

**Ю.К. НОВОСЕЛОВ**, д-р техн. наук, **С.М. БРАТАН**, д-р техн. наук,  
**Д.А. КАИНОВ**, канд. техн. наук, Севастополь, Украина

## **АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ, ФОРМООБРАЗУЮЩЕГО ПОЛЯ И ОБРАБОТАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ШЛИФОВАНИИ**

Запропоновані підходи для аналітичного моделювання параметрів формотворного поля і обробленої поверхні.

Предложены подходы для аналитического моделирования параметров формообразующего поля и обработанной поверхности.

Offered approach for the analytical design of the shape-generating field parameters and treated surface grinding.

Известно, что методы абразивно-алмазного шлифования являются широко распространенными способами финишной обработки деталей машин и приборов. В настоящее время при их проектировании недостаточно учитывается влияние ряда факторов, которые снижают стабильность показателей качества производимых изделий [1]. Технологические режимы для гарантирования показателей качества назначают исходя из неблагоприятных условий. Например, возобновление режущих свойств изношенного шлифовального круга производят значительно раньше, чем того требует его действительное состояние. Параметры операций определяют используя статистические детерминированные модели.

Приведенные в работах [2,3] стохастические модели предназначены для осуществления расчетов лишь для неизменных, установившихся условий шлифования (постоянных режимов резания, геометрии режущих кромок, числа зерен и т.д.). Они не позволяют учитывать изменение параметров качества внутри цикла обработки детали, вычислять параметры шероховатости по номинальным подачам, прогнозировать съём металла, износ круга, точность обработки и ряд других технико-экономических показателей. Для решения этих вопросов, нужен подход, основанный на учете не только стохастической, но и нестационарной сущности процесса.

Комплексное решение вышеуказанных задач является *целью настоящей работы*.

При движении режущих кромок, потоков частиц в пространстве обрабатываемой детали появляется качественно новый элемент – формообразующее поле (ФП) – совокупность поверхностей, описанных режущими кромками в пространстве обрабатываемой детали.

1. *Формообразующее поле* характеризуется целым комплексом геометрических параметров. При описании инструмента положение режущих кромок по глубине определяется относительно его наружной поверхности. При движении инструмента кромки оставляют следы, огибающая которых может рассматриваться как граница ФП. Такую границу удобно задавать в координатах обрабатываемой поверхности детали. Положение режущих поверхностей может задаваться как в координатах детали, так и относительно границы ФП. Например, для плоского шлифования, рис.1, вершина элемента ФП может задаться координатами  $x, y, z$ , причем

$$y = y_u + W,$$

где  $y_u$  – координата точки условной границы поля;  $W$  – расстояние от границы поля до вершины элемента.

Форма границы поля может существенно отличаться от формы инструмента. Для плоского шлифования (см. рис.1) образующие двигаются по трохоидам, а граница поля при отсутствии вибраций, деформаций, износа инструмента представляет собой плоскость, параллельную траектории движения центра инструмента.

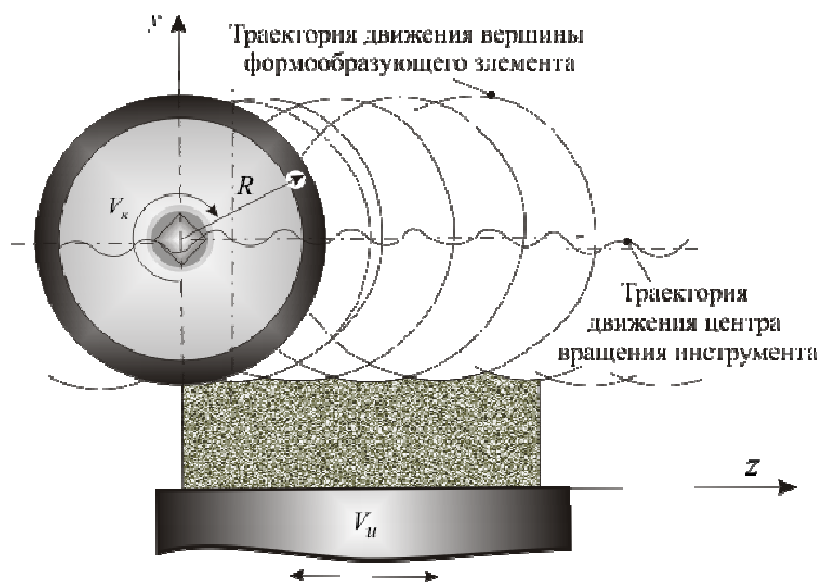


Рисунок 1 – Схема формирования ФП при обработке плоской поверхности вращающимся инструментом

