УДК 517.9:629.42

В.Д. ДМИТРИЕНКО, д-р техн. наук, НТУ "ХПИ",
А.Ю. ЗАКОВОРОТНЫЙ, НТУ "ХПИ"

ДИНАМИЧЕСКАЯ ЛИНЕАРИЗАЦИЯ С ПОМОЩЬЮ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЯГОВОГО ПРИВОДА

Розглянуті питання отримання лінійної математичної моделі тягового асинхронного привода у формі Бруновского на основі лінеаризації за допомогою зворотного зв'язку.

The questions receipts of linear mathematical model of hauling asynchronous drive are considered in form Brunovskogo on the basis of feedback linearization.

Постановка проблемы и анализ литературы. Вопросам совершенствования систем управления тягового подвижного состава железных дорог Украины, а также стран дальнего и ближнего зарубежья уделяется большое внимание. Это связано, в первую очередь, с существенной энергоемкостью технологических процессов перевозки грузов и пассажиров с помощью железнодорожного транспорта, необходимостью повышения надежности тягового подвижного состава, увеличения средней скорости движения составов и т.д. Американские, японские и европейские фирмы создали для тягового подвижного состава бортовые вычислительные системы, хранящие программы управления силовым оборудованием локомотивов, дизель- и электропоездов на маршрутах любой протяженности. С помощью таких бортовых систем существенно улучшается работа силового оборудования тягового подвижного состава, что приводит к значительной экономии энергетических ресурсов. Однако в полном объеме проблема оптимального управления тяговым подвижным составом не решена, поскольку не решена проблема синтеза оптимальных систем управления для объектов, описываемых нелинейными системами обыкновенных дифференциальных уравнений выше второго – третьего порядка. В настоящее время существует целый ряд методов [1 – 10], позволяющих выполнять синтез регуляторов для нелинейных объектов, однако они все обладают существенными недостатками и их использование для синтеза оптимальных систем управления тяговым подвижным составом затруднено, особенно если речь идет об управлении приводом переменного тока. Трудности синтеза систем управления для нелинейных объектов привели к разработке методов линеаризации исходных нелинейных систем и последующему применению хорошо разработанной теории линейных систем управления. Однако наиболее часто применяемая линеаризация по Тейлору, позволяющая линеаризовать систему в достаточно малой окрестности выбранной рабочей точки, практически неприменима для сложных объектов и, в частности, для управления тяговым приводом переменного тока.

Поскольку хорошо разработанная теория управления линейными системами постоянно привлекает внимание и используется специалистами для управления нелинейными объектами, то в последнее время были разработаны новые методы линеаризации на основе геометрических методов и геометрической теории управления [11 – 15]. Эти методы позволяют выполнить линеаризацию нелинейных систем управления с помощью обратной связи в пространстве "вход-состояние" и "вход-выход". По данной тематике имеется большое число публикаций, однако широкого практического применения эти методы пока не нашли из-за существенного разрыва между полученными теоретическими результатами и практическими задачами синтеза систем управления реальными объектами.

Целью статьи является решение задачи линеаризации математической модели тягового асинхронного привода на основе инволютивных распределений геометрической теории управления.

Задача определения эквивалентной линейной системы управления для нелинейной системы вида

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) + \sum_{k=1}^{m} u_k \boldsymbol{G}_k(\boldsymbol{x}), \quad \boldsymbol{x} \in M \subset R^n, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, ..., \boldsymbol{x}_n)$ – вектор фазовых координат нелинейной системы управления на гладком многообразии M размерности n; $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{G}_k(\boldsymbol{x})$ – гладкие векторные поля на многообразии M, которые в локальных системах координат имеют вид $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \sum_{j=1}^{n} \varphi_j(\boldsymbol{x}) \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}_j}$ и $\boldsymbol{G}_k(\boldsymbol{x}) = \sum_{j=1}^{n} \psi_{kj}(\boldsymbol{x}) \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}_j}$; $\varphi_j(\boldsymbol{x})$, $\psi_{kj}(\boldsymbol{x})$, $j = \overline{1,n}$ – гладкие функции векторного аргумента $\boldsymbol{x}$, определенные в локальных системах координат на многообразии M; u_k, $k = \overline{1,m}$ – управления, может быть сформулирована следующим образам [15].

Необходимо найти такую гладкую замену координат $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{z}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{z} \in R^n$ и управлений $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{x})$, $(\boldsymbol{v} = (v_1, v_2, ..., v_m)$, $\boldsymbol{u} = (u_1, u_2, ..., u_m))$, что система уравнений (1) приводится в новой системе координат к некоторой ей эквивалентной управляемой линейной системе

$$\frac{d\boldsymbol{z}}{dt} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{z} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{v}, \ \boldsymbol{z} \in R^n, \ \boldsymbol{v} \in R^m, \ m < n. \tag{2}$$

Здесь матрицы $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ имеют соответственно размеры $n \times n$ и $n \times m$ и являются блочно-диагональными матрицами $\boldsymbol{A} = \mathrm{blockdiag}[\boldsymbol{A}_1, ..., \boldsymbol{A}_p, ..., \boldsymbol{A}_m]$, $\boldsymbol{B} =$ $= \mathrm{blockdiag}[\boldsymbol{B}_1, ..., \boldsymbol{B}_p, ..., \boldsymbol{B}_m]$, где

$$A_p = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{vmatrix}_{q_p \times q_p}; \quad B_p = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}_{q_p \times 1}, \quad p = \overline{1,m},$$

q_p, $p = \overline{1,m}$ – индексы управляемости линейной системы управления (2), $\sum_{p=1}^{m} q_p = n$. При m = 1, т.е. при скалярном управлении, система уравнений (2) относительно легко сводится к канонической форме

$$\begin{aligned} \frac{dz_1}{dt} &= z_2; \\ \frac{dz_2}{dt} &= z_3; \\ &\dots \\ \frac{dz_{n-1}}{dt} &= z_n; \\ \frac{dz_n}{dt} &= v, \end{aligned} \tag{3}$$

получившей название формы Бруновского. В случае векторного управления пространство R^n представляется в виде прямой суммы подпространств меньшей размерности

$$R^n = \bigoplus_{p=1}^{m} R^p. \tag{4}$$

Каждое из подпространств R^p является подпространством состояний для p-й подсистемы декомпозированной исходной системы в пространстве R^n. Размерность подпространств, а следовательно, и размерности линейных подсистем в системе управления (2) однозначно определяется индексами управляемости q_p, $p = \overline{1,m}$ линейной системы (2). Каждая линейная подсистема уравнений имеет одно управление и структуру системы уравнений вида (3), где число дифференциальных уравнений равно индексу управляемости. Говорят также, что индексы управляемости определяют структуру клеток Бруновского для канонической формы линейной системы с векторным управлением. Понятно, что решение, полученное при совместном интегрировании m независимых линейных подсистем уравнений, являющихся результатом декомпозиции исходной нелинейной системы уравнений в

некоторой области V_{R^n} пространства R^n, не может в самом общем случае совпадать с решением нелинейной системы (1) в этой же области V_{R^n}.

Для перехода от нелинейной системы уравнений (1) к канонической форме Бруновского необходимо не только определить индексы управляемости q_p ($p = \overline{1,m}$), но и некоторые дополнительные условия (условия инволютивности [15]), связанные с совместным интегрированием векторных полей на многообразии *M*.

Определение 1. Пусть заданы: некоторая точка на n-мерном гладком многообразии M класса C^k, $k \ge 3$ и целое число m ($1 \le m < n$); касательное пространство TM_q; TS_q – m-мерное подпространство пространства TM_q. Распределением класса C^r, $1 \le r < k$ или m-мерным распределением (или дифференциальной системой размерности m) на многообразии M называется отображение

$$\Delta:\ M \to TS_q,\ \Delta_q = TS_q \subset TM_q,$$

где Δ_q – подпространство векторного пространства TM_q, а точка $\boldsymbol{x}$ имеет окрестность $\boldsymbol{U}_x$ с такими C^r векторными полями $\boldsymbol{X}_1, \dots, \boldsymbol{X}_q$ на ней, что векторы $\boldsymbol{X}_1(\boldsymbol{x}^*), \dots, \boldsymbol{X}_q(\boldsymbol{x}^*)$ образуют базис подпространства TS_q для каждой точки $\boldsymbol{x}^* \in \boldsymbol{U}$.

