УДК 621.376.2:62.92

Н.Р. ПОПОВ, канд. техн. наук, доц. НТУ "ХПИ" (г. Харьков),
И.Н. ПОПОВ, зав. лаб. ТСО ХГАДИ (г. Харьков)

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИМПУЛЬСНЫХ МОДУЛЯТОРОВ, ДИСКРЕТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЛАПЛАСА, ФУРЬЕ

Доказано, что для получения правильных математических моделей решетчатых сигналов, необходимо применять дельта-функцию Дирака с учётом её особенностей; получены правильные математические модели импульсных модуляторов, формулы дискретных преобразований Лапласа, Фурье; полученные результаты применимы для детерминированных и случайных сигналов. Библиогр.: 12 назв.

Ключевые слова: импульсные модуляторы, математические модели решетчатых сигналов, дискретные преобразования Лапласа, Фурье.

Постановка проблемы и анализ литературы. Дискретизация и экстраполяция являются важной составной частью в технике преобразования сигналов, этому вопросу посвящено достаточно большое число работ, например [1 – 9], однако их математические модели как и формулы дискретных преобразований Лапласа, Фурье, содержат ошибки, которые показаны в этой статье. Например, в [1 – 9] изложены ошибочные математические модели решетчатых функций и экстраполяторов импульсных модуляторов, соответственно формулы дискретных преобразований Лапласа, Фурье, z-преобразований. В [10 – 12] частично получены их обоснованные математические модели как для детерминированных, так и для случайных сигналов.

Цель статьи – показать методические и количественные ошибки, допущенные при определении математических моделей решетчатых функций и экстраполяторов импульсных модуляторов, формул дискретных преобразований Лапласа, Фурье, например, в [1 – 9].

Основная часть. При преобразовании непрерывных сигналов $x(t)$ в импульсную последовательность $y(t)$ предполагаем, что сигнал $x(t)$ определён и непрерывен в каждой точке. Величина интервала T квантования по времени и способы размещения дискретных выборок $x^*(t)$ на каждом T в соответствии с теорией интерполирования влияют на точность приближающей функции $x_\Delta(t)$, записанной в виде объединения полиномов нулевого порядка

$$x_\Delta(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x[nT][1(t-nT) - 1(t-T-nT)]$$

или

$$x_{\Delta}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x[\tau_n][1(t-nT) - 1(t-T-nT)],$$

где $x[nT]$, $x[\tau_n]$ — дискретные выборки соответственно в моменты nT и внутри интервала в моменты τ_n к сигналу $x(t)$. В соответствии с точностью приближения импульсные модуляторы делятся по родам. Рассмотрим математические модели импульсных модуляторов с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ) при дискретизации в тактовые nT моменты времени.

В литературе по дискретным системам можно выделить два вида дискретизирующих сигналов, применяемых для записи решетчатых функций. Например, в [1, 3, 4, 9 – 12] применяют смещённую дельта-функцию Дирака, определяемую следующими свойствами:

$$\delta(t-nt) = \begin{cases} \infty, & t = nt, \\ 0, & t \neq nt, \end{cases} \tag{1}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-nt)dt = 1. \tag{2}$$

Решетчатую функцию $x^*(t)$ от непрерывного сигнала $x(t) \neq 0$ при $t \geq 0$ в [1, 3, 4, 9] записывают в виде:

$$x^*(t) = x(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nt) = \sum_{n=0}^{\infty} x[nT]\delta(t-nt) \neq x[nT]. \tag{3}$$

В этой записи конечную величину дискретной выборки $x[nT]$ умножают на бесконечную величину дельта-функции и по сравнению с $x(t)$ нарушена размерность в с $^{-1}$ за счёт размерности дельта-функции.

Как известно, последовательность дельта-функций Дирака можно представить рядом Фурье:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nt) = T^{-1} \sum_{r=-\infty}^{\infty} e^{jrw_0 t}, \tag{4}$$

где $w_0 = 2\pi T^{-1}$; $e^{jrw_0 t}$ – безразмерная функция, следовательно, размерность этой последовательности – с $^{-1}$.

Чтобы эта последовательность стала безразмерной и единичной, необходимо левую и правую части (4) умножить на T, т.е.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nt)T = \sum_{r=-\infty}^{\infty} e^{jrw_0 t} = \sum_{r=-\infty}^{\infty} \cos rw_0 t + j\sum_{r=-\infty}^{\infty} \sin rw_0 t. \tag{5}$$

Выражение (5) в моменты $t = nT$ (моменты существования $\delta(t–n\mathrm{T})$ равно 1, т.к. имеет $\cos rn2\pi = 1$, $\sin rn2\pi = 0$ при любом n, r.

Таким образом, вместо (3) правильная запись решетчатой функции от непрерывного сигнала $x(t) \neq 0$ при $t \geq 0$ имеет вид [10, 12]:

$$x^*(t) = x(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nt)T = \sum_{n=0}^{\infty}x[nT]\delta(t-nt)T = x[nT], \tag{6}$$

в которой размерность $x^*(t)$ совпадает с размерностью $x(t)$ и имеет значение $x(t)$ в моменты $t = nT$. Заметим также, что в этой записи $\lim\limits_{T\to 0} x^*(t)$, в отличие от (3) в [1 – 9], стремится к исходной непрерывной функции $x(t)$, т.е.

$$\lim_{T\to 0} x^*(t) = \lim_{T\to 0}\sum_{n=0}^{\infty}x[nT]\delta(t-nT)T = \int_0^{\infty}x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau = x(t). \tag{7}$$

Таким образом, выражение (6) решетчатой функции отвечает условиям билинейности преобразования, что подтверждает его истинность, поскольку о восстановлении непрерывного сигнала (экстраполяции) можно говорить как о пределе, стремящемся к непрерывному сигналу, что и подтверждается выражением (7).

Правильную запись решетчатой функции $x^*(t)$ в виде (6) можно также получить из соотношений линейного единичного интегрального преобразования, так называемое, фильтрующее свойство дельта-функции Дирака, которое следует из свойств (1), (2) дельта-функции $\delta(t–nT)$

$$\begin{aligned}\int_0^{\infty}x(t)\delta(t-nT)dt &= \int_0^{\infty}x[nT]\delta(t-nT)dt = \\ &= \lim_{T\to 0}\sum_{n=0}^{\infty}x[nT]\delta(t-nT)T = x[nT],\end{aligned} \tag{8}$$

исходя из того, что непрерывное время t квантовано на интервалы T, т.е. $t = nT$ и в этом случае от dt необходимо перейти к конечным разностям (прямым или обратным), от интеграла к интегральной сумме как ее пределу.

Спектральное представление решетчатой функции $x^*(t)$ в соответствии с (3) и (4) имеет вид [1, 3, 4, 9]

$$x^*(t) = x(t)T^{-1}\sum_{r=-\infty}^{\infty}e^{jrw_0t}. \tag{9}$$

А в соответствии с (5) и (6) [10, 12]

$$x^*(t) = x(t)\sum_{r=-\infty}^{\infty}e^{jrw_0t}. \tag{10}$$

Для непрерывного сигнала $x(t) \neq 0$ при $0 < t < \infty$ преобразования Лапласа и Фурье соответственно имеют вид:

$$X(p) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-pt} dt \, , \tag{11}$$

$$X(jw) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-jwt} dt \, , \tag{12}$$

где изображения $X(p)$ и $X(jw)$ изменяют размерность по сравнению с оригиналом $x(t)$ на секунду за счёт dt.

Формулы обратных преобразований, например, Фурье,

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} X(jw) e^{jwt} dw \tag{13}$$

позволяют получить правильную размерность сигнала $x(t)$ за счёт противоположных размерностей $X(jw)$ и dw.

Применение преобразования Лапласа (11) и Фурье (12) к дискретному сигналу $x^*(t)$ в виде (3) дают формулы соответственно дискретных преобразований Лапласа и Фурье в [1, 3, 4. 9]:

$$X^*(p) = \int_0^{\infty} x^*(t) e^{-pt} dt = \sum_{n=0}^{\infty} x[nT] e^{-pnT} = X(e^{pT}) \, , \tag{14}$$

где $\int_0^{\infty} \delta(t - nT) e^{-pt} dt = e^{-pnT}$ – в соответствии с фильтрующими свойствами дельта-функции $\delta(t–nT)$; аналогично получим

$$X^*(jw) = \sum_{n=0}^{\infty} x[nT] e^{-jwnT} = X(e^{jwT}) \, . \tag{15}$$

В (14) и (15) размерности дискретных изображений $X^*(p)$ и $X^*(jw)$ такие же как и размерности $x[nT]$. В этих случаях [1, 3, 4, 9] в формулах обратных преобразований, например, Фурье, для восстановления правильной размерности $x[nT]$ надо вводить множитель T для компенсации размерности dw, т.е.

$$x[nT] = \frac{T}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} X^*(jw) e^{jwnT} dw \, . \tag{16}$$

Применение преобразований Лапласа (11) и Фурье (12) к дискретному сигналу $x^*(t)$ в виде (6) дают формулы соответственно дискретных преобразований Лапласа и Фурье [10, 11, 12]:

$$X^*(p)=\int_0^\infty x^*(t)e^{-pt}dt=\int_0^\infty\sum_{n=0}^\infty x[nT]\delta(t-nT)Te^{-pt}dt=$$
$$=\sum_{n=0}^\infty x[nT]T\int_0^\infty \delta(t-nT)e^{-pt}dt=\sum_{n=0}^\infty x[nT]e^{-pnT}T=X(e^{pT}), \tag{17}$$

аналогично

$$X^*(jw)=\sum_{n=0}^\infty x[nT]e^{-jwnT}=X(e^{jwT}). \tag{18}$$

В (17) и (18) размерности дискретных изображений $X^*(p)$ и $X^*(j\omega)$ по сравнению с размерностью $x[nT]$ отличаются на сек за счет множителя T. В этих случаях [10, 11, 12] формулы обратных преобразований, например Фурье, аналогичны формуле (13), т.е.

$$x[nT]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} X^*(jw)e^{jwnT}dw, \tag{19}$$

позволяют получить произвольную размерность сигнала $x[nT]$ за счет противоположных размерностей $X^*(jw)$ и dw.

Применение преобразований Лапласа (11) и Фурье (12) к дискретному сигналу $x^*(t)$ в виде (8) дают формулы дискретных преобразований соответственно Лапласа (20) и Фурье (21) [1, 3, 4, 9]:

$$X^*(p)=\int_0^\infty x(t)T^{-1}\sum_{r=-\infty}^\infty e^{jrw_0t}e^{-pt}=T^{-1}\sum_{r=-\infty}^\infty X[p+rw_0]=X(e^{pT}), \tag{20}$$

$$X^*(jw)=\int_0^\infty x(t)T^{-1}\sum_{r=-\infty}^\infty e^{jrw_0t}e^{-jwt}=T^{-1}\sum_{r=-\infty}^\infty X[j(w+rw_0)]. \tag{21}$$

Применение преобразований Лапласа (11) и Фурье (12) к дискретному сигналу $x^*(t)$ в виде (10) дают формулы дискретных преобразований соответственно Лапласа (22) и Фурье (23) [10, 11, 12]:

$$X^*(p)=\int_0^\infty x(t)\sum_{r=-\infty}^\infty e^{jrw_0t}e^{-pt}dt=\sum_{r=-\infty}^\infty\int_0^\infty x(t)e^{-(p-rw_0)t}dt=$$
$$=\sum_{r=-\infty}^\infty X[p-rw_0]=\sum_{r=-\infty}^\infty X[p+rw_0]=X(e^{pT}), \tag{22}$$

$$X^*(jw)=\int_0^{\infty} x(t)\sum_{r=-\infty}^{\infty} e^{jrw_0 t}e^{-jwt}=\sum_{r=-\infty}^{\infty} X[j(w-rw_0)]=X(e^{jwT}). \qquad (23)$$

Формулы (20 – 23) дискретних преобразований Лапласа и Фурье показывают в явном виде их периодичность с периодом w_0 по сравнению с непрерывными преобразованиями $X(p)$ и $X(jw)$. При этом составляющие рядов (20) – (23) при $r \neq 0$ называются транспонированными. Основное значение формул (22), (23) не столько в том, что они дают дополнительный путь для вычисления $X^*(p)$ и $X^*(jw)$, сколько в наглядном истолковании явлений стробоскопического эффекта, происходящих в импульсных модуляторах. Но формулы (22), (23) в [10, 12], в отличии от аналогичных (20), (21) в [1, 3, 4, 9], не искажают эти явления (модуль) в $\frac{1}{T}$ раз, что соответствует истине физических процессов.

