УДК 519:681

О.В. СЕРАЯ, канд. техн. наук, НТУ "ХПИ",
АМЕР ШАДИ, НТУ "ХПИ"

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ СИСТЕМЫ ПО МАЛОЙ ВЫБОРКЕ НАБЛЮДЕНИЙ

Розглянуто проблему відшукання аналітичного опису залежності щільності розподілу безвідмовної роботи системи від режиму її експлуатації. Показано, що ця задача може бути розв'язана шляхом параметризації шуканої щільності.

The search task of analytical description of dependence of probability density of faultless work parameters from the mode exploitation is considered. It is shown that this task can be decided by parametrization of the desired dependence of probability.

Постановка проблемы и анализ литературы. Эффективность функционирования сложных комплексов технических средств определяется их техническим состоянием (ТС), под которым понимается совокупность подверженных изменению свойств изделия, характеризуемая признаками, установленными технической документацией [1]. Признаками технического состояния могут быть [2] значения наработки, показатели надежности, значения показателей технического состояния. В связи с тем, что продолжительность, режим и условия эксплуатации различных ОЭ могут существенно отличаться друг от друга, соответствующие отличия будут иметь и зависимости, описывающие эволюцию показателей ТС. По этой причине статистические данные об отказах различных образцов однотипных ОЭ не могут расцениваться как выборки из одной и той же генеральной совокупности. При этом использование традиционных методов статистической обработки результатов контроля технического состояния, ориентированных на однородные выборки [3, 4], приводит к необходимости формирования групп объектов контроля, режимы и условия эксплуатации которых одинаковы или близки, то есть к дроблению исходного статистического материала, делая однородные выборки малыми. Точность оценивания показателей ТС при этом, естественно, уменьшается. Таким образом, чем более индивидуализированной по режимам и условиям эксплуатации является оценка показателей ТС, тем хуже ее качество. С учетом этого в [5] предложена методика, суть которой состоит в отказе от групповой обработки однородных выборок данных и в переходе к совместной обработке результатов контроля не отдельных групп, а всех ОЭ с учетом условий и режимов их эксплуатации. В этой работе показатели технического состояния системы, в частности, закон изменения интенсивности отказов, описаны как функции набора факторов, задающих режим и условия эксплуатации ОЭ. Совместная обработка данных о результатах контроля разных ОЭ, эксплуатируемых в разных условиях, позволяет найти зависимости параметров

ТС от численных значений характеристик режима и условий эксплуатации. К сожалению, эта идея не может быть непосредственно использована для решения многих важных надежностных задач, например, долгосрочного прогнозирования безотказности ОЭ. Для решения этой задачи нужно уметь рассчитывать плотность распределения работы ОЭ до отказа в зависимости от режима и условий эксплуатации.

Цель статьи – отыскание зависимости плотности распределения безотказной работы системы по данным об ее эксплуатации в разных условиях.

Постановка задачи. Пусть в эксплуатации находится некоторое количество однотипных систем (например, станков на крупном промышленном предприятии). Для каждой системы интервал от момента начала функционирования до текущего момента может быть разбит на подынтервалы, в пределах которых условия и режим эксплуатации не меняются. Если этих подынтервалов несколько, то условно можно считать, что имеется соответствующее количество однотипных систем, эксплуатируемых в соответствующих условиях. Введем набор $F=\left(F_1, F_2, \ldots, F_m\right)$ характеристик режима и условий эксплуатации ОЭ. К их числу можно отнести: общую продолжительность эксплуатации, общую наработку под током, среднюю наработку под током в единицу времени (например, сутки), среднее число включений в единицу времени и т.п. Пусть в эксплуатации находятся n систем, режим и условия эксплуатации которых описывается набором векторов

$$
\begin{aligned}
&\Phi_1=\left(F_{11}, F_{12}, \ldots, F_{1m}\right);\\
&\Phi_2=\left(F_{21}, F_{22}, \ldots, F_{2m}\right);\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\Phi_j=\left(F_{j1}, F_{j2}, \ldots, F_{jm}\right);\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\Phi_n=\left(F_{n1}, F_{n2}, \ldots, F_{nm}\right).
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

Техническое состояние этих ОЭ контролируется и имеются данные об отказах каждого из них. Общий интервал наблюдения $[0,\ T_{\max}]$ за техническим состоянием всех ОЭ разбит на N подынтервалов длиной Δ следующим образом $[0, \Delta],\ [\Delta, 2\Delta],\ \ldots,\ [(N-1)\Delta,\ T_{\max}]$. Для каждого ОЭ независимо оценивается значение параметра потока отказов на каждом из подынтервалов

$$\hat{w}=\frac{r_{jk}}{\Delta},$$

где $\hat{w}_{jk}$ – оценка параметра потока отказов j-го ОЭ на k-м подынтервале; r_{jk} – число отказов j-го ОЭ на k-м подынтервале. Введем плотность распределения продолжительности безотказной работы j-го ОЭ в виде [6]

$$\varphi_j(t) = A_j\left[1+\theta_{4j}(\Phi_j)\frac{(t-\theta_{1j}(\Phi_j))^2}{2\theta_{2j}^2(\Phi_j)}\times \right.$$
$$\left. \times\exp\left\{-\frac{(t-\theta_{1j}(\Phi_j))^2}{2\theta_{2j}^2(\Phi_j)}\times\left(1+\theta_{3j}(\Phi_j)(t-\theta_{1j}(\Phi_j))\right)\right\}\right]. \quad (2)$$