Определение 2. Распределение Δ называется инволютивным, если для всех точек $\boldsymbol{x}^* \in \boldsymbol{U}$

$$[\boldsymbol{X}_k,\ \boldsymbol{X}_l](\boldsymbol{x}^*) \in \Delta(\boldsymbol{x}^*),\ \ 1 \le k, l \le q,$$

где $[\boldsymbol{X}_k,\ \boldsymbol{X}_l]$ – скобки Ли векторных полей $\boldsymbol{X}_k,\ \boldsymbol{X}_l$.

Введем распределение Δ_0 векторных полей $\boldsymbol{G}_1(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{G}_2(\boldsymbol{x})$, ..., $\boldsymbol{G}_m(\boldsymbol{x})$ нелинейной системы (1)

$$\Delta_0 = \mathrm{span}\,\{\boldsymbol{G}_1(\boldsymbol{x}),\ \boldsymbol{G}_2(\boldsymbol{x}),\ \dots,\ \boldsymbol{G}_m(\boldsymbol{x})\} = \mathrm{span}\,\{\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})\},$$

где span – линейная оболочка $\boldsymbol{G}_1$, $\boldsymbol{G}_2$, ..., $\boldsymbol{G}_m$ векторов в точке $\boldsymbol{x}$, т.е. это минимальное пространство, порожденное этим набором векторов. Введем также распределение $\Delta_{\boldsymbol{F}}$

$$\Delta_{\boldsymbol{F}} = \Delta_0 + \boldsymbol{F} = \mathrm{span}\,\{\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})\},$$

где $\Delta_{\boldsymbol{F}}$ – распределение, смещенное на векторное поле $\boldsymbol{F}$ относительно распределения Δ_0.

Определим с помощью распределений Δ_0 и $\Delta_{\boldsymbol{F}}$ следующие два семейства распределений:

$$\Delta^0 = \Delta_0; \qquad M^0 = \Delta_0;$$

$$\Delta^j = \operatorname{span}\{\Delta^{j-1}, [\Delta_{\boldsymbol{F}}, \Delta^{j-1}]\}; \qquad M^j = \operatorname{span}\{M^{j-1}, [\boldsymbol{F}, M^{j-1}]\}; \qquad (5)$$

$$\Delta^\infty = \bigcup_{j=0}^{\infty} \Delta^j; \qquad M^\infty = \bigcup_{j=0}^{\infty} M^j,$$

где [$\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{G}$] – скобки Ли двух векторных полей $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{G}$; это векторное поле, характеризующее степень «связанности» на многообразии M полей $\boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{G}$. В рассматриваемом случае они характеризуют возможность или ее отсутствие для совместного интегрирования, задаваемых векторными полями $\boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{G}$ на гладком многообразии M, уравнений в частных производных. Скобки Ли для векторных полей $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{G}$, которые на многообразии M в локальной системе координат имеют вид $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \sum_{j=1}^{n} \varphi_j(\boldsymbol{x}) \frac{\partial}{\partial x_j}$, $\boldsymbol{G}(\mathrm{x}) = \sum_{j=1}^{n} \psi_j(\boldsymbol{x}) \frac{\partial}{\partial x_j}$ определяются следующим образом

$$[\boldsymbol{F}, \boldsymbol{G}](\boldsymbol{x}) = \sum_{j=1}^{n} (\sum_{i=1}^{n} (\varphi_i(\boldsymbol{x}) \frac{\partial \psi_j(\boldsymbol{x})}{\partial x_i} - \psi_i(\boldsymbol{x}) \frac{\partial \varphi_j(\boldsymbol{x})}{\partial x_i})) \frac{\partial}{\partial x_j}. \qquad (6)$$

В матричной форме выражение (6) можно записать следующим образом

$$[\boldsymbol{F}, \boldsymbol{G}](\boldsymbol{x}) = \frac{\partial \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) - \frac{\partial \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}), \qquad (7)$$

где $\frac{\partial \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \varphi_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \varphi_n(\boldsymbol{x})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \varphi_n(\boldsymbol{x})}{\partial x_n} \end{pmatrix}$; $\frac{\partial \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \psi_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \psi_1(\boldsymbol{x})}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \psi_n(\boldsymbol{x})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \psi_n(\boldsymbol{x})}{\partial x_n} \end{pmatrix}$;

$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = (\varphi_1(\boldsymbol{x}), \dots, \varphi_n(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}) = (\psi_1(\boldsymbol{x}), \dots, \psi_n(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}}$.

