gamma_i^{уст.}}{(p^2+\omega^2)}\\ \dfrac{\sum_{i=0}^{3}p^i\gamma_i^{уст.}}{(p^2+\omega^2)}\end{matrix}\right\|,\quad X_{УПЧ}^{неуст.}(p)=\left\|\begin{matrix}\dfrac{\sum_{i=0}^{5}p^i\gamma_i^{неуст.}}{(p^2-\omega^2)^2}\\ \dfrac{\sum_{i=0}^{7}p^i\gamma_i^{неуст.}}{(p^2-\omega^2)^2(p-4\omega^2)^2}\end{matrix}\right\|,$$

- гармонический осциллятор с демпфированием

$$X_{ОУ}^{уст.}(p)=1/((p^2+a^2)+\omega^2),X_{ОУ}^{неуст.}(p)=1/((p^2-a^2)+\omega^2),$$

$$X_{УПЧ}^{уст.}(p)=\left\|\begin{matrix}\dfrac{\sum_{i=0}^{3}p^i\gamma_i^{уст.}}{((p^2+a^2)+\omega^2)}\\ \dfrac{\sum_{i=0}^{3}p^i\gamma_i^{уст.}}{((p^2+a^2)+\omega^2)}\end{matrix}\right\|,\quad X_{УПЧ}^{неуст.}(p)=\left\|\begin{matrix}\dfrac{\sum_{i=0}^{3}p^i\gamma_i^{неуст.}}{((p^2-a^2)+\omega^2)}\\ \dfrac{\sum_{i=0}^{3}p^i\gamma_i^{неуст.}}{((p^2-a^2)+\omega^2)}\end{matrix}\right\|,$$

$X_{ОУ}(p)$, $X_{ИМ}(p)$, $X_{УПЧ}(p)$-передаточные функции ОУ, исполнительного механизма (ИМ) и усилительно-преобразовательной части (УПЧ) соответственно, p - независимая переменная изображения.

Алгоритмическое обеспечение. Для открытой области получим:
- гармонический осциллятор без демпфирования

$$x(t)=e^{At}x(t_0)+F(t)x(t_0),$$

$$e^{At}=\|\gamma_{ij}(t)\|_1^2,F(t)=\|f_{ij}(t)\|_1^2=-e^{At}\int_0^t e^{-A\tau}BB^T\aleph(\tau)(R/m)d\tau,\aleph(t)=e^{A^Tt}\int_0^t e^{-A^T\tau}d\tau,$$

$$\left[e^{At}\right]^{уст.}=\|\gamma_{ij}^{уст.}(t)\|_1^2,\gamma_{11}^{уст.}(t)=\gamma_{22}^{уст.}(t)=\cos\omega t,\gamma_{12}^{уст.}(t)=(1/\omega)\sin\omega t,$$

$$\gamma_{21}^{уст.}(t)=-\omega\sin\omega t;\aleph^{уст.}(t)=\|\chi_{ij}^{уст.}(t)\|_1^2,\chi_{11}^{уст.}(t)=\chi_{22}^{уст.}(t)=(1/\omega)\sin\omega t,$$

$$\chi_{12}^{уст.}(t)=\cos\omega t-1,\chi_{21}^{уст.}(t)=-(1/\omega^2)(\cos\omega t-1);\ F^{уст.}(t)=\|f_{ij}^{уст.}(t)\|_1^2,$$

$$f_{11}^{уст.}(t)=k^2\{(1/2\omega^3)t\sin\omega t+(7/8\omega^4)\cos\omega t-(1/8\omega^4)\cos 3\omega t-$$
$$-(3/4\omega^4)\cos^2\omega t-(1/\omega^4)\sin^2\omega t\}(r_1/m),$$

$$f_{12}^{уст.}(t)=k^2\{(1/2\omega^2)t\cos\omega t-(3/8\omega^3)\sin\omega t+(1/8\omega^3)\sin 2\omega t-$$
$$-(1/8\omega^3)\sin 3\omega t\}(r_2/m),$$

$$f_{21}^{уст.}(t)=k^2\{(1/2\omega^2)t\sin\omega t-(5/8\omega^3)\sin\omega t-(1/8\omega^3)\sin 2\omega t+$$
$$+(1/8\omega^3)\sin 3\omega t\}(r_1/m),$$

$$f_{22}^{уст.}(t)=k^2\{-(1/2\omega)t\sin\omega t+(1/2\omega^2)\cos\omega t-(1/8\omega^2)\cos 3\omega t-$$
$$-(1/4\omega^2)\cos^2\omega t\}(r_2/m);$$