Множитель A_j находится из условия нормировки. Задача формулируется следующим образом: с использованием приведенных исходных данных найти зависимости $\theta_1(F),\ \theta_2(F),\ \theta_3(F),\ \theta_4(F)$. Знание этих зависимостей обеспечивает возможность расчета важнейших надежностных характеристик ОЭ: вероятности безотказной работы в заданных условиях, среднее число отказов в течение заданного временного интервала при эксплуатации ОЭ в заданном режиме и т.п.

Основные результаты. Введем модель изменения параметра потока отказов в виде

$$w(t) = a_0 + a_1 t + ... + a_d t^d\ . \quad (3)$$

Параметры модели (3) для каждого конкретного ОЭ найдем, обрабатывая данные об отказах этого объекта, с использованием метода наименьших квадратов (МНК). Введем матрицу H и векторы A_j, $\hat{w}_j$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & \Delta & \Delta^2 & \dots & \Delta^d \\ 1 & 2\Delta & (2\Delta)^2 & \dots & (2\Delta)^d \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & (N\Delta) & (N\Delta)^2 & \dots & (N\Delta)^d \end{pmatrix};\ A_j = \begin{pmatrix} a_{0j} \\ a_{1j} \\ \dots \\ a_{dj} \end{pmatrix};\ \hat{w}_j = \begin{pmatrix} \hat{w}_{j1} \\ \hat{w}_{j2} \\ \dots \\ \hat{w}_{jN} \end{pmatrix}.$$

Тогда наилучшие в смысле МНК оценки $\hat{A}_j$ найдем по формуле

$$\hat{A}_j = (H^T H)^{-1} H^T \hat{w}_j\ ,\ j = 1,\ 2,\ ...,\ n\ . \quad (4)$$

Подстановка (4) в (3) дает закон изменения параметра потока отказов для j-го ОЭ. Как известно [7, 8], закон изменения параметра потока отказов $w(t)$ и плотность распределения наработки до отказа связаны интегральным уравнением Вольтерры второго рода с разностным ядром

$$w(t) = \varphi(t) + \int_0^t \varphi(t-\tau) w(\tau) d\tau, \tag{5}$$

откуда для j-го ОЭ

$$\varphi_j(t) = w_j(t) - \int_0^t w_j(t-\tau) \varphi_j(\tau) d\tau. \tag{6}$$

Для решения уравнения (5) используем метод Нелдера-Мида [9, 10]. С этой целью введем матрицу

$$D = \begin{pmatrix} \theta_1^{(0)} & \theta_1^{(0)} + d_1 & \theta_1^{(0)} + d_2 & \theta_1^{(0)} + d_2 & \theta_1^{(0)} + d_2 \\ \theta_2^{(0)} & \theta_2^{(0)} + d_2 & \theta_2^{(0)} + d_1 & \theta_2^{(0)} + d_2 & \theta_2^{(0)} + d_2 \\ \theta_3^{(0)} & \theta_3^{(0)} + d_2 & \theta_3^{(0)} + d_2 & \theta_3^{(0)} + d_1 & \theta_3^{(0)} + d_2 \\ \theta_4^{(0)} & \theta_4^{(0)} + d_2 & \theta_4^{(0)} + d_2 & \theta_4^{(0)} + d_2 & \theta_4^{(0)} + d_1 \end{pmatrix},$$

$$d_1 = \frac{1}{4\sqrt{2}}\left(\sqrt{5}+3\right),\ d_2 = \frac{1}{4\sqrt{2}}\left(\sqrt{5}-1\right),$$

задающую набор векторов $\underline{\theta}^{(1)}$, $\underline{\theta}^{(2)}$, $\underline{\theta}^{(3)}$, $\underline{\theta}^{(4)}$, $\underline{\theta}^{(5)}$ параметров распределения (2). Для каждого из полученных при этом распределений $\varphi_j(\underline{\theta}^{(s)}, t)$, $s = \overline{1,\ 5}$, решается интегральное уравнение

$$w_j^{(s)}(t) = \varphi_j(\underline{\theta}^{(s)} t) + \int_0^t w_j^{(s)}(t-\tau) \varphi_j^{(s)}(\underline{\theta}^{(s)}, \tau) d\tau,\ s = \overline{1,\ 5}. \tag{7}$$