При втором виде дискретизирующего сигнала, применяемого, например, в [2, 5, 6, 7] для записи решетчатой функции, используется так называемая "единичная дэльта-функция", которая определяется следующим образом:

$$\delta^*(t-nT)=\begin{cases}1, & t=nT,\\ 0, & t\neq nT.\end{cases} \qquad (24)$$

На первый взгляд, в соответствии с этим свойством, при записи решетчатой функции получается, что

$$x^*(t)=x(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta^*(t-nT)=\sum_{n=0}^{\infty}x[nT]\delta^*(t-nT)=x[nT], \qquad (25)$$

т.е. здесь величина и размерность $x^*(t)$ по сравнению с $x(t)$ в моменты nT не изменяется. Однако предел этой последовательности импульсов при $T \to 0$ не стремится к исходной непрерывной функции $x(t)$ как в (7) [10, 12]. Из (25) невозможно получить, например, дискретное преобразование Лапласа, хотя бы в виде, применяемом в [1 – 9] в отличие от [10, 12]:

$$\begin{aligned}X^*(p)&=\int_0^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}x[nT]\,\delta^*(t-nT)e^{-pt}dt=\\ &=\sum_{n=0}^{\infty}x[nT]t^{-pnT}\int_0^{\infty}\delta^*(t-nT)dt\neq\sum_{n=0}^{\infty}x[nT]e^{-pnT},\end{aligned} \qquad (26)$$

так как $\int_0^{\infty}\delta^*(t-nT)dt\neq 1$.

Таким образом, такой вид дискретизирующего сигнала для записи решетчатой функции является неприемлемым.

Рассмотрим методику получения математических моделей формирующих звеньев (ФЗ) (экстраполяторов) импульсных модуляторов с амплитудно-импульсной модуляцией первого рода, которые можно получить двумя способами, аналогичными способам получения математических моделей непрерывных звеньев. На вход формирующего звена поступает сигнал $x^*(t)$, представленный равенством (6), а его дискретное преобразование Лапласа равенством (17). Выходной сигнал имеет вид:

$$y(t)=\sum_{n=0}^{\infty}A_n[1[t-nT)-1(t-\tau_u-nT)], \tag{27}$$

где A_n, $0<\tau_u\le T$ – соответственно амплитуда и длительность прямоугольного импульса на nT интервале.

Преобразование Лапласа от (27) равно:

$$Y(p)=\sum_{n=0}^{\infty}A_n e^{-pnT}(1-e^{-\tau_u p})/p]. \tag{28}$$

Передаточную функцию формирующего звена $K_{\text{фз}}(p)$ получим как отношение изображений (28) к (17)

$$K_{\text{фз}}(p)=\frac{Y(p)}{X^*(p)}=\frac{A_n}{Tx[nT]}(1-e^{-\tau_u p})/p=K_u\frac{1-e^{-\tau_u p}}{\tau_u p}, \tag{29}$$

где $\frac{A_n\gamma}{\gamma Tx[nT]}=\frac{y_{\text{ср}}}{\tau_u x[nT]}=\frac{K_u}{\tau_u}$; $y_{\text{ср}}=A_n\gamma$; $\tau_u=\gamma T$; $0<\gamma\le 1$; $K_u=y_{\text{ср}}/x[nT]$ – статический коэффициент преобразования импульсного модулятора, определяемый как отношение среднего значения $y_{\text{ср}}$ выходного импульсного сигнала $y(t)$ ко входному сигналу $x[nT]$ в статическом режиме; $y_{\text{ср}}=K_u x[nT]$ является более полной статической характеристикой импульсного модулятора по сравнению со статической модуляционной характеристикой $A_n=K_A x[nT]$, которая не учитывает изменение длительности импульсов τ_u, кроме того, именно $y_{\text{ср}}$ является истинным выходным сигналом в статическом режиме, что так же подтверждает принципиальную правильность применения K_u в качестве статического коэффициента импульсного модулятора; статические модуляционные характеристики ввиду положительности модулируемых параметров импульсов искусственно порождают нелинейность типа "модуль". Соотношение K_u и K_A выражается зависимостью:

$$K_u=\frac{y_{\text{ср}}}{x[nT]}=\frac{A_n}{x[nT]}=\gamma K_A. \tag{30}$$

Выходной сигнал $y(t)$ (27) на каждом nT является реакцией на модулированные дельта-функции (6) и его можно записать через дискретный интеграл свёртки

$$y(t)=\sum_{n=0}^{\infty} x[nT]K_{фз}(t-nT)T\ . \tag{31}$$

Так как левые части (27) и (31) равны, то приравниваем их правые части, откуда получаем выражение весовой функции $K_{фз}(t)$ на каждом интервале T

$$K_{фз}(t)=\frac{A_n}{Tx[nT]}[1(t)-1(t-\tau_u)]=\frac{K_u}{\tau_u}[1(t)-1(t-\tau_u)]\,. \tag{32}$$

Если $A_n = x[nT]$ и $\tau_u = T$, что реализуется в экстраполяторе (фиксаторе) нулевого порядка (Э0П), то $K_u = K_A = 1$ и

$$K_{фз}(t)=[1(t)-1(t-T)]/T\ . \tag{33}$$

Преобразуя по Лапласу весовую функцию (32), получим передаточную функцию (29) и, как частный случай, от (33) получим передаточную функцию экстраполятора нулевого порядка, т.е.

$$K_{фз}(p)=K_{э0п}(p)=(1-e^{-Tp})/Tp\,. \tag{34}$$

В отличие, например, от [1 – 9] полученные весовые и передаточные функции имеют правильные размерности и методику их получения.

Частотные характеристики формирующих звеньев запишем из передаточных функций (29) и (34) при замене $p = jw$. Из выражения (29), т.е. при $0 < \tau < T$ амплитудно-фазо-частотная характеристика имеет вид

$$K_{фз}(jw)=\frac{K_u(1-e^{-jw\tau})}{jw\tau_u}=\frac{K_u\sin\frac{w\tau_u}{2}\left(\cos\frac{w\tau_u}{2}-j\sin\frac{w\tau_u}{2}\right)}{\frac{w\tau_u}{2}}=$$
$$=\frac{K_u\sin\frac{w\tau_u}{2}}{\frac{w\tau_u}{2}}e^{-j\frac{w\tau_u}{2}}=K_{фз}(w)e^{j\varphi_{фз}(w)}, \tag{35}$$

где

$$K_{фз}(w)=\frac{K_u\sin\frac{w\tau_u}{2}}{\frac{w\tau_u}{2}} \tag{36}$$

– амплитудно-частотная характеристика формирующего звена при $0 < \tau_u < T$; соответственно

$$\varphi_{фз}(w)=-\frac{w\tau_u}{2} \tag{37}$$

– фазо-частотная характеристика.

Из выражения (34), т.е. в экстраполяторе нулевого порядка

$$K_{э0n}(jw) = (1 - e^{-jwT}) / jwT = K_{э0n}(w) e^{j\varphi_{э0n}(w)}, \tag{38}$$

где

$$K_{э0n}(w) = \frac{\sin\frac{wT}{2}}{\frac{wT}{2}}, \tag{39}$$

$$\varphi_{э0n}(w) = -\frac{wT}{2}. \tag{40}$$

Из выражения (36) видно, что статический коэффициент преобразования ФЗ (при $w = 0$) равен K_u, а для Э0П из (39) статический коэффициент равен 1, а не T, как это следует из [1 – 9]. Так как реально $T << 1$, то ясно как сильно искажает истину эта ошибка. Из (35), (37), (38), (40) видно, что фазо-частотная характеристика не является периодической функцией w, как это изображено, например, в [3, 8], а аналогична звену чистого запаздывания, т.е. на низких частотах ($w \to 0$) формирующие звенья (экстраполяторы) подобны звену чистого запаздывания, т.е. из (35)

$$\lim_{w \to 0} K_{фз}(jw) = \lim_{w \to 0} K_u \frac{\sin\frac{w\tau_u}{2}}{\frac{w\tau_u}{2}} e^{-j\frac{w\tau_u}{2}} = K_u e^{-j\frac{w\tau_u}{2}}$$

из (38)

$$\lim_{w \to 0} K_{э0n}(jw) = \lim_{w \to 0} \frac{\sin\frac{wT}{2}}{\frac{wT}{2}} e^{-j\frac{wT}{2}} = e^{-j\frac{wT}{2}} \neq \frac{T}{1 + jwT},$$

как это утверждается в [4, 8].