В работе [15] доказано, что для локальной линеаризации с помощью аналитической обратной связи и замены координат нелинейной системы уравнений (1) в окрестности $\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{x}_0} \subset M$ некоторой точки равновесия $\boldsymbol{x}_0$, необходимо выполнение следующих условий:

1. Каждое распределение M^j являются инволютивным, $0 \le j \le p$, где $p = k_{\max} - 1$ и $k_{\max}$ – наибольший индекс управляемости, т.е. наибольший размер клетки Бруновского в матрице $\boldsymbol{A}$:

$$k_{\max} = \max_q (k_q, q = \overline{1, m}),$$

$$k_q = \operatorname{card}\{r_j \ge q,\ 0 \le j \le n - m,\ r_0 = m_0,\ r_j = m_j - m_{j-1}\},\ q = \overline{1, m}, \qquad (8)$$

где card – кардинальное число (число элементов, для которых справедливо неравенство $r_j \ge q$).

2. $\dim(M^p(\boldsymbol{x}) = \Delta^p(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{L}_0(\boldsymbol{x})) = n \quad \forall \boldsymbol{x} \in U_{\boldsymbol{x}_0}$, где $\dim(\cdot)$ – размерность соответствующего математического объекта.

В случае неинволютивности распределений $M^j (j = \overline{0, n-m})$ точная линеаризация возможна за счет увеличения размерности пространства и получения инволютивных распределений уже на расширенном пространстве.

Рассмотрим возможность применения описанного метода для линеаризации математической модели тягового асинхронного привода дизель-поезда. В первом приближении два тяговых двигателя дизель-поезда можно заменить одним эквивалентным, математическую модель которого запишем следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dt} &= a_{11}\psi_1 + a_{13}\psi_3 + u_1; \\ \frac{d\psi_2}{dt} &= a_{22}\psi_2 + a_{24}\psi_4 + u_2; \\ \frac{d\psi_3}{dt} &= a_{31}\psi_1 + a_{33}\psi_3 + a_{345}\psi_4\Omega; \\ \frac{d\psi_4}{dt} &= a_{42}\psi_2 + a_{44}\psi_4 + a_{435}\psi_3\Omega; \\ \frac{d\Omega}{dt} &= -a_{51}\Omega - a_{52}\Omega^2 + a_{514}\psi_1\psi_4 + a_{523}\psi_2\psi_3, \end{aligned} \qquad (9)$$

где ψ_1, ψ_2, ψ_3, ψ_4 – потокосцепления двигателя; u_1, u_2 – управления; $a_{11}, a_{13}, \dots, a_{523}$ – постоянные коэффициента, определяемые параметрами асинхронного двигателя; Ω – угловая скорость вращения двигателя. Если ввести новые переменные $x_i = \psi_i, i = \overline{1, 4}; x_5 = \Omega$, то система уравнений (9) преобразуется к виду

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + a_{13}x_3 + u_1;$$
$$\frac{dx_2}{dt} = a_{22}x_2 + a_{24}x_4 + u_2;$$
$$\frac{dx_3}{dt} = a_{31}x_1 + a_{33}x_3 + a_{345}x_4x_5; \qquad (10)$$
$$\frac{dx_4}{dt} = a_{42}x_2 + a_{44}x_4 + a_{435}x_3x_5;$$
$$\frac{dx_5}{dt} = -a_{51}x_5 - a_{52}x_5^2 + a_{514}x_1x_4 + a_{523}x_2x_3.$$

С системой уравнений (10) связаны следующие векторные поля:

$$\boldsymbol{X}(\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{13}x_3 \\ a_{22}x_2 + a_{24}x_4 \\ a_{31}x_1 + a_{33}x_3 + a_{345}x_4x_5 \\ a_{42}x_2 + a_{44}x_4 + a_{435}x_3x_5 \\ -a_{51}x_5 - a_{52}x_5^2 + a_{514}x_1x_4 + a_{523}x_2x_3 \end{pmatrix}; \boldsymbol{Y}_1(\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \ \boldsymbol{Y}_2(\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Распределение $M^0 = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2\}$ является инвалютивным, $\dim M^0 = 2$.

