УДК 539.376

П.В. ФЕРНАТИ, канд. техн. наук, научный сотрудник Института механики им. С.П. Тимошенка НАН Украины (г. Киев)

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ПОЛЗУЧЕСТИ НА ОСНОВЕ КУБИЧНОЙ ТЕОРИИ ВЯЗКОУПРУГОСТИ

Рассмотрена задача моделирования процесса нелинейной ползучести вязкоупругих материалов. Решение строится на основе кубичной теории ползучести с дробно-экспоненциальным ядром. Найдены параметры дробно-экспоненциальных ядер нейлонов FM 10001 и FM 3001, стеклопластика ТС8/3-250 и стеклопластика контактного формования. Получено удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных данных. Ил.: 4. Табл.: 1. Библиогр.: 19 назв.

Ключевые слова: нелинейная ползучесть, кубичная теория, моделирование нелинейных процессов ползучести, дробно-экспоненциальное ядро.

Постановка проблемы и анализ литературы. Существует широкий класс конструкционных материалов, процессы вязкоупругого деформирования которых не проявляют линейных свойств. Для моделирования таких процессов в литературе [1, 2] предложено ряд математических моделей. Самой общей формой записи определяющих уравнений физически нелинейной наследственной среды является кратно-интегральное представление Вольтера-Фреше [3, 4]. Однако, большое количество и многомерная природа входящих в него функций интегрирования, равных числу ядер наследственности, делает задачу идентификации ядер практически не разрешимой. Обратить аналитически разложение Вольтера-Фреше также затруднительно.

Из-за трудностей идентификации ядер наследственности в рамках общей нелинейной теории Вольтера-Фреше в ряде работ построены упрощенные варианты общей теории исходя из реального характера нелинейного деформирования материала. В качестве упрощенного варианта широкое распространение получила кубичная теория [1, 2, 5 – 7].

Известны работы в которых решение задач вязкоуругости на основе кубичной теории ползучести построено с использованием ядер в форме комбинации степенной и экспоненциальной функции [1, 7]. Однако более перспективными представляются дробно-экспоненциальные ядра. Эти ядра, как оказалось [9 – 12], наиболее эффективны при молировании процессов линейного вязкоупругого деформирования. Дробно-экспоненциальные функции протабулированы и представлены отдельным изданием [13]. Кроме того, разработаны эффективные методы определения параметров дробно-экспоненциальных ядер, позволяющие достаточно точно моделировать процессы ползучести и релаксации линейных вязкоупругих материалов. Предметный анализ этих методов изложен в [14].

Целью настоящей работы является решение задачи моделирования нелинейных процессов ползучести вязкоупругих материалов на основе кубичной теории ползучести с использованием дробно-экспоненциальных ядер наследственности.

Постановка задачи исследования, основные соотношения модели. В одномерном случае связь между деформацией $\varepsilon(t)$ и напряжением $\sigma(t)$ в соответствии с кратно-интегральным представлением Вольтера-Фреше задается соотношением [2]

$$\begin{aligned}\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \frac{1}{E_1}\int_0^t K_1(t-\tau_1)\sigma(\tau_1)d\tau_1 + \frac{1}{E_2}\int_0^t\int_0^t K_2(t-\tau_1, t-\tau_2)\sigma(\tau_1)\sigma(\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 + \\ + \frac{1}{E_3}\int_0^t\int_0^t\int_0^t K_3(t-\tau_1, t-\tau_2, t-\tau_{32})\sigma(\tau_1)\sigma(\tau_2)\sigma(\tau_3)d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \ldots,\end{aligned} \quad (1)$$

где E – модуль упругости материала; $K_1(\cdot)$, $K_2(\cdot)$, $K_3(\cdot)$ – функции интегрирования, которые являются характеристиками материала и интерпритируются как ядра ползучести; E_1, E_2, E_3 – постоянные.

Ограничивая уравнение (1) тремя интегральными членами и считая далее, что вязкоупругие свойства материала при растяжении и сжатии одинаковы, и исключая соответственно из (1) двойной интеграл, получаем нелинейное определяющее уравнение кубичной теории [1]

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E}\left[\sigma(t) + \lambda\int_0^t K_1(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau\right] + b\int_o^t K_3(t-\tau)\sigma^3(\tau)d\tau, \quad (2)$$

которое используется для моделирования ползучести вязкоупругих материалов, когда в зависимости от уровня напряжений можно выделить линейную и нелинейную области вязкоупругих свойств. Здесь $K_1(t-\tau)$ и $K_3(t-\tau)$ – ядра наследственности в линейной и нелинейной области соответственно, λ и b – реологические параметры.

В качестве ядер ползучести $K(t-\tau)$ в нелинейном интегральном уравнении (2) используется дробно-экспоненциальное ядро [2]

$$K(t-\tau) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-\beta)^n (t-\tau)^{\alpha+(1+\alpha)n}}{\Gamma\left[(1+\alpha)(1+n)\right]}, \quad (3)$$

где α, β – параметры ядра, подлежащие определению из экспериментов на ползучесть или на релаксацию ($-1 < \alpha < 0;\ \beta > 0$); $\Gamma[\cdot]$ – гамма-функция.

Параметры α и β дробно-экспоненциального ядра (3), а также реологические параметры λ и b в уравнении (2) определяются по результатам обработки экспериментальных данных на одноосную ползучесть при фиксированной температуре и нескольких уровнях постоянных напряжений. В этом случае величина напряжения $\sigma(t)$ задается соотношением

$$\sigma(t) = h(t)\sigma_k; \qquad (k = \overline{1,m}), \tag{4}$$

где $h(t)$ – единичная функция Хевисайда ($h(t) = 0$ при $t < 0$ и ($h(t) = 1$ при $t \geq 0$), а $\sigma_k = const$.

Рассмотренная выше математическая модель используется для моделирования стационарной ползучести нейлона FM 10001, нейлона FM 3001, стеклопластика ТС8/3-250, стеклопластика контактного формования. Экспериментальные данные рассмотренных материалов заимствованы соответственно из [15,16,17].

Задача заключается в определении по экспериментальным данным реологических параметров и параметров дробно-експоненциальных ядер наследственности рассматриваемой модели и расчете на их основе деформаций длительного вязкоупругого деформирования исследуемых материалов.

Методика идентификации параметров определяющих уравнений модели. Кубичная теория является частным случаем общей нелинейной теории вязкоупругости Вольтера-Фреше, определяющие уравнения которой включают только линейный и кубичный члены. Ползучесть материала, как собственно и релаксация напряжений, описывается двумя независимыми ядрами, отражающими линейное и нелинейное вязкоупругое деформирование материала.

Методика определения коэффициентов и параметров ядер ползучести в кубичной теории (2) реализуется следующим образом [1, 7].

Пусть имеется семейство кривых ползучести "$\varepsilon - t$" при разных уровнях постоянных напряжений σ_k, каждое из которых достигнуто ступенчатым нагружением согласно (4). Определяющее уравнение ползучести (2) с учетом (4) записывается в виде

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_k}{E}\left[1 + \lambda_1 \int_0^t K_1(\tau))d\tau\right] + \sigma^3 b \int_0^t K_3(\tau)d\tau , \tag{5}$$

где принято, что $h(t) = 1$.

Параметры ядер ползучести и неизвестные коэффициенты в (5) определяются в два этапа. На первом этапе определяются параметры ядра ползучести $K_1(t)$ и параметр λ_1, описывающие линейное вязкоупругое деформирование материала. В этом случае уравнение (5) преобразуется к линейному интегