

*А.Ф. КИРИЧЕНКО*, д-р. техн. наук, НТУ "ХПИ" (г. Харьков),  
*Н.В. МАТЮШЕНКО*, канд. техн. наук, НТУ "ХПИ" (г. Харьков)

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ АРЧНЫХ ЗУБЬЕВ С ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ПРОДОЛЬНОЙ ФОРМОЙ**

В даній статті отримано математичну модель поверхні зубів циліндричних передач Новікова ДЛЗ з еліптичною подовжною формою, що нарізані різцевою головкою.

The mathematical model tooth geometry of gears are studied. An equation of the ellips-arc tooth's surface of Novikov's cylindrical gearing with two action lines is found in the present note by the duplex spread blade method.

**Постановка проблеми.** Среди всех видов передач зацеплением наибольшее распространение имеют цилиндрические зубчатые передачи, из которых особо следует выделить передачи с арочными зубьями, обеспечивающими значительное повышение нагрузочной способности, плавности и бесшумности работы передаточных механизмов. Применение этих передач позволяет существенно улучшить технико-экономические показатели современных изделий машиностроения.

В связи с этим исследования, направленные на создание новых, обладающих высокими критериями работоспособности арочных зубчатых передач, отвечают требованиям научно-технического прогресса современного машиностроения.

**Анализ литературы.** В ранее применявшихся арочных передачах [1 – 5] не использовались в полной мере все заложенные в них резервы. Одна из основных причин такого положения заключалась в отсутствии систематизированной научно-обоснованной методики геометрических расчетов на базе адекватной математической модели зубчатого зацепления и в соответствии с существующими [6 – 10] технологиями зубонарезания. Первоочередной этап предполагает всесторонний анализ и учет особенностей влияния продольной формы зуба на геометрические характеристики. Поэтому настоящая задача является актуальной.

**Цель статьи.** Вывод уравнения активной поверхности арочного, с циклоидальной формой по длине, зуба цилиндрических передач Новікова ДЛЗ, нарезанных резцовой головкой.

**Решение.** Особенности зацепления Новікова ДЛЗ требуют постоянство торцового сечения зуба колеса по всей длине зуба, т.к. тогда нормальная

кривизна сопряженной поверхности в точке контакта соответствует геодезическому кручению вдоль контактных линий как на заплоской части зуба, так и на доплоской. Учитывая то, что зуб не косой, а арочный, общий вид уравнения активной поверхности арочного зуба имеет вид:

$$\begin{cases} x(\mu, \varphi) = R_{oz} \sin\left(\varphi + \arctg\left(\frac{x(\mu)}{y(\mu)}\right)\right); \\ y(\mu, \varphi) = R_{oz} \cos\left(\varphi + \arctg\left(\frac{x(\mu)}{y(\mu)}\right)\right); \\ z(\mu, \varphi) = f(\mu, \varphi). \end{cases} \quad (1)$$

