

УДК 621.981:669.14

В. Г. ЗАГОРЯНСКИЙ, канд. техн. наук, доц., КрНУ
им. М. Остроградского, Кременчуг;

А. А. ШАПОВАЛ, канд. техн. наук, директор, НПП «Тангстен»,
Светловодск;

Д. В. МОСЬПАН, канд. техн. наук, докторант, КрНУ
им. М. Остроградского, Кременчуг.

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ ПЛАСТИЧЕСКОМ ИЗГИБЕ ДВУХСЛОЙНЫХ ЛИСТОВ ПЛАКИРУЮЩИМ СЛОЕМ НАРУЖУ

В статье, на основе анализа напряженного состояния двухслойных листов при пластическом изгибе плакирующим слоем наружу, разработана математическая модель, позволяющая определить распределение напряжений по толщине листа. На основе полученных зависимостей определяется радиус кривизны нейтральной поверхности напряжений, необходимый для определения изгибающего момента и предельных и допустимых радиусов гибки двухслойных листов. Полученные зависимости позволяют определять положение нейтрального слоя в двухслойных листах, изготовленных из любых металлов.

Ключевые слова: пластический изгиб, двухслойный лист, распределение напряжений, нейтральная поверхность напряжений, радиус кривизны.

Введение. Распределение по поперечному сечению изгибаемого листа растягивающих и сжимающих напряжений при гибке двухслойных листов (случай пластического изгиба моментом) влияет на положение нейтрального слоя напряжений.

В свою очередь, величина радиуса кривизны нейтрального слоя (линии, оси) напряжений (по терминологии Б.Н. Шевелкина [1] и других исследователей гибки двухслойных листов) или нейтральной поверхности напряжений (по терминологии [2]) определяет как значение изгибающего момента, так и значения предельных и допустимых радиусов гибки двухслойных листов. От значения радиуса нейтральной линии изогнутой заготовки зависит также длина заготовки (развертки) изгибаемой детали.

Анализ последних исследований и литературы. Отметим, что теоретической разработке проблемы определения параметров процесса пластической деформации при гибке листов двухслойных сталей и других биметаллов и соответствующим расчетным зависимостям уделялось недостаточное внимание. Освещались отдельные аспекты данной проблемы

(например, [3]). Традиционно освещались вопросы анализа напряженно-деформированного состояния (с учетом упрочнения при пластической деформации и без его учета) для процесса гибки монометаллов [2, 4, 5].

Цель исследования, постановка проблемы. Ставилась задача разработки математических зависимостей для распределения напряжений по толщине при изгибе моментом широкого двухслойного листа (полосы) для случая гибки плакирующим слоем наружу, на основе которых определяется радиус нейтральной поверхности напряжений.

Материалы исследований. Характер деформаций по толщине двухслойного листа (полосы), происходящих при его изгибе (аналогично изгибу листа (полосы) монометалла), определяет вид изгиба – упругий, упруго-пластический и пластический. Пластический изгиб может быть без упрочнения и с упрочнением.

При гибке широких листов или полос (ширина которых больше трех их толщин) имеет место объемно-напряженное и плоско-деформированное состояние, в связи с появлением аксиального (поперечного) напряжения σ_z . Еще одним положением является гипотеза плоских сечений, по которой перпендикулярные к срединной поверхности изгибаемого листа (полосы) сечения остаются плоскими при изменении кривизны полосы при изгибе.

В данной статье рассматривается случай пластического изгиба широкого двухслойного листа (полосы) плакирующим слоем наружу при чистом изгибе моментом без учета упрочнения и влияния анизотропии механических свойств изгибаемого листа (полосы).

Распределение напряжений по толщине изгибаемой двухслойного листа (полосы) находим из совместного решения уравнений равновесия элементарных объемов и энергетических условий пластичности.

Энергетическое условие пластичности для полярных координат, без учета упрочнения, принимаем в виде [5]:

$$\sigma_{\theta} - \sigma_{\rho} = \pm \beta \sigma_s, \quad (1)$$

где знак "+" относится к растянутой зоне в тангенциальном направлении ($\rho > \rho_{\sigma}$, ρ – текущий радиус, ρ_{σ} – радиус нейтральной поверхности напряжений), знак "-" относится к сжатой зоне в тангенциальном направлении ($\rho < \rho_{\sigma}$). Коэффициент β для плоского деформированного состояния равен 1,15 [2].