С появлением вибраций граница поля может иметь достаточно сложную конфигурацию. При обработке плоских поверхностей

вращающимся инструментом и отсутствии самоперерезания волн [4] ординаты точек границы поля определяются соотношением:

$$y_u(z, t) = y(z, t_0) + \int_{t_0}^t V_{0y} d\tau + \Delta y_T(z, t) + \Delta y_{yu}(z, t) + \sum_i A_{0yu,i} \cos(t \cdot \omega_{0yu,i} + \psi_{0yu,i}) - R(\gamma, z, t). \quad (1)$$

где  $y(z, t_0)$  – координата центра инструмента в момент времени  $t_0$ ;  $V_{0y}$  – запланированная скорость движения центра инструмента по координате  $y$ ;  $\Delta y_T(z, t), \Delta y_{yu}(z, t)$  – смещение условной наружной поверхности инструмента вследствие упругих и температурных деформаций технологической системы;  $A_{0yu,i}, \omega_{0yu,i}, \psi_{0yu,i}$  – амплитуда, частота и фаза  $j$  гармоники вибрационных смещений центра инструмента.

При анализе базового участка ФП рассматриваются геометрия режущих поверхностей, их число и распределение. Здесь принято допущение, что абразивное зерно имеет бесконечно большую жесткость, режущая поверхность определяется совокупностью траекторий движения точек контуров формообразующих элементов, которые могут одновременно участвовать в нескольких вращательных и поступательных движениях. Результирующая скорость точек контура характеризуется векторной суммой этих скоростей.

В силу малости геометрических размеров зоны резания при шлифовании с приемлемой точностью можно полагать зерно перемещающимся параллельно самому себе в этой зоне и координаты точек режущей поверхности имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} z = z_0 + \int_{t_0}^t [R(M) \cdot \omega_k \cdot \cos(\omega_k \cdot \tau + \gamma) + V_{0,z} + V_{0A,z} + V_{0yn,z} + V_{0T,z} + V_{3,z}] d\tau; \\ y = y_0 + \int_{t_0}^t [R(M) \cdot \omega_k \sin(\omega_k \cdot \tau + \gamma) + V_{0,y} + V_{0A,y} + V_{0yn,y} + V_{0T,y} + V_{3,y}] d\tau; \\ x = x_0 + \int_{t_0}^t [V_{0,x} + V_{0A,x} + V_{0yn,x} + V_{0T,x} + V_{3,x}] d\tau \end{array} \right. \quad (2)$$

где  $\omega_k$  – угловая скорость инструмента;  $x_0, y_0, z_0$  – координаты точки режущей кромки в момент времени  $t_0$ ;  $\gamma$  – фаза угла поворота круга;  $R(M)$  – радиус-вектор точки режущей кромки;  $V_{0,x}, V_{0,y}, V_{0,z}$  – скорости движения оси инструмента по соответствующим координатам;

$V_{0A,x}, V_{0A,y}, V_{0A,z}, V_{0yn,x}, V_{0yn,y}, V_{0yn,z}, V_{0T,x}, V_{0T,y}, V_{0T,z}$  – скорости вибрационных и упругих и температурных перемещений оси инструмента, соответственно;  $V_{3x}, V_{3y}, V_{3z}$  – скорости изменения координат кромки относительно центра инструмента при его упругой деформации.

При исследовании законов распределения режущих поверхностей за основу взяты математические зависимости теории точности изделий, разработанные в [4].

По данным исследований [3] число элементов базового участка ФП  $n_n(l_x, l_z)$  определяется по числу формообразующих элементов базового участка рабочей поверхности инструмента и кинематике и динамике процесса. Для шлифования

$$n_n(l_x, l_z) = n_3 l_x l_z \frac{V_k}{V_u} i \text{ при } l_x = l_z = 1; \quad n_n = n_3 \frac{V_k}{V_u}, \quad (3)$$

где  $i$  – число контактов участка поверхности с инструментом.