Определим распределение $M^1 = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_2\}$, где $\boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_1$, $\boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_2$ – производные Ли векторных полей $\boldsymbol{Y}_1$ и $\boldsymbol{Y}_2$ вдоль векторного поля $\boldsymbol{X}$. Известно, что производная Ли $\boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}$ совпадает с коммутатором данных векторных полей: $\boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y} = [\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}]$. Поэтому для определения M^1 несложно получить

$$\boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_1 = [\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}](\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} a_{11} \\ 0 \\ a_{31} \\ 0 \\ a_{514}x_4 \end{pmatrix}; \ \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_2 = [\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}](\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ a_{22} \\ 0 \\ a_{42} \\ a_{523}x_3 \end{pmatrix};$$

$$M^1 = \mathrm{span}\begin{vmatrix} 1 & 0 & a_{11} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_{22} \\ 0 & 0 & a_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{42} \\ 0 & 0 & a_{514}x_4 & a_{523}x_3 \end{vmatrix}; \ dim\, M^1 = 4.$$

Для инволютивности распределения M^1 необходимо выполнение условия [15] $\mathrm{rank}(\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_2, [\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{X}_j]) = 4$, где $\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{X}_j$ – векторные поля из семейства $(\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_2)$. Имеем:

$$[\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2] = [\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_1] = [\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_2] = [\boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_2] = [\boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_1] = 0. \qquad (11)$$

Однако $\mathrm{rank}(\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_2, [\boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{L}_2]) = 5$. Поэтому распределение M^1 не является инволютивным. При этом подраспределения $M_1^1 = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_1\}$ и $M_2^1 = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \boldsymbol{L_x}\boldsymbol{Y}_1\}$ в силу соотношения (11) является инволютивными и имеют одинаковые размерности, равные 3. Введем дополнительную координату в канал, связанный с управлением u_2:

$$x_6 = u_2, \ \frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = u_2^*, \ u_1 = u_1^*.$$

Расширенная модель объекта будет иметь следующие векторные поля:

$$\boldsymbol{X}^*(\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{13}x_3 \\ a_{22}x_2 + a_{24}x_4 + x_6 \\ a_{31}x_1 + a_{33}x_3 + a_{345}x_4x_5 \\ a_{42}x_2 + a_{44}x_4 + a_{435}x_3x_5 \\ -a_{51}x_5 - a_{52}x_5^2 + a_{514}x_1x_4 + a_{523}x_2x_3 \\ 0 \end{pmatrix}; \boldsymbol{Y}_1^*(\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \boldsymbol{Y}_2^*(\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Для новой модели $M^{0*} = \mathrm{span}(\boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{Y}_2^*)$ – инволютивно; $\dim M^0 = 2 = m_0$; $M^{1*} = \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{Y}_2^*, \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{x}^*}\boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{x}^*}\boldsymbol{Y}_2^*\}$ - инволютивно; $\dim M^{1*} = 4 = m_1$; $M^{2*} =$ $= \mathrm{span}\{\boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{Y}_2^*, \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{x}^*}\boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{x}^*}\boldsymbol{Y}_2^*, \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{x}^*}^2\boldsymbol{Y}_1^*, \boldsymbol{L}_{\boldsymbol{x}^*}^2\boldsymbol{Y}_2^*\}$.

Несложные вычисления показывают, что распределение M^{2*} инволютивно, при этом $m_2 = \dim M^{2*} = 6$. Таким образом, инволютивность распределений M^{0*}, M^{1*}, M^{2*} и их размерности указывают на возможность решения задачи линеаризации с помощью обратной связи. Поскольку $m_0 = 2$, $m_1 = 4$ и $m_2 = 6$, то из выражений (8) следует: $r_0 = m_0 = 2$, $r_1 = m_1 - m_0 = 2$, $r_2 = m_2 - m_1 = 2$, а также $k_1 = k_2 = 3$, т.е. индексы управляемости равны трем и имеется две клетки канонической формы Бруновского.

