

В.В. РОМАНЮК, канд. техн. наук, доц. ХНУ (м. Хмельницький)

МАТЛАВ-СЕСІЯ У ПРАКТИЧНІЙ РЕАЛІЗАЦІЇ РОЗВ'ЯЗКУ ДИСКРЕТНОЇ БЕЗШУМНОЇ ДУЕЛІ З НЕЛІНІЙНИМИ ФУНКЦІЯМИ ВЛУЧНОСТІ

Означено дискретну безшумну дуель з кососиметричним ядром на кінцевій узагальненій підмножині одиничного квадрату з нелінійним масштабом, де функції влучності гравців покладено узагальнено нелінійними. Представлено програми для MATLAB-сесії у практичній реалізації розв'язку означеної дуелі.

Ключові слова: безшумна дуель, MATLAB, практична реалізація розв'язку.

Постановка проблеми. Антагоністичні ігри у формі безшумних дуелей є математичними моделями прийняття оптимальних рішень у багатьох соціально-економічних та біо-екологічних системах [1]. Вони можуть бути використані навіть у технічних системах при практичній реалізації стохастичного параметра, що задається на інтервалі ненульової міри з невідомим імовірнісним розподілом. Зазвичай безшумну дуель задають її ядром

$$K(x, y) = h_1(x) - h_2(y) + h_1(x)h_2(y)\text{sign}[h_2(y) - h_1(x)] \quad (1)$$

на одиничному квадраті

$$X \times Y = [0; 1] \times [0; 1] \quad (2)$$

при $x \in X$ та $y \in Y$, де $h_1(x)$ та $h_2(y)$ є монотонно неспадними функціями влучності першого і другого гравців відповідно, для яких виконуються

$$h_1(0) = 0, \quad h_1(1) = 1, \quad h_2(0) = 0, \quad h_2(1) = 1. \quad (3)$$

Але такий спосіб опису дуелі є не завжди доцільним, адже він має місце лише у граничному переході, коли гравець володіє безліччю варіантів своїх можливих дій. Тут не враховується також те, що важливість окремих альтернатив (чистих стратегій) з плином часу зростає. Крім того, континуальний опис дуелі ускладнює процес знаходження розв'язку.

Аналіз літератури. Питаннями дискретизації дуелей займались більше зарубіжні вчені [2, 3]. Деякі вузькі класи дуелей розв'язуються або, по крайній мірі, розглядаються у [4, 5]. Дуелі, де з часом щільність стратегій дуелянта збільшується, вивчені слабко [6]. Тим більше, що при їх дослідженні функції влучності гравців зазвичай покладаються лінійними, без узагальнення [7, 8].

Мета статті. Необхідно дискретизувати ядро (1) на квадраті (2) так, щоб важливість виділених чистих стратегій з плином часу зростала, причому функції влучності братимуться узагальнено монотонно неспадними з умовами

(3). Отримана дискретна дуель має бути розв'язана з вказівкою того, як практично реалізувати цей розв'язок, що має бути представлено у формі MATLAB-сесії.

Дискретизація дуелі. Без втрати загальності, покладатимемо

$$h_1(x) = x^\beta, \quad h_2(y) = y^\beta, \quad \beta > 0. \quad (4)$$

Нехай імовірність d_j є відстанню між двома сусідніми стратегіями гравця, де $d_j \notin \{0, 1\}$ та $j = \overline{1, N-2}$ при кількості N усіх його чистих стратегій. Тоді

$$\begin{aligned} & [d_1 \quad d_2 \quad \dots \quad d_{N-3} \quad d_{N-2}] \in \\ & \in \left\{ \mathbf{D} \in \mathbb{R}^{N-2} \mid d_j \in (0; 1) \forall j = \overline{1, N-2}, d_j \geq d_{j+1} \forall j = \overline{1, N-3} \right\} \cap \\ & \cap \left\{ \mathbf{D} \in \mathbb{R}^{N-2} \mid 1 - \sum_{j=1}^{N-2} d_j \leq d_{N-2} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

є вектором відстаней у даній грі. Згідно з цим дискретизовані множини чистих стратегій першого

$$X_{\mathbf{D}} = \{x_k\}_{k=1}^N = \{0, 1\} \cup \left\{ \sum_{j=1}^{k-1} d_j \right\}_{k=2}^{N-1} \quad (6)$$

та другого

$$Y_{\mathbf{D}} = \{y_k\}_{k=1}^N = \{0, 1\} \cup \left\{ \sum_{j=1}^{k-1} d_j \right\}_{k=2}^{N-1} \quad (7)$$

гравців визначають дискретну безшумну дуель з нелінійними функціями влучності (4), котри задаються на підмножині

$$\begin{aligned} X_{\mathbf{D}} \times Y_{\mathbf{D}} &= \{x_k\}_{k=1}^N \times \{y_l\}_{l=1}^N = \left\{ [x_k \quad y_l] \right\}_{l=1}^N \Bigg|_{k=1}^N = \\ &= \left\{ \left\{ 0, 1 \right\} \cup \left\{ \sum_{j=1}^{k-1} d_j \right\}_{k=2}^{N-1} \right\} \times \left\{ \left\{ 0, 1 \right\} \cup \left\{ \sum_{i=1}^{l-1} d_i \right\}_{l=2}^{N-1} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

одиначного квадрата (2).