$$\left[e^{At}\right]^{неуст.}=\left\|\gamma_{ij}^{неуст.}(t)\right\|_1^2,\ \gamma_{11}^{неуст.}(t)=\gamma_{22}^{неуст.}(t)=ch\omega t,\gamma_{12}^{неуст.}(t)=(1/\omega)sh\omega t,$$

$$\gamma_{21}^{неуст.}(t)=-\omega sh\omega t;\ \aleph^{неуст.}(t)=\left\|\chi_{ij}^{неуст.}(t)\right\|_1^2,\chi_{12}^{неуст.}(t)=4\omega^2 ch\omega t-4\omega sh\omega t,$$

$$\chi_{11}^{неуст.}(t)=\chi_{22}^{неуст.}(t)=4t\omega sh\omega t+4ch\omega t-3ch^2\omega t,\chi_{12}^{неуст.}(t)=4\omega^2 ch\omega t-4\omega sh\omega t,$$

$$\chi_{21}^{неуст.}(t)=-4tch\omega t+(4/\omega)sh\omega t;\ F^{неуст.}(t)=\left\|f_{ij}^{неуст.}(t)\right\|_1^2,$$

$$f_{11}^{неуст.}(t)=k^2\{-(4\omega)t^2 sh\omega t-((4\omega^2-4)/\omega^3)sh\omega t-((2\omega^2-2)/\omega^3)sh3\omega t+$$
$$+(4)ch\omega t\}(r_1/m),$$

$$f_{12}^{неуст.}(t)=k^2\{(4\omega^2)tch\omega t+(4\omega)sh\omega t-(6/\omega^2)sh^2\omega t+((9\omega^3+6)/\omega^3)ch\omega t-$$
$$-(3/\omega^3)ch^2\omega t-(1/2)ch3\omega t\}(r_2/m),$$

$$f_{21}^{неуст.}(t)=k^2\{-(4\omega^2)t^2 ch\omega t-(4\omega)sh\omega t-((4\omega^2-1)/\omega^2)ch\omega t-$$
$$-((-2\omega^2+1)/\omega^2)ch3\omega t\}(r_1/m),$$

$$f_{22}^{неуст.}(t)=k^2\{-(4\omega^3)tsh\omega t+(4\omega^2)tch\omega t-((-\omega^3+16\omega^2+6)/4\omega^2)sh\omega t-$$
$$-((6\omega-3)/2\omega^2)sh2\omega t-(\omega/4)sh3\omega t\}(r_2/m).$$

- гармонический осциллятор с демпфированием:

$$x(t)=e^{At}x(t_0)+F(t)x(t_0),$$

$$e^{At}=\left\|\gamma_{ij}(t)\right\|_1^2,F(t)=\left\|f_{ij}(t)\right\|_1^2=-e^{At}\int_0^t e^{-A\tau}BB^T\aleph(\tau)(R/m)d\tau,\aleph(t)=e^{A^Tt}\int_0^t e^{-A^T\tau}d\tau,$$

$$\left[e^{At}\right]^{уст.}=\left\|\gamma_{ij}^{уст.}(t)\right\|_1^2,\gamma_{11}^{уст.}(t)=\gamma_{22}^{уст.}(t)=(\exp(-at))(\cos\omega t+(a/\omega)\sin\omega t),$$

$$\gamma_{12}^{уст.}(t)=(\exp(-at))((a/\omega)\sin\omega t)),$$
$$\gamma_{21}^{уст.}(t)=(\exp(-at))(-((a^2+\omega^2)(1/\omega))\sin\omega t));$$

$$\aleph^{уст.}(t)=\left\|\chi_{ij}^{уст.}(t)\right\|_1^2,\chi_{12}^{уст.}(t)=1-(\exp(-at))(\cos\omega t+(a/\omega)\sin\omega t),$$

$$\chi_{11}^{уст.}(t)=-((2a)/(a^2+\omega^2))+(\exp(-at))(1/(a^2+\omega^2))(2a\cos\omega t+$$

$$+((a^2-\omega^2)/\omega))\sin\omega t,\chi_{22}^{уст.}(t)=(\exp(-at))(-(1/\omega))\sin\omega t,$$

$$\chi_{21}^{уст.}(t)=(-(1/(a^2+\omega^2))+(\exp(-at))(1/(a^2+t^2))(\cos\omega t-(a/\omega)\sin\omega t);$$