Распределения элементов на базовом участке формообразующего поля по координатным осям  $x$  и  $z$  отличаются от равномерного при наличии отклонений в скорости инструмента и детали. Принимая во внимание, что плотность вероятностей  $f_{\eta z}(z)$  расстояний  $\eta_z$  от начала координат до

$$f_{\eta z}(z) = \frac{1}{n_n(l_x, l_z)} \cdot \frac{dn_n(l_x, l_z)}{dz},$$

вершин элементов по оси  $z$  имеет вид  $f_{\eta z}(z)$ , а число элементов базового участка поля при изменении скоростей инструмента  $V_k(\tau)$  и детали  $V_u(\tau)$  выражается интегралом Стильеса

$$n_n(l_x, l_z) = n_3 l_x \int_0^{l_z} \frac{V_k(\tau)}{V_u(\tau)} dz(\tau),$$

получим

$$f_{\eta z}(z) = \frac{V_k(\tau)}{V_u(\tau) \int_0^{l_z} \frac{V_k(\tau)}{V_u(\tau)} dz}.$$

Если, например,  $V_k = const$ , а скорость детали изменяется пропорционально  $x$ , плотность вероятностей расстояний от начала координат до вершин элементов поля будет уменьшаться с увеличением  $x$ , рис.2.

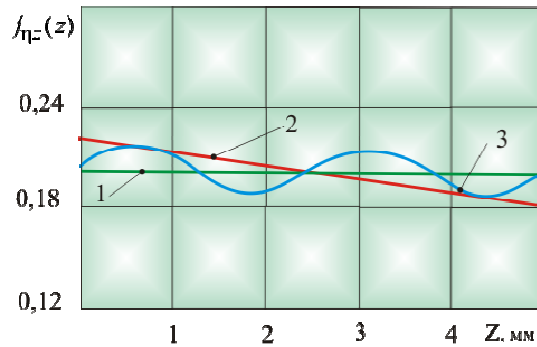


Рисунок 2 – Плотности распределений элементов воспроизводящего поля в направлении вектора скорости резания при: 1 – постоянстве  $V_k$  и  $V_u$ ; 2 – снижении  $V_k$ ; 3 – изменении  $V_k$  по синусоидальному закону

В свою очередь, изменение плотности вероятности приводит к изменению и других параметров ФП.

Как и для рассмотренных ранее факторов, распределение элементов базового участка формообразующего поля по глубине, зависит от соответствующего распределения элементов рабочей поверхности инструмента, кинематики и динамики движений. Так в системе отсчета обрабатываемой детали, смещение режущих контуров определяется изменением координат поверхности инструмента  $y_u$ . Их расстояния до уровня инструмента, сопрягаемого с фиксированным уровнем поля, вычисляется по зависимости:

$$u(t) = y - y_u(t_0) + \int_{t_0}^t V_y d\tau.$$

Мгновенная плотность вероятностей ординат вершин поля  $f_{\eta y(t)}(y)$  определяется по плотности вероятностей расстояний от наружной поверхности инструмента до вершин режущих кромок

$$f_{\eta y(t)}(y) = f_{\xi u}(y - y_u(t_0) + \int_{t_0}^t V_y d\tau),$$

а результирующий закон  $f_{\eta y}(y)$  – усреднением плотностей мгновенных распределений

$$f_{\eta y}(y) = \frac{1}{t_1 - t_0} \cdot \int_{t_0}^{t_1} f_{\xi u}[y - y_u(t_0) + \int_0^t V_y d\tau] dt. \quad (5)$$

При перемещении с подачей  $S_y$

$$f_{\eta y}(y) = \frac{1}{n_{31} + n_{32} + \dots + n_{3m}} \left[ n_{31} f_{\xi u}(y - y_u + S_y) + n_{32} f_{\xi u}(y - y_u + S_{y1} + S_{y2}) + \dots + n_{3m} f_{\xi u}(y - y_u + \sum_{i=1}^m S_{yi}) \right], \quad (6)$$

где  $n_{31} + n_{32} + \dots + n_{3m}$  и  $S_{y1} + S_{y2} + \dots + S_{ym}$  – соответственно числа зерен на единице рабочей поверхности инструмента и подачи при выполнении 1-го, 2-го, ..., m-го проходов.

При многопроходной обработке, когда положение инструмента в направлении оси  $y$ , изменяется периодически, плотность вероятностей расстояний до вершин элементов поля по глубине может иметь несколько максимумов, рис.3.