Тангенциальные напряжения σ_{θ} при $\rho_{\sigma} < \rho \leq R$, R – радиус наружной поверхности изгибаемого листа, будут положительными (растягивающими) и

при $r \leq \rho < \rho_\sigma$, r – радиус внутренней поверхности, отрицательными (сжимающими).

В радиальном направлении положительным будем считать направление от центра кривизны (для определения знака радиальных напряжений σ_ρ).

Рассмотрим случай гибки двухслойного листа или полосы плакирующим слоем наружу – плоский лист (полоса) изогнут на внутренний радиус r (рис. 1).

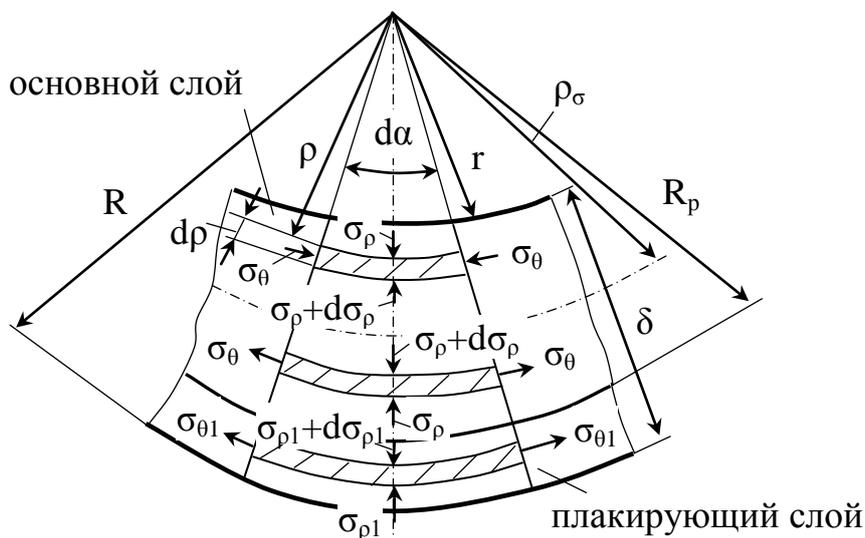


Рис. 1 – Схема напряженного состояния при изгибе двухслойного листа (полосы) – гибка плакирующим слоем наружу: R – радиус наружной поверхности; r – радиус внутренней поверхности; ρ – текущий радиус; ρ_σ – радиус нейтрального слоя напряжений; R_p – радиус поверхности раздела слоев (межслойной границы); σ_θ – тангенциальное напряжение; σ_ρ – радиальное напряжение; δ – толщина листа (полосы)

Запишем уравнение равновесия элементарного объема, расположенного в зоне растяжения в плакирующем слое (напряжения, относящиеся к плакирующему слою, будем отмечать индексом 1):

$$(\sigma_{\rho 1} + d\sigma_{\rho 1})\rho d\alpha - \sigma_{\rho 1}(\rho + d\rho)d\alpha + 2\sigma_{\theta 1}d\rho \sin \frac{d\alpha}{2} = 0 \quad (2)$$

Так как синус малого угла приблизительно равен радианной мере соответствующей дуги, то для малого значения угла $d\alpha$

$$\sin \frac{d\alpha}{2} = \frac{d\alpha}{2} \quad (3)$$

Тогда, после раскрытия скобок, зависимость (2) примет вид:

$$\sigma_{\rho 1}\rho d\alpha + d\sigma_{\rho 1}\rho d\alpha - \sigma_{\rho 1}\rho d\alpha - \sigma_{\rho 1}d\rho d\alpha = -2\sigma_{\theta 1}d\rho \frac{d\alpha}{2} \quad (4)$$

После преобразования получим

$$d\sigma_{\rho 1} = (\sigma_{\rho 1} - \sigma_{\theta 1}) \frac{d\rho}{\rho} \quad (5)$$

Уравнение пластичности для лакирующего слоя, находящегося в наружной (растянутой) зоне, в соответствии с уравнением (1):

$$\sigma_{\theta 1} - \sigma_{\rho 1} = 1,15\sigma_{s1}, \quad (6)$$

где σ_{s1} – напряжение текучести металла лакирующего слоя, соответственно далее σ_s – напряжение текучести металла основного слоя.