$$F^{\text{уст.}}(t) = \left\| f_{ij}^{\text{уст.}}(t) \right\|_1^2,$$

$$f_{11}^{\text{уст.}}(t) = (1/(a^2+\omega^2)^2) + (\exp(-at))(t(1/2\omega^2)(a^2+\omega^2))(a\cos\omega t + \omega\sin\omega t) +$$
$$+ ((1/4\omega^3)(a^2+\omega^2))(\omega\cos\omega t + a\sin\omega t) + ((1/4\omega^3)(a^2+\omega^2)^2)(2\omega(a^2+\omega^2)\times$$
$$\times\cos\omega t + (a(a^2-3\omega^2)\sin\omega t))(r_1/m),$$

$$f_{12}^{\text{уст.}}(t) = -(\exp(-at))(t(1/2\omega^2)\cos\omega t + (1/2\omega^3)\sin\omega t)(r_2/m),$$

$$f_{21}^{\text{уст.}}(t) = (\exp(-at))(-t(1/2\omega^2)\cos\omega t + ((4/\omega^3)(a^2+\omega^2))(\omega\cos\omega t +$$
$$+ a\sin\omega t)) - ((1/4\omega^3)(a^2+\omega^2))(2a\omega\cos\omega t - (a^2-3\omega^2)\sin\omega t))(r_1/m),$$

$$f_{22}^{\text{уст.}}(t) = (\exp(-at))(t(1/2\omega^2)((a\cos\omega t + \omega\sin\omega t) + (a/2\omega^3)\sin\omega t)(r_2/m);$$

$$\left[e^{At}\right]^{\text{неуст.}} = \left\| \gamma_{ij}^{\text{неуст.}}(t) \right\|_1^2,\ \gamma_{11}^{\text{неуст.}}(t) = \gamma_{22}^{\text{неуст.}}(t) = (\exp(at))(\cos\omega t - (a/\omega)\sin\omega t)),$$

$$\gamma_{12}^{\text{неуст.}}(t) = (\exp(at))((a/\omega)\sin\omega t)),$$
$$\gamma_{21}^{\text{неуст.}}(t) = (\exp(at))(-((a^2+\omega^2)(1/\omega))\sin\omega t));$$

$$\aleph^{\text{неуст.}}(t) = \left\| \chi_{ij}^{\text{неуст.}}(t) \right\|_1^2, \chi_{12}^{\text{неуст.}}(t) = 1 - (\exp(at))(\cos\omega t - (a/\omega)\sin\omega t)$$
$$\chi_{11}^{\text{неуст.}}(t) = ((2a)/(a^2+\omega^2)) - (\exp(at))(1/(a^2+\omega^2))(2a\cos\omega t +$$
$$+ ((a^2-\omega^2)/\omega))\sin\omega t, \chi_{22}^{\text{неуст.}}(t) = (\exp(at))(-(1/\omega))\sin\omega t,$$
$$\chi_{21}^{\text{неуст.}}(t) = (-(1/(a^2+\omega^2)) + (\exp(at))(1/(a^2+t^2))(\cos\omega t - (a/\omega)\sin\omega t);$$

$$F^{\text{неуст.}}(t) = \left\| f_{ij}^{\text{неуст.}}(t) \right\|_1^2,$$

$$f_{11}^{\text{неуст.}}(t) = (1/(a^2+\omega^2)^2) + (\exp(-at))(-t((1/2\omega^2)(a^2+\omega^2))(a\cos\omega t - \omega\sin\omega t) -$$
$$- ((1/4\omega^3)(a^2+\omega^2))(-\omega\cos\omega t + a\sin\omega t) - ((1/4\omega^3)(a^2+\omega^2)^2)(\omega(3a^2-\omega^2)\times$$
$$\times\cos\omega t - (a(a^2-3\omega^2)\omega\sin\omega t))(r_1/m),$$

$$f_{12}^{\text{неуст.}}(t) = -(\exp(at))(t(1/2\omega^2)\cos\omega t + (1/2\omega^3)\sin\omega t)(r_2/m),$$

$$f_{21}^{\text{неуст.}}(t) = (\exp(at))(t(1/2\omega^2)\cos\omega t - ((4/\omega^3)(a^2+\omega^2))(-\omega\cos\omega t +$$
$$+ a\sin\omega t)) - ((1/4\omega^3)(a^2+\omega^2))(4a\omega\cos\omega t + (a^2-\omega^2)\sin\omega t))(r_1/m),$$

$$f_{22}^{\text{неуст.}}(t) = -(\exp(at))(t(1/2\omega^2)((a\cos\omega t + \omega\sin\omega t) + (a/2\omega^3)\sin\omega t)(r_2/m).$$

Заключение. На основе положений формализма Дубовицкого-Милютина исследована задача динамического синтеза для гармонического осциллятора как ОУ. Проведенное исследование позволило получить следующие новые результаты, имеющие научное и прикладное значение. Научная значимость результатов исследования определяется тем, то в рамках заданной постановки задачи приведено:

- решение исследуемой задачи для двух возможных равновесных состояний (устойчивое и неустойчивое) исследуемого ОУ;

- аналитическое решение задачи структурного синтеза, что позволяет разработать математическое, алгоритмическое и техническое обеспечения процедуры проектирования.