Теперь несложно записать исходную математическую модель в форме Бруновского

$$\frac{dy_1}{dt} = y_2 = \boldsymbol{X}^* \boldsymbol{T}_1^1(\boldsymbol{x}) + u_1 \boldsymbol{Y}_1^* \boldsymbol{T}_1^1(\boldsymbol{x}) + u_2 \boldsymbol{Y}_2^* \boldsymbol{T}_1^1(\boldsymbol{x});$$
$$\frac{dy_2}{dt} = y_3 = \boldsymbol{X}^{*2} \boldsymbol{T}_1^1(\boldsymbol{x}) + u_1 \boldsymbol{Y}_1^* \boldsymbol{X}^* \boldsymbol{T}_1^1(\boldsymbol{x}) + u_2 \boldsymbol{Y}_2^* \boldsymbol{X}^* \boldsymbol{T}_1^1(\boldsymbol{x});$$
$$\frac{dy_3}{dt} = u_1^* = \boldsymbol{X}^{*3} \boldsymbol{T}_1^1(\boldsymbol{x}) + u_1 \boldsymbol{Y}_1^* \boldsymbol{X}^{*2} \boldsymbol{T}_1^1(\boldsymbol{x}) + u_2 \boldsymbol{Y}_2^* \boldsymbol{X}^{*2} \boldsymbol{T}_1^1(\boldsymbol{x});$$
$$\frac{dy_4}{dt} = y_5 = \boldsymbol{X}^* \boldsymbol{T}_1^2(\boldsymbol{x}) + u_1 \boldsymbol{Y}_1^* \boldsymbol{T}_1^2(\boldsymbol{x}) + u_2 \boldsymbol{Y}_2^* \boldsymbol{T}_1^2(\boldsymbol{x});$$
$$\frac{dy_5}{dt} = y_6 = \boldsymbol{X}^{*2} \boldsymbol{T}_1^2(\boldsymbol{x}) + u_1 \boldsymbol{Y}_1^* \boldsymbol{X}^* \boldsymbol{T}_1^2(\boldsymbol{x}) + u_2 \boldsymbol{Y}_2^* \boldsymbol{X}^{*1} \boldsymbol{T}_1^2(\boldsymbol{x});$$
$$\frac{dy_6}{dt} = u_2^* = \boldsymbol{X}^{*3} \boldsymbol{T}_1^2(\boldsymbol{x}) + u_1 \boldsymbol{Y}_1^* \boldsymbol{X}^{*2} \boldsymbol{T}_1^2(\boldsymbol{x}) + u_2 \boldsymbol{Y}_2^* \boldsymbol{X}^{*2} \boldsymbol{T}_1^2(\boldsymbol{x}),$$

где $\boldsymbol{T}_1^1(\boldsymbol{x})$ и $\boldsymbol{T}_1^2(\boldsymbol{x})$ – неизвестные функции, которые могут быть определены по хорошо разработанной методике [15]. Имея математическую модель двигателя в форме Бруновского и зная функции $\boldsymbol{T}_1^1(\boldsymbol{x})$ и $\boldsymbol{T}_1^2(\boldsymbol{x})$ можно выполнить синтез регулятора для линейного объекта, а затем использовать его для управления объектом, описываемым системой нелинейных уравнений.

Выводы. Таким образом, на основе инволютивных распределений геометрической теории управления выполнена динамическая линеаризация математической модели тягового асинхронного привода с помощью обратной связи. Полученную модель предполагается в дальнейшем использовать для синтеза системы управления тяговым приводом.