Рассмотренные ошибки математических моделей дискретных детерминированных сигналов имеют место и при случайных сигналах при определении спектральной плотности $S_x^*(w)$ как прямого двухстороннего дискретного преобразования Фурье от решетчатой корреляционной функции $R_x[mT]$

$$S_x^*(w) = T \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_x[mT] e^{-jmwT}$$

и в формуле определения дискретной корреляционной функции как обратного преобразования Фурье по спектральной плотности $S_x^*(w)$ [10, 11]

$$R_x[mT] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} S_x^*(w) e^{jwmT} dw .$$

Выводы. Из проведенного анализа следует, что в качестве дискретизирующей функции при записи решетчатых функций необходимо применять дельта-функцию Дирака со свойствами (1), (2), введенными Дираком; правильная запись решетчатой функции не нарушает размерности и значений дискретных выборок непрерывного сигнала, как это следует из [1 – 9]; предложена правильная методика определения математических моделей формирующих звеньев модуляторов импульсов, что приводит к восстановлению правильных размерностей и значений их весовых, передаточных, амплитудных и фазо-частотных характеристик; доказаны правильные формулы дискретных прямых и обратных преобразований Лапласа, Фурье, показывающие необходимость изменения таблиц соответствующих преобразований, а также соответствие дискретных преобразований физическим процессам стробоскопического эффекта.

Список литературы: **1.** *Джури Э.* Импульсные системы автоматического регулирования / *Э. Джури*. – М.: Физматгиз, 1963. – 456 с. **2.** *Деруссо П.* Пространство состояний в теории управления / *П. Деруссо, Р. Рой, Ч. Клоуз*. – М.: Наука, 1970. – 620 с. **3.** *Нетушил А.В.* Теория автоматического управления / Под ред. *А.В. Нетушила*. – М.: Высшая школа, 1976. – 400 с. **4.** *Изерман Р.* Цифровые системы управления / *Р. Изерман*. – М.: Мир, 1984. – 541 с. **5.** *Бесекерский В.А.* Цифровые автоматические системы / *В.А. Бесекерский*. – М.: Наука, 1976. – 576 с. **6.** *Рабинер Л.* Теория и применение цифровой обработки сигналов / *Л. Рабинер, Б. Гоулд*. – М.: Мир, 1978. – 848 с. **7.** *Гольденберг Л.М.* Цифровая обработка сигналов / *Л.М. Гольденберг*. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с. **8.** *Острём К.* Системы управления с ЭВМ / *К. Острём, Б. Виттенмарк*. – М.: Мир, 1987. – 480 с. **9**. *Александров Є.Є.* Теорія автоматичного керування / *Є.Є. Александров, Є.П. Козлов, Б.І. Кузнецов*. – Харків: НТУ "ХПІ", 2002. – 490 с. **10.** *Попов Н.Р.* О формулах дискретного преобразования Лапласа, Фурье, z-преобразования и их применения / *Н.Р. Попов, И.Н. Попов* // Радиотехника, 2000. – Вып. 116. – С. 28–33. **11.** *Попов Н.Р.* О формулах спектрального плотности и корреляционной функции решетчатого случайного процесса / *Н.Р. Попов , И.Н. Попов, Е.А. Ярмола* // Вестник НТУ "ХПИ". – 2006. – Вып. 9. – С. 111–117. **12.** *Попов Н.Р.* Математические модели решетчатых функций и экстраполяторов / *Н.Р. Попов, И.Н. Попов, Е.А. Ярмола* // Автоматика – 2008, доклад на XV международной конференции. – С. 454–457.

Статья представлена д.т.н. проф. НТУ "ХПИ" Дербуновичем Л.В.

УДК 621.376.2+62.92

Математичні моделі імпульсних модуляторів, дискретних перетворювань Лапласа, Фурье / Попов М. Р., Попов І. М. // Вісник НТУ "ХПІ". Тематичний випуск: Інформатика і моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2009. – № 43. – С. 149 – 159.

Доведено, що заради одержування правильних моделей решітчастих сигналів, необхідно застосування дельта-функції Дірака з урахуванням її особливості; здобути правильні математичні моделі імпульсних модуляторів, формули дискретних перетворювань Лапласа, Фурье; отримані результати застосовуються для детермінованих і випадкових сигналів. Бібліогр. 12 назв.

Ключові слова: імпульсні модулятори, математичні моделі решітчастих сигналів, дискретні перетворювання Лапласа, Фурье.

UDC 621.376.2+62.92

Mathematical models of pulse modulator, discrete transformations by Laplas and Fourier / N.R. Popov, I.N. Popov // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2009. – №. 43. – P. 149 – 159.

To get the mathematical models of latticed signals need to use delta-function of Dirac with take into account it features was prove; write mathematical models of latticed signals and formulas of discrete transformations by Laplas and Fourier was got; results use for determined and casual signals. Refs.: 12 titles.

Key words: pulse modulators, mathematical models of latticed functions of sygnals, discrete transformations by Laplas and Fourier

Поступила в редакцию 23.10.2009