MATLAB-сесія. Для отримання розв'язку означеної таким способом дискретної безшумної дуелі слід представити значення її ядра як елементи $N \times N$ -матриці

$$g_{ij} = K(x_i, y_j) = h_1(x_i) - h_2(y_j) + h_1(x_i)h_2(y_j)\text{sign}[h_2(y_j) - h_1(x_i)] =$$

$$= x_i^\beta - y_j^\beta + x_i^\beta y_j^\beta \text{sign}(y_j^\beta - x_i^\beta), \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, N}, \quad (9)$$

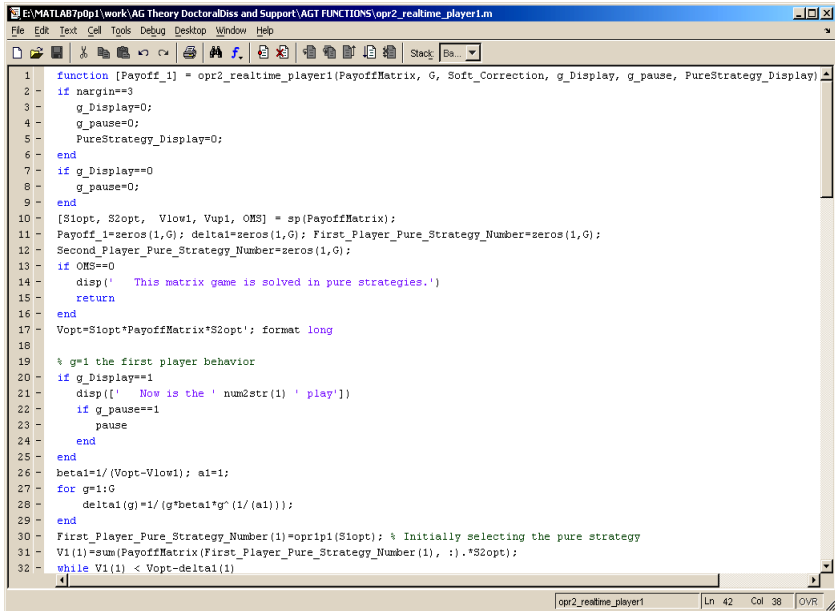
де, очевидно, що “крайні” чисті стратегії обох гравців $x_1 = y_1 = 0$ та $x_N = y_N = 1$, а

$$x_i = \sum_{k=1}^{i-1} 2^{-k} \quad \text{при } i = \overline{2, N-1}, \quad (10)$$

$$y_j = \sum_{k=1}^{j-1} 2^{-k} \quad \text{при } j = \overline{2, N-1}. \quad (11)$$

У MATLAB легко побудувати модуль для представлення (5) – (11) й отримання розв’язку у формі вектора $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^N$ оптимальних імовірностей вибору чистих стратегій на (6) і (7).

Реалізувати розв’язок безшумної дуелі можна за допомогою спеціального модуля (рис. 1), котрий враховує кількість передбачуваних розіграшів дуелі G . Тоді MATLAB-сесія полягатиме в отриманні вектора $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^N$ і його підстановці у модуль "opr2_realtime_player1" з відомим числом G (рис. 2).



```

1 function [Payoff_1] = opr2_realtime_player1(PayoffMatrix, G, Soft_Correction, g_Display, g_pause, PureStrategy_Display)
2 if nargin==3
3     g_Display=0;
4     g_pause=0;
5     PureStrategy_Display=0;
6 end
7 if g_Display==0
8     g_pause=0;
9 end
10 [S1opt, S2opt, V1owl, Vup1, OMS] = sp(PayoffMatrix);
11 Payoff_1=zeros(1,G); delta1=zeros(1,G); First_Player_Pure_Strategy_Number=zeros(1,G);
12 Second_Player_Pure_Strategy_Number=zeros(1,G);
13 if OMS==0
14     disp(' This matrix game is solved in pure strategies. ')
15     return
16 end
17 Vopt=S1opt*PayoffMatrix*S2opt; format long
18
19 % g=1 the first player behavior
20 if g_Display==1
21     disp([' Now is the ' num2str(1) ' play'])
22     if g_pause==1
23         pause
24     end
25 end
26 beta1=1/(Vopt-V1owl); a1=1;
27 for g=1:G
28     delta1(g)=1/(g*beta1*g^(1/(a1)));
29 end
30 First_Player_Pure_Strategy_Number(1)=oprcip1(S1opt); % Initially selecting the pure strategy
31 V1(1)=sum(PayoffMatrix(First_Player_Pure_Strategy_Number(1), :).*S2opt);
32 while V1(1) < Vopt-delta1(1)