Список литературы: **1.** Справочник по теории автоматического управления / Под ред. *А.А. Красовского*. – М.: Наука, 1987. – 712 с. **2.** *Буков В.И.*, *Князев И.А.* Робастное оптимальное управление // Автоматика и телемеханика. – 1991. – № 3. – С. 15 – 22. **3.** *Zhukovskiy V.I.*, *Salukvadze M.E.* The Vector-Valued Maximin. – New York etc.: Academ. Press, 1994. – 404 p. **4.** *Zhou K.*, *Doyle J.C.*, *Clover K.* Robust and optimal control // Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995. – 596 p. **5.** Нейронні мережі в системах автоматизації / *В.І. Архангельський*, *І.М. Богаєнко*, *Г.Г. Грабовський*, *М.О. Рюмшин*. – К.: Техніка, 1999. – 364 с. **6.** *Башняков О.М.*, *Гаращенко Ф.Г.*, *Пічкур В.В.* Практична стійкість та структурна оптимізація динамічних систем. – К.: Київський університет, 2000. – 197 с. **7.** *Габасов Р.*, *Куриллова Ф.М.*, *Балашевич И.В.* Синтез оптимальных замкнутых систем // Кибернетика и системный анализ. – 2002. – № 3. – С. 100 – 119. **8.** *Комашинский В.М.*, *Смирнов Д.А.* Нейронные сети и их применение в системах управления и связи. – М.: Горячая линия. – Телеком, 2002. – 94 с. **9.** *Ерофеев А.А.* Теория автоматического управления. – СПб.: Политехника, 2003. – 302 с. **10.** *Мирошник И.В.* Теория автоматического управления. Нелинейные и оптимальные системы. – СПб.: Питер, 2006. – 272 с. **11.** *Su R.* On the linear equivalents of nonlinear systems // Syst. and Cont. letter. – 1982. – Vol. 2. – № 1. – P. 48 – 52. **12.** *Byrnes C.*, *Isidori A.* A survey of recent developments in nonlinear control theory // Proc. of the I IFAC Symp. Robot Conf., Barselona, Nov. 6 – 8. – 1985. – P. 287 – 291. **13.** *Краснощёченко В.И.* О линейных эквивалентах нелинейных систем // Труды МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 1999. – № 575. – С. 39 – 45. **14.** *Краснощёченко В.И.* Синтез регуляторов для нелинейных систем, приводимых к канонической форме Бруновского // Труды МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 1997. – № 569. – С. 28 – 33. **15.** *Краснощёченко В.И.*, *Крищенко А.П.* Нелинейные системы: геометрический метод анализа и синтеза. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2005. – 520 с.

Поступила в редакцию 25.10.2006

УДК 681.513

В.Д. ДМИТРИЕНКО, д-р.техн.наук,
М.В. ЛИПЧАНСКИЙ

КОНТРОЛЬ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ДИЗЕЛЬ-ПОЕЗДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Розглядаються питання контролю систем керування дизель-потягів у динамічних режимах на основі таксономічного показника. Приводиться архітектура й алгоритм роботи розробленої нейронної мережі для визначення таксономічного показника в процесі експлуатації рухомого складу з використанням змінного вікна.

The questions of the checking diesel-train's control systems in dynamic modes on base of the taxonomic factor are considered. Architecture and algorithm of the modified neural network for determination of the taxonomic factor in process of the usages of the rolling stock with partial account of the previous condition are shown.

Постановка проблемы. Осуществление эффективного контроля человеком сложных технических объектов в условиях изменяющейся внешней среды и состояний объекта во многом зависит не только от возможностей измерительно-информационной системы, но и от умения оперативно и эффективно обрабатывать большие информационные потоки, представляя результаты обработки в интегрированном виде, легко воспринимаемом человеком. Одним из возможных инструментов для решения задач подобного класса является математический аппарат таксономического анализа. В частности, использование таксономического показателя позволяет учитывать множество разнотипных параметров в одной интегральной оценке. Этот подход часто используется для решения задач классификации в социальных, экономических и технических системах [1 – 5].

Анализ литературы. Проблемам определения таксономического показателя применительно к контролю энергетических цепей дизель-поезда посвящены работы [6, 7]. Для расчета таксономического показателя составляется матрица наблюдений $A(t)$, состоящая из k столбцов и l строк

$$A(t) = \begin{vmatrix} \hat{a}_1(t_1) & \hat{a}_2(t_1) & \cdots & \hat{a}_p(t_1) & \breve{a}_{p+1}(t_1) & \cdots & \breve{a}_k(t_1) \\ \hat{a}_1(t_2) & \hat{a}_2(t_2) & \cdots & \hat{a}_p(t_2) & \breve{a}_{p+1}(t_2) & \cdots & \breve{a}_k(t_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{a}_1(t_i) & \hat{a}_2(t_i) & \cdots & \hat{a}_p(t_i) & \breve{a}_{p+1}(t_i) & \cdots & \breve{a}_k(t_i) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{a}_1(t_l) & \hat{a}_2(t_l) & \cdots & \hat{a}_p(t_l) & \breve{a}_{p+1}(t_l) & \cdots & \breve{a}_k(t_l) \end{vmatrix}. \quad (1)$$