Подставляем выражение для $\sigma_{\theta 1}$ из (6) в уравнение (5):

$$d\sigma_{\rho 1} = \frac{d\rho(\sigma_{\rho 1} - 1,15\sigma_{s1} - \sigma_{\rho 1})}{\rho} = -1,15\sigma_{s1} \frac{d\rho}{\rho} \quad (7)$$

Интегрируем (7). Здесь имеет место неопределенный интеграл [6]

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C, \quad x \neq 0 \quad (8)$$

Для отыскания произвольной постоянной интегрирования используют граничные условия, согласно которым для растянутой зоны напряжение σ_{ρ} будет равно нулю на наружной поверхности изгибаемого листа (при $\rho = R$), а для сжатой зоны σ_{ρ} будет равно нулю на его внутренней поверхности (при $\rho = r$) [2].

Таким образом, $\sigma_{\rho 1} = 0$ ($\sigma_{\rho 1} = -1,15\sigma_{s1} \ln|\rho| + C = 0$) при $\rho = R$, где R – наружный радиус гiba.

Постоянная интегрирования C будет равна

$$C = 1,15\sigma_{s1} \ln R, \quad (9)$$

тогда

$$\sigma_{\rho 1} = -1,15\sigma_{s1} (\ln \rho - \ln R) \quad (10)$$

Таким образом:

$$\sigma_{\rho 1} = -1,15\sigma_{s1} \ln \frac{R}{\rho} \quad (11)$$

Подставляя в уравнение пластичности (6) значение $\sigma_{\rho 1}$ из (11), получаем выражение для $\sigma_{\theta 1}$:

$$\sigma_{\theta 1} = 1,15\sigma_{s1} + \sigma_{\rho 1} = 1,15\sigma_{s1} - 1,15\sigma_{s1} \ln \frac{R}{\rho} = 1,15\sigma_{s1} \left(1 - \ln \frac{R}{\rho} \right) \quad (12)$$

Примем, что уширение листа при изгибе равно нулю, тогда аксиальные напряжения

$$\sigma_{z1} = \frac{\sigma_{\theta 1} + \sigma_{\rho 1}}{2} \quad (13)$$

Подставляем выражения для напряжений из (11) и (12). Аксиальное напряжение будет равно:

$$\sigma_{z1} = \frac{1,15\sigma_{s1} \left(1 - \ln \frac{R}{\rho}\right) - 1,15\sigma_{s1} \ln \frac{R}{\rho}}{2} = \frac{1,15\sigma_{s1}}{2} \left(1 - 2 \ln \frac{R}{\rho}\right) \quad (14)$$

Запишем уравнение равновесия элементарного объема, расположенного в **основном слое в зоне растяжения** (на рис. 1 заштрихованная область ниже нейтрального слоя напряжений)

$$(\sigma_\rho + d\sigma_\rho)\rho d\alpha - \sigma_\rho(\rho + d\rho)d\alpha + 2\sigma_\theta d\rho \sin \frac{d\alpha}{2} = 0 \quad (15)$$

Из (15), по аналогии с выводом зависимости (5), получаем:

$$d\sigma_\rho = \frac{d\rho(\sigma_\rho - \sigma_\theta)}{\rho} \quad (16)$$

Уравнение пластичности для основного слоя, находящегося в наружной (растянутой) зоне, в соответствии с уравнением (1):

$$\sigma_\theta - \sigma_\rho = 1,15\sigma_s \quad (17)$$

В (16) подставляем выражение для σ_θ из (17):

$$d\sigma_\rho = \frac{d\rho(\sigma_\theta - \sigma_\rho)}{\rho} = \frac{d\rho(1,15\sigma_s + \sigma_\rho - \sigma_\rho)}{\rho} = \frac{1,15\sigma_s d\rho}{\rho}, \quad (18)$$

После интегрирования и определения постоянной интегрирования С из условия $\sigma_\rho = \sigma_{\rho1}$ при $\rho = R_p$, где R_p – радиус межслойной границы между основным и плакирующим слоями, получаем:

$$\sigma_\rho = 1,15\sigma_s \ln \frac{R_p}{\rho} - 1,15\sigma_{s1} \ln \frac{R}{\rho}, \quad (19)$$

Подставляя в уравнение пластичности (17) абсолютное значение σ_ρ из (19), получаем выражение для σ_θ :

$$\sigma_\theta = -1,15\sigma_{s1} \ln \frac{R}{\rho} + 1,15\sigma_s \left(1 - \ln \frac{R_p}{\rho}\right) \quad (20)$$