Введем критерий качества плотности распределения продолжительности безотказной работы, численное значение которого определяется различием между наблюдаемым законом изменения параметра потока отказов $w_j(t)$ и получающимся в результате решения уравнения (7). Этот критерий имеет вид

$$J^{(s)} = \int_0^{N\Delta} \left[w_j(t) - w_j^s(t) \right]^2 dt,\ s = \overline{1,\ 5}. \tag{8}$$

Далее выполняется процедура Нелдера-Мида. В результате ее реализации получим набор $(\theta_{j1}, \theta_{j2}, \theta_{j3}, \theta_{j4})$, однозначно задающий искомую плотность распределения безотказной работы для j-го ОЭ. Решим эту задачу для всех подконтрольных объектов эксплуатации. Теперь зададим зависимости параметров плотности распределения продолжительности безотказной работы от характеристик режима и условий эксплуатации:

$$\begin{gathered} \theta_1 = b_{10} + b_{11}F_1 + \cdots + b_{1m}F_m; \quad \theta_2 = b_{20} + b_{21}F_1 + \cdots + b_{2m}F_m; \\ \theta_3 = b_{30} + b_{31}F_1 + \cdots + b_{3m}F_m; \quad \theta_4 = b_{40} + b_{41}F_1 + \cdots + b_{4m}F_m. \end{gathered} \tag{9}$$

Параметры уравнений регрессии (9) найдем, вновь используя метод наименьших квадратов.

Введем матрицу M, а также векторы $\hat{\theta}_k$, $\hat{B}_k$, $k = 1, 2, 3, 4$, следующим образом

$$M = \begin{pmatrix} 1 & F_{11} & F_{12} & \dots & F_{m1} \\ 1 & F_{21} & F_{22} & \dots & F_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & F_{j1} & F_{j2} & \dots & F_{jm} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & F_{n1} & F_{n2} & \dots & F_{nm} \end{pmatrix}; \ \hat{\theta}_k = \begin{pmatrix} \theta_{k1} \\ \theta_{k2} \\ \dots \\ \theta_{kj} \\ \dots \\ \theta_{kn} \end{pmatrix}; \ \hat{B}_k = \begin{pmatrix} b_{k0} \\ b_{k1} \\ b_{k2} \\ \dots \\ b_{km} \end{pmatrix}, \ k = 1, 2, 3, 4.$$

Теперь

$$\hat{B}_k = (M^T M)^{-1} M^T \hat{\theta}_k, \ k = 1, 2, 3, 4. \tag{10}$$

Подстановка (10) в (9) дает описание искомой зависимости параметров плотности распределения продолжительности безотказной работы для любого набора характеристик режима и условий эксплуатации.

Выводы. Таким образом, получена методика, обеспечивающая возможность отыскания зависимости плотности распределения продолжительности безотказной работы системы от режима и условий ее эксплуатации. Показано, что задача может быть решена путем параметризации искомой зависимости в результате обработки реальных данных об отказах систем, эксплуатируемых в разных условиях. Дальнейшие исследования этой проблемы связаны с использованием полученной плотности распределения безотказной работы для расчета оставшегося ресурса системы в зависимости от режима ее эксплуатации.

Список литературы: **1.** ГОСТ 27002-83. Надежность в технике. Термины и определения. – М., 1983. – 300 с. **2.** ГОСТ 19919-74. Контроль автоматизированный технического состояния. Термины и определения. – М., 1974. – 12 с. **3.** *Гаскаров Д.В., Голинкевич Т.А., Мозгалевский А.В.* Прогнозирование технического состояния и надежности радиоэлектронной аппаратуры. – М.: Сов. радио, 1974. – 224 с. **4.** *Лавриненко В.Ю.* Основы эксплуатации аппаратуры. – М.: Высшая школа, 1998. – 320 с. **5.** *ЗубаревВ.В., Ковтуненко А.П., Раскин Л.Г.* Математические методы оценки и прогнозирования технических показателей эксплутационных свойств радиоэлектронных систем. – К.: Изд.-во НАУ, 2005. – 184 с. **6.** *Серая О.В.* Модели и информационные технологии оценки и прогнозирования состояния многомерных динамических объектов в условиях нечетких входных данных: Дис. канд. техн. наук: 05.13.06. – Х., 2001. – 252 с. **7.** Вопросы теории эксплуатации автоматизированных транспортных систем управления / Под ред. Л.Г. Раскина – Х.: Изд. ХВУ, 2000. – 266 с. **8.** *Михайлов А.В.* Надежность радиоэлектронной аппаратуры. – М.: Радио и связь, 2002. – 264 с. **9.** *Раскин Л.Г.* Математическое программирование. – Х.: НТУ "ХПИ", 2002. – 124 с. **10.** *Косоруков О.А., Мищенко А.В.* Исследование операций. – М.: Экзамен, 2003. – 448 с.

Поступила в редакцию 29.03.2007