Расчеты выполнены для трех последовательных проходов при  $S_{y1} = S_{y2} = S_{y3} = \Delta y$

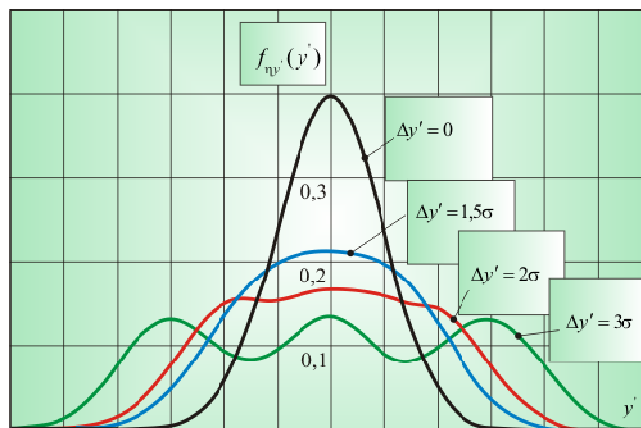


Рисунок 3 – Плотности вероятностей распределения режущих поверхностей по глубине формообразующего поля при дискретном сближении инструмента и детали

2. *Граничная область материал – среда и ее описание.* Для большинства процессов обрабатываемая поверхность не может быть представлена как простое геометрическое копирование формообразующего поля, так как взаимодействие режущих кромок и материала сопровождается комплексом сложных физических и химических явлений. В то же время трудно назвать процессы, для которых бы наблюдалось абсолютное несовпадение обработанной поверхности и поля. Многочисленные экспериментальные данные показывают, что, как правило, существует тесная корреляционная, а в ряде случаев и

функциональная связь между ними как по макро-, так и микрогеометрическим параметрам.

При описании базового участка за начало отсчета целесообразно принять поверхность впадин (в сечении – линию впадин), координаты которой определяются по координатам условной границы поля, величине упругих и температурных деформаций материала детали.

Описание геометрических параметров обработанной поверхности, как и формообразующего поля, можно выполнить двумя методами: а) заданием формы, геометрических размеров, законов распределения единичных рисок, кратеров, сколов; б) заданием поверхности функционалами случайного поля.

Для каждой произвольной точки  $M(x, y, z)$  в граничной области материал – среда (рис. 4а) в процессе формообразования можно говорить о двух событиях: событии, заключающемся в том, что материал в этой точке будет удален, и противоположном событии (материал в точке останется не удаленным). Эти события образуют полную группу и сумма их вероятностей равна единице. Конкретные значения вероятностей в общем случае зависят от положения точки в граничной области по всем трем координатам. Например, если начало координат для поверхности с регулярным микропрофилем совместить с вершиной одного из выступов шероховатости, то при постоянстве формы единичных рисок, их глубины и равенстве расстояний между рисками  $l_{mp}$  вероятность удаления металла будет функционально зависеть от координаты  $x$  (см. рис. 4а). При

координатах точки  $l_{mp} - \frac{b_M}{2} \leq x \leq l_{mp} + \frac{b_M}{2}$ , вероятность удаления металла равна нулю так как точка лежит в пределах выступа шероховатости поверхности, и вероятность удаления металла равна единице, если точка лежит за пределами указанного интервала. График зависимости вероятности удаления металла представляется кусочно-непрерывной функцией со значениями нуль и единица (рис. 4б, линия 1).