Аксиальное напряжение, по аналогии с (15):

$$\sigma_z = \frac{1,15\sigma_s}{2} \left(1 - 2 \ln \frac{R_p}{\rho}\right) + 1,15\sigma_{s1} \ln \frac{R}{\rho} \quad (21)$$

Запишем уравнение равновесия элементарного объема, расположенного в зоне сжатия в основном слое (на рис. 1 заштрихованная область выше нейтрального слоя напряжений)

$$\sigma_\rho \rho d\alpha - (\sigma_\rho + d\sigma_\rho)(\rho + d\rho)d\alpha - 2\sigma_\theta d\rho \sin \frac{d\alpha}{2} = 0 \quad (22)$$

Из (22), по аналогии с выводом зависимости (18), получаем:

$$d\sigma_\rho = \frac{d\rho(-\sigma_\theta - \sigma_\rho)}{\rho} \quad (23)$$

Уравнение пластичности для основного слоя, находящегося во внутренней (сжатой) зоне, в соответствии с уравнением (1):

$$\sigma_\theta - \sigma_\rho = -1,15\sigma_s \quad (24)$$

В (23) подставляем выражение для σ_θ из (24):

$$d\sigma_\rho = \frac{d\rho(-\sigma_\theta - \sigma_\rho)}{\rho} = \frac{d\rho(1,15\sigma_s)}{\rho} \quad (25)$$

После интегрирования и определения постоянной интегрирования из условия $\sigma_\rho = 0$ при $\rho = r$, где r – радиус внутренней поверхности, получаем:

$$\sigma_\rho = -1,15\sigma_s \ln \frac{\rho}{r} \quad (26)$$

Подставляя в уравнение пластичности (25) абсолютное значение σ_ρ из (26), получаем выражение для σ_θ :

$$\sigma_\theta = -1,15\sigma_s \left(1 + \ln \frac{\rho}{r} \right) \quad (27)$$

Аксиальное напряжение, по аналогии с (14):

$$\sigma_z = \frac{-1,15\sigma_s}{2} \left(1 + 2 \ln \frac{\rho}{r} \right) \quad (28)$$

Радиус кривизны нейтрального слоя напряжений определяется из условия равенства радиальных напряжений σ_ρ для границы зон растяжения и сжатия (когда текущий радиус ρ равен радиусу кривизны нейтрального слоя напряжений ρ_σ), то есть равенства зависимостей (19) и (26):

$$1,15\sigma_s \ln \frac{R_p}{\rho} - 1,15\sigma_{s1} \ln \frac{R}{\rho} = -1,15\sigma_s \ln \frac{\rho}{r}, \quad (29)$$

откуда

$$\rho_\sigma = \frac{\sigma_s}{\sigma_{s1}} \frac{Rr}{R_p} \quad (30)$$

Если нейтральный слой проходит межслойной границе ($\rho_\sigma = R_p$) и отношение $\sigma_s/\sigma_{s1} = 1$, то уравнение (30) превращается в зависимость для пластического изгиба монометалла [2]:

$$\rho_\sigma = \sqrt{Rr} \quad (31)$$

Проиллюстрируем полученные зависимости для определения радиальных и тангенциальных напряжений. В табл. 1 и 2 приведены значения, которые

принимают полученные зависимости в характерных точках (на наружной и внутренней поверхностях изгибаемого листа, на межслойной границе и на нейтральной поверхности напряжений).

Таблица 1. Значения радиальных напряжений в точках эпоры

Точка	Зависимость	Условие	Значение в точке
A	(11)	$\rho=R$	0
B	(11)	$\rho=R_p$	$-1,15\sigma_{s1} \ln \frac{R}{R_p}$
C	(19)	$\rho=\rho_\sigma$	$1,15\sigma_s \ln \frac{R_p}{\rho_\sigma} - 1,15\sigma_{s1} \ln \frac{R}{\rho_\sigma}$
D	(26)	$\rho=r$	0

Таблица 2. Значения тангенциальных напряжений в точках эпоры

Точка	Зависимость	Условие	Значение в точке
A	(12)	$\rho=R$	$1,15\sigma_{s1}$
B	(12)	$\rho=R_p$	$1,15\sigma_{s1} \left(1 - \ln \frac{R}{R_p} \right)$
C	(20)	$\rho=R_p$	$-1,15\sigma_{s1} \ln \frac{R}{R_p} + 1,15\sigma_s$
D	(20)	$\rho=\rho_\sigma$	$-1,15\sigma_{s1} \ln \frac{R}{\rho_\sigma} + 1,15\sigma_s \left(1 - \ln \frac{R_p}{\rho_\sigma} \right)$
E	(27)	$\rho=\rho_\sigma$	$-1,15\sigma_s \left(1 + \ln \frac{\rho_\sigma}{r} \right)$
F	(27)	$\rho=r$	$-1,15\sigma_s$