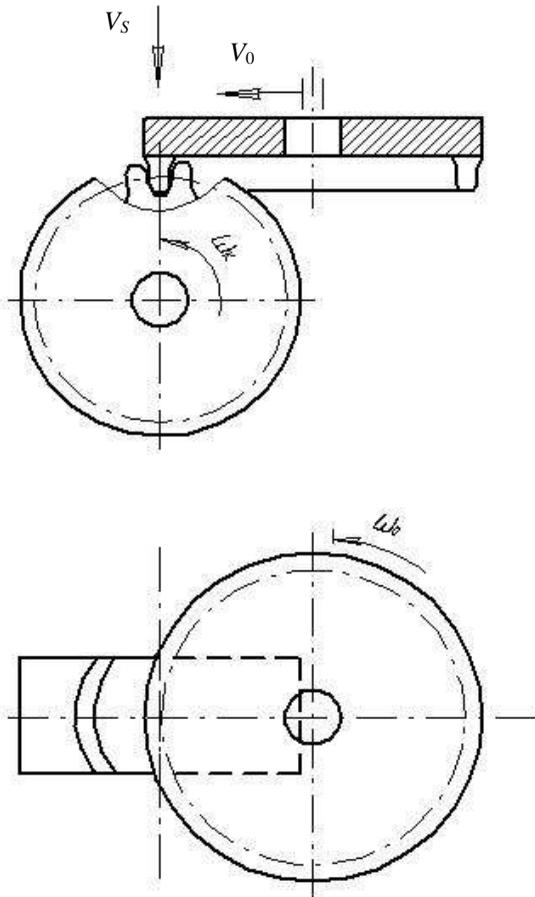


Рис. 1

Функция  $R_{o_z} = \sqrt{x^2(\mu) + y^2(\mu)}$  – радиус цилиндра, определяемый точкой  $\tilde{M}(x(\mu); y(\mu))$ , которая является текущей точкой срединного профиля зуба колеса. Этот профиль получен как огибающая однопараметрического семейства ( $\mu$ -параметр) мгновенных положений исходного контура режущего инструмента. В зависимости от вида функции  $f(\mu, \varphi)$  получаем ту или иную форму активной поверхности арочного зуба колеса.

Рассмотрим случай, когда при зубонарезании используют специальные резцовые головки, в которых резцы установлены группами так, что окончательное формообразование каждой впадины между зубьями на заготовке осуществляется резцами только одной группы. При этом инструменту сообщается вращение вокруг своей оси и поступательное движение, согласованное с вращением заготовки, а подача врезания производится вдоль оси инструмента.

В частности, при определенном согласовании вращения (см. рис. 1) заготовки и поступательного движения резцовой головки получим эллиптическую в продольном направлении форму зуба.

Запишем каноническое уравнение эллипса в системе координат  $(l, z)$

$$\frac{l^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1, \quad (2)$$

где  $a$  и  $b$  – полуоси эллипса (рис. 2).

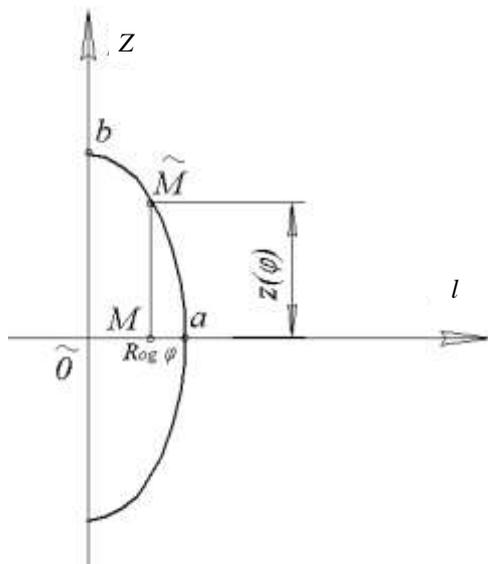


Рис. 2

Тогда каждой точке  $M \in l$  соответствует точка  $\tilde{M}$  на эллипсе

$$z_{\tilde{M}} = z(\mu, \varphi) = z(\varphi) = b \sqrt{2 \left( \frac{R_{oz}}{a} \varphi \right) - \left( \frac{R_{oz}}{a} \varphi \right)^2}. \quad (3)$$

При этом, так как  $|z| \leq 0,5b_w$ , то при  $z \geq 0$  и  $b \geq 0,5b_w$

$$0 \leq \varphi \leq \frac{a}{R_{oz}} \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{0,5b_w}{b} \right)^2} \right). \quad (4)$$

Итак, уравнение (1) активной поверхности арочного зуба с эллиптической формой образующей имеет вид

$$\begin{cases} x(\mu, \varphi) = R_{oz} \sin \left( \varphi + \arctg \left( \frac{x(\mu)}{y(\mu)} \right) \right); \\ y(\mu, \varphi) = R_{oz} \cos \left( \varphi + \arctg \left( \frac{x(\mu)}{y(\mu)} \right) \right); \\ z(\mu, \varphi) = b \sqrt{2 \left( \frac{R_{oz}}{a} \varphi \right) - \left( \frac{R_{oz}}{a} \varphi \right)^2}. \end{cases} \quad (5)$$

На рис. 3 показана графическая реализация средствами пакета Maple 5 вышеизложенной методики построения арочного зуба.