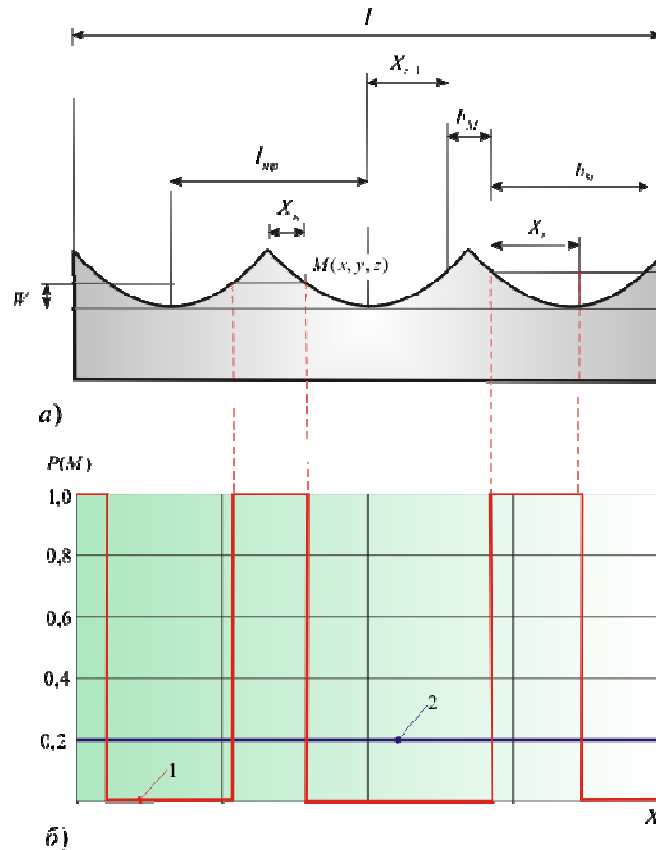


Рисунок 4 – К анализу граничной области: а) схема поверхности материал – среда; б) вероятность удаления материала при жестком (кривая 1) и нежестком (кривая 2) закреплении профиля относительно начала координат

Если профиль обработанной поверхности стационарен и относительно начала координат жестко не закреплен, то вероятность удаления металла представляется прямой, параллельной оси  $x$ , рис. 4б – линия 2, а величина вероятности геометрически определяется отношением суммы длин отрезков  $b_{Mi}$ , заполненных металлом, к длине сечения  $l$

$$P(M) = 1 - P(\bar{M}) = 1 - \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{\sum_i b_{Mi}}{l}. \quad (8)$$

Поскольку  $\sum_i b_{Mi}$  при  $l \rightarrow \infty$  стремится к  $l\lambda M[b_M]$ , уравнение (7) может быть записано в следующем виде

$$P(M) = 1 - \lambda M[b_M], \quad (9)$$

где  $\lambda$  – математическое ожидание числа выступов на единицу длины сечения.



При наличии отклонений формы на поверхности, величина вероятности удаления материала будет определяться не только выбором координаты  $y$ , но и координат  $x$  и  $z$ . Для каждого из возможных сочетаний  $x$  и  $z$  может быть вычислена ордината граничной области, для которой вероятность удаления материала принимает заданное значение  $\beta_M$ . Совокупность таких точек образует в пространстве поверхность, а в сечении – линию равной вероятности удаления материала. Изменяя  $\beta_M$ , получим семейство поверхностей (линий) равной вероятности, рис. 5, а задавшись приемлемыми значениями максимального и минимального уровней, например,  $\beta_{M \min} = 0,00135$  и  $\beta_{M \max} = 0,99885$  – две поверхности, ограничивающие рассматриваемую область материал – среда сверху и снизу. По изменению положения уровней равной вероятности можно судить о пространственных отклонениях обрабатываемой поверхности и об изменении величины слоя, в котором распределена шероховатость (рис.5).

Вероятности удаления и вероятность неудаления материала в большей мере отражают динамику процесса формирования поверхности по сравнению с относительной опорной длиной профиля, которая вычисляется только для конкретной реализации номинального профиля.

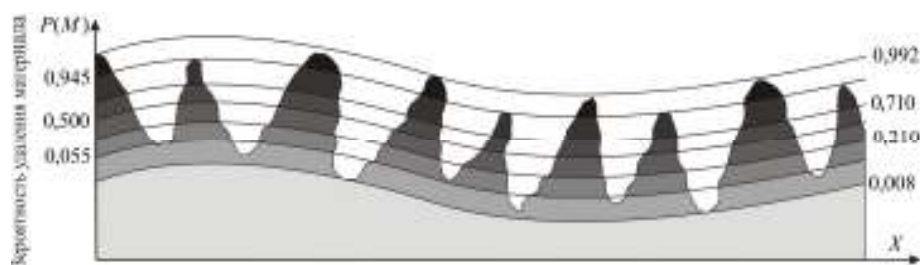


Рисунок 5– Уровни равной вероятности удаления материала на обработанной поверхности

О вероятности удаления материала и ее изменении можно говорить для любой точки пространства, в котором задана обрабатываемая поверхность. Математическое ожидание относительной опорной длины профиля непосредственно определяется по вероятности неудаления материала

$$t_p = \frac{1}{l} \int_0^l P(\bar{M}) dx \quad (10)$$

и численно равна ей, если  $P(\bar{M})$  не зависит от  $x$ .