```

Рис. 1. Код програми "opr2_realtime_player1" для отримання рекомендацій щодо дій у дуелі

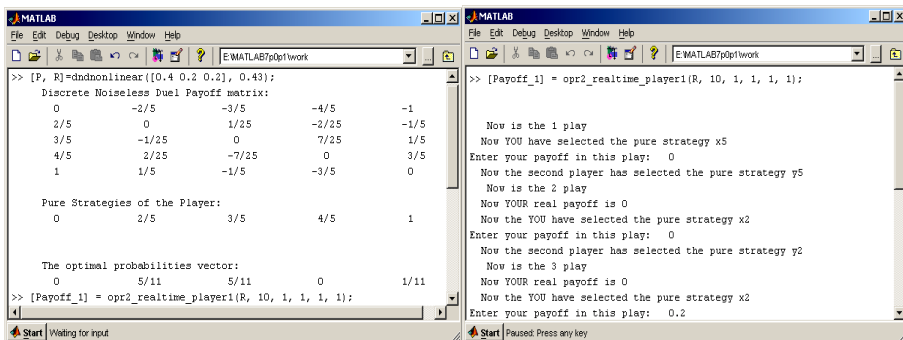


Рис. 2. Приклад коректного уведення даних для MATLAB-сесії

Висновок. Запропонована MATLAB-сесія може виявитись корисним засобом для прийняття рішення в умовах конфліктних явищ, де мова може йти про вибір хвилини, години, дня тижня або місяця, номеру тижня у календарному році, а також інших ізольованих відліків часу, у, зокрема, задачах з одночасним виходом на ринок двох фірм-конкурентів [8].

Список літератури: 1. *Петросян Л.А.* Теория игр: Учеб. пособие для ун-тов / Л.А. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.А. Семина. – М.: Высшая школа, Книжный дом "Университет", 1998. – 304 с. 2. *Teraoka Y.* A single bullet duel with uncertain information available to the duelists / Y. Teraoka // Bull. Math. Statist. – 1979. – № 18. – Р. 69 – 80. 3. *Оуэн Г.* Теория игр / Г. Оуэн. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 216 с. 4. *Teraoka Y.* A two-person game of timing with random arrival time of the object / Y. Teraoka // Math. Japonica. – 1979. – № 24. – Р. 427 – 438. 5. *Воробьев Н.Н.* Теория игр для экономистов-кибернетиков / Н.Н. Воробьев. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 272 с. 6. *Baston V.J.* A non-zero-sum war of attrition / V.J. Baston, A.Y. Garnavov // ZOR-Mathematical Methods and Models of Operation Research. – 1997. – № 45. – Р. 197 – 211. 7. *Hamers H.* A silent duel over a cake / H. Hamers // ZOR-Mathematical Methods and Models of Operation Research. – 1993. – № 37. – Р. 119 – 127. 8. *Романюк В.В.* Моделирование выхода на рынок двух конкурирующих предприятий с помощью игровой бесшумной дуэли в MATLAB 7.0.1 / В.В. Романюк // Вісник Хмельницького національного університету. Економічні науки. – 2009. – № 3. – Т. 2. – С. 233 – 238.

Статья представлена д.т.н. проф. Катеринкук И.С.

УДК 519.832.3

MATLAB-сесия в практической реализации решения дискретной бесшумной дуэли с нелинейными функциями меткости / Романюк В. В. // Вестник НТУ "ХПИ". Тематический выпуск: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2009. – № 43. – С. 167 – 171.

Определено дискретную бесшумную дуэль с кососимметрическим ядром на конечном обобщённом подмножестве единичного квадрата с нелинейным масштабом, где функции меткости игроков положены обобщённо нелинейными. Представлены программы для MATLAB-сесии в практической реализации решения определённой дуэли. Ил.: 2. Библиогр.: 8 назв.

Ключевые слова: бесшумная дуэль, MATLAB, практическая реализация решения.

UDC 519.832.3

MATLAB-session in practical realization of the solution of the discrete noiseless duel with nonlinear accuracy functions / Romanuke V. V. // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2009. – №. 43. – P. 167 – 171.

Determined the discrete noiseless duel with the skewsymmetric kernel on the finite subset of the unit square with the nonlinear scale, where the accuracy functions had been laid generally nonlinear. Presented the programs for MATLAB-session in the practical realization of the determined duel solution. Figs.: 2. Refs.: 8 titles.

Key words: noiseless duel, MATLAB, practical realization of the solution.

Поступила в редакцию 19.11.2009