**Выводы.** Полученное уравнение позволяет находить в каждом конкретном случае локально-геометрические характеристики поверхности в номинальных точках контакта и локально-кинематические свойства зацепляющейся пары колес. Технология изготовления колес с арочной формой зубьев требует уточнения с целью обеспечения постоянства геометрии торцовых профилей зуба колеса. При этом система зацепления может быть как плоской, так и пространственной. Арочная форма зубьев обеспечивает необходимую локализацию пятна контакта по их длине за счет варьирования продольной кривизной сторон зубьев. Продольная кривизна арочных зубьев является одним из основных факторов, определяющих контактную и изгибную прочность.

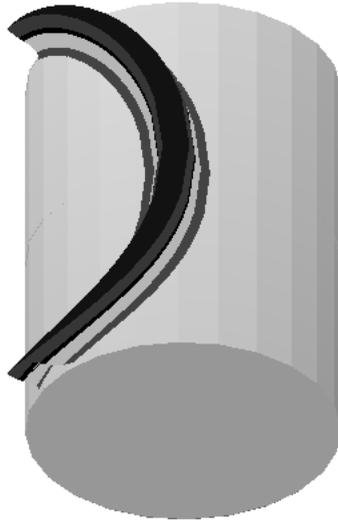


Рис. 3

**Список литературы:** 1. Айрапетов Э.Л., Айрапетов С.Э., Мельникова Т.Н. О выборе продольной кривизны арочных зубьев // Цилиндрические передачи с арочными зубьями: Тез. докл. зонального семинара. – Курган, 1983. – С. 11. 2. Паулиньш К.К. Особенности зубофрезерных головок для зацепления Новикова и развитие головок системы «Рига» // Автоматизация технологической подготовки производства. – Рига, 1983. – С. 25 – 27. 3. Паулиньш К.К. Квазиэвольвентное зацепление в арочных цилиндрических передачах // Исследование и повышение качества поверхностей и эксплуатационных свойств материалов и изделий. – Рига, 1983. – С. 45 – 56. 4. Догода М.И., Тереник В.Д. Зубчатые передачи с круговой и циклоидальной линией зуба и технологические особенности их изготовления // Технология механосборочного производства. – Краматорск, 1975. – Вып.19. – С. 55 – 59. 5. Догода М.И., Тереник В.Д., Гоголев О.П. Зубчатые передачи с эллиптической линией зуба и особенности их изготовления // Технология механосборочного производства. – Краматорск, 1979. – Вып. 5. – С. 55. 6. Догода М.И., Тереник В.Д., Гоголев О.П. Резцовая головка для нарезания зубчатых деталей // Исследования в области инструментального производства и обработки металлов резанием. – Тула, 1980. – Вып.12. – С. 105 – 108. 7. Догода М.И., Коуба Ю.Ф. Оптимизация геометрических параметров арочных передач с зацеплением Новикова // Перспективные направления создания новых и совершенствование существующих конструкций тяжело нагруженных редукторов и прогрессивная технология их изготовления. Тез. докл. науч.-техн. конф. – Краматорск, 1987. – С. 145. 8. Догода М.И., Еремин В.Е. Проблемы освоения высокоэффективных арочных передач и средств для их производства // Проблемы качества и долговечности зубчатых передач и редукторов. Тр. междунар. научн.-техн. конф. – Харьков, 1997. – С. 149 – 153. 9. Догода М.И., Коргун И.П. Нарезание арочных зубьев на колесах и рейках // Машиностроитель. – М., 1988. – №1. – С. 20. 10. Ерихов М.Л. Цилиндрические передачи с арочными зубьями: особенности и возможности // Цилиндрические передачи с арочными зубьями. Расчет, проектирование, изготовление: Тез. докл. зон. сем. – Курган, 1983. – С. 3 – 5.

Поступила в редакцию 16.09.2004