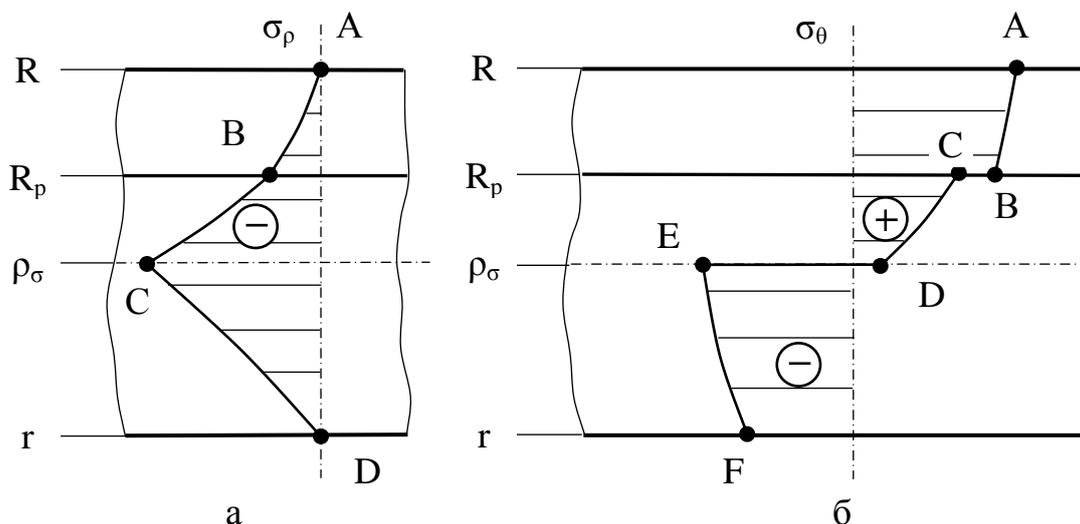


Рис. 2 – Эпоры распределения напряжений по толщине при гибке моментом двухслойного листа: а – радиальных, б – тангенциальных

В соответствии с этим построены эпоры распределения напряжений по толщине изгибаемого двухслойного листа (рис. 2), для следующих исходных

данных и допущений: отношение предела текучести металла плакирующего слоя к пределу текучести металла основного слоя (σ_{s1}/σ_s) составляет 1,4; плакирующий слой составляет 0,3 толщины двухслойного листа (характерно для листов двухслойной стали по ГОСТ 10885-85); нейтральный слой напряжений находится посередине толщины листа.

Выводы. 1. При изгибе двухслойного листа (полосы) плакирующим слоем наружу радиус нейтрального слоя напряжений ρ_σ зависит (формула (31)) от доли плакирующего слоя в двухслойном листе и от соотношения пределов текучести металлов основного и плакирующего слоев.

2. Знаки радиальных и тангенциальных напряжений в зонах растяжения и сжатия аналогичны знакам напряжений в соответствующих зонах для монометалла.

Список литературы: 1. Голованова А.П. Особенности обрабатываемости давлением двухслойных металлов / А.П. Голованова, Б.Н. Шевелкин // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1966. – № 4. – С. 39–42. 2. Сторожев М.В. Теория обработки металлов давлением / М.В. Сторожев, Е.А. Попов. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с. 3. Загорянский В.Г. Расчетная методика оценки деформационной способности биметаллических полос по их предельному изгибу / В.Г. Загорянский // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. - Х.: НТУ „ХПІ”. - 2012 р. - № 46 (952) - 240 с. – С. 45-49. 4. Лысов М.И. Теория и расчет процессов изготовления деталей методами гибки / М.И. Лысов. – М.: Машиностроение, 1966. – 236 с. 5. Зубцов М.Е. Листовая штамповка / М.Е. Зубцов. – Л.: Машиностроение, 1980. – 432 с. 6. Бронштейн И.Н. Справочник по математике (для инженеров и учащихся вузов) / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука, 1981. – 720 с.

Поступила в редакцию 29.06.2014