Практическая значимость результатов исследования определяется возможностью их использования в качестве основы при реализации математического, алгоритмического, программного и технического обеспечения процедуры проектирования СУ.

Литература: 1. Капица П.Л. Маятник с вибрирующим подвесом / П.Л. Капица // УФН.- 1951. - т. 54. вып.1. - С.7-20. 2. Лойцянский Л.Г. Курс теоретической механики, т.2 / Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье.- М.: Гостехиздат, 1954. 595 с. 3. Швец А.Ю. Детерминированный хаос сферического маятника при ограниченном возбуждении / А.Ю Швец // УМЖ.- 2007. - т.59, №4.- С.534-548. 4. Стрижак Т.Г. Методы исследования динамических систем типа "маятник"/ Т.Г. Стрижак. **-** Алма-Ата: Наука, 1981. 251 с. 5. Даргейко М.М**.** Про стійкість системи керування положенням плазмового шнура / М.М Даргейко, Ю.І Самійленко // УФЖ.- 1976.- 21, №1.- с.136-140. 6. Атанс М. Оптимальное управление / М. Атанс, П Фалб. - М.: Машиностроение, 1968. 764 с. 7. Обморшев А.Н Введение в теорию колебаний. / А.Н. Обморшев - М.: Наука, 1965. – 276 с. 8. Радиевский А.Е. Формализм Дубовицкого-Милютина и задача динамического синтеза / А.Е Радиевский // Мех. та машинобудування.- 2009.- №2. - С.152-157. 9. Радиевский А.Е. Функционально-аналитический метод синтеза детерминированного регулятора / А.Е.Александров, Б.И.Кузнецов, А.Е. Радиевский, Н.Э. Тернюк // Оптимизация электромеханических систем с упругими элементами.- Харьков: ИМиС, 1995.- С.137-148.

Bibliography (transliterated): 1. Kapica P.L. Majatnik s vibrirujuwim podvesom / P.L. Kapica // UFN.- 1951. - t. 54. vyp.1. - S.7-20. 2. Lojcjanskij L.G. Kurs teoreticheskoj mehaniki, t.2 / L.G. Lojcjanskij, A.I. Lur'e.- M.: Gostehizdat, 1954. 595 s. 3. Shvec A.Ju. Deter-minirovannyj haos sfericheskogo majatnika pri ogranichennom vozbuzhdenii / A.Ju Shvec // UMZh.- 2007. - t.59, №4.- S.534-548. 4. Strizhak T.G. Metody issledovanija dinamicheskih sistem tipa "majatnik"/ T.G. Strizhak. - Alma-Ata: Nauka, 1981. 251 s. 5. Dargejko M.M. Pro stijkist' sistemi keruvannja polozhennjam plazmovogo shnura / M.M Dargejko, Ju.I Samijlenko // UFZh.- 1976.- 21, №1.- s.136-140. 6. Atans M. Opti-mal'noe upravlenie / M. Atans, P Falb. - M.: Mashinostroenie, 1968. 764 s. 7. Obmor-shev A.N Vvedenie v teoriju kolebanij. / A.N. Obmorshev - M.: Nauka, 1965. – 276 s. 8. Radievskij A.E. Formalizm Dubovickogo-Miljutina i zadacha dinamicheskogo sinte-za / A.E Radievskij // Meh. ta mashinobuduvannja.- 2009.- №2. - S.152-157. 9. Radievskij A.E. Funkcional'no-analiticheskij metod sinteza determinirovannogo reguljatora / A.E.Aleksandrov, B.I.Kuznecov, A.E. Radievskij, N.Je. Ternjuk // Optimizacija jelek-tromehanicheskih sistem s uprugimi jelementami.- Har'kov: IMiS, 1995.- S.137-148.

Радієвський А.Є.

ВИМУШЕНИЙ РУХ ГАРМОНІЙНОГО ОСЦІЛЯТОРА

На основі положень формалізму Дубовіцького-Мілютіна досліджується особливості вимушеного руху гармонійного осцилятора без та із демпфіруванням як об'єкта керування.

Radievski A. E

FORCED MOTION OF THE HARMONIC OSCILLATOR

Investigation the task of the forced motion harmonic oscillator without and with damping as the object of control by use Dubovitski - Milutin formalism.