Функционал вероятности удаления материала относится к функционалам, описывающим обрабатываемую поверхность как случайное поле. Для поверхностей без жесткого закрепления профиля относительно начала координат он совпадает с функцией плотности распределения ординаты профиля детали  $F_w(W)$ .

В действительности функция распределения  $F_w(W)$  вычисляется как:

$$F_w(W) = P(W < w).$$

где  $w$  – фиксированное значение случайной величины  $W$ .

Так как вероятность  $P(W < w)$  любого произвольного профиля поверхности (см. рис. 6) равна вероятности попадания точки в интервалы отрезков АБ, СД, ... и т.д., для которых  $W < w$ , то

$$P(W < w) = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{l - \sum b_{Mi}}{l} = P(M).$$

При полном геометрическом копировании на детали профиля воспроизводящего поля

$$P(M) = F_w(W). \quad (11)$$

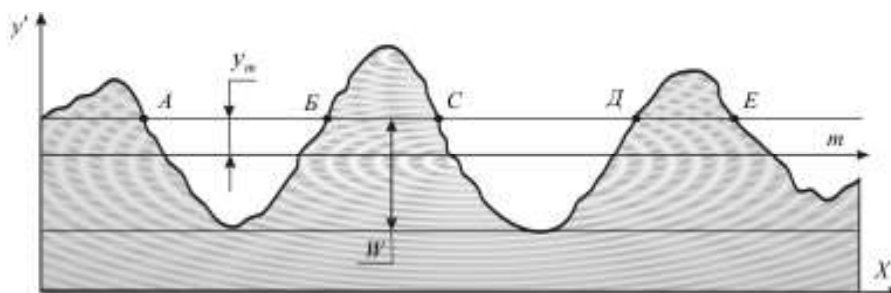


Рисунок 6 – Схема к вычислению функции распределения ординат профиля обработанной поверхности

Таким образом, при формировании поверхности в условиях преобладания одного из процессов вероятность удаления материала и функция плотности распределения ординат профиля определяются по параметрам воспроизводящего поля.

3. *Вычисление вероятности удаления материала при совмещении процессов формообразования.* Как отмечалось, новая поверхность может возникать как результат совместного воздействия на материал детали нескольких процессов. Например, точение хрупких материалов может сопровождаться появлением сколов, кратеров. Обработка пластичных материалов - образованием волн пластической деформации и т.д. Расчет вероятности в этих случаях основан на изучении каждого из процессов с последующим их совмещением. При этом рассматриваемые процессы могут быть зависимыми и независимыми. Так, при электрохимическом шлифовании протекают три процесса: механического разрушения, электрохимического растворения и электроэрозионного разрушения материала [5]. Все они зависимы: интенсивность электрохимического растворения неодинакова для впадин и вершин неровностей, а возникновение искрового разряда наиболее вероятно между связкой и одним из выступов шероховатости поверхности. К независимым процессам могут быть отнесены профили, возникающие при многооперационной обработке, например, при точении и последующем шлифовании, когда съём материала на заключительной операции лежит в пределах исходной шероховатости.

Вероятность удаления материала при одновременном протекании нескольких процессов формообразования вычисляется по уравнениям схемы Байеса. Например, при нарезании резьбы со смещением инструмента вдоль одной из образующих, рис. 7а, для двух зависимых профилей, вероятность удаления материала определяется вероятностью события, заключающегося в том, что произвольно выбранная точка будет находиться в пределах профиля инструмента либо на втором; либо на первом, либо одновременно при выполнении первого и второго проходов.

$$P(M_1 + M_2) = P(M_1) + P(M_2) - P(M_1M_2), \quad (12)$$

где  $P(M_1M_2)$  – вероятность выполнения совместного события.

Для событий независимых

$$P(M_1 + M_2) = 1 - P(\bar{M}_1)P(\bar{M}_2). \quad (13)$$

Для двух процессов, когда один из них приводит к увеличению доли материала на рассматриваемом уровне, целесообразно вычислять вероятность неудаления материала:

$$\bar{P}[(\bar{M}) + \bar{M}^*] = P(\bar{M}) + P(\bar{M}^*) - P(\bar{M}\bar{M}^*), \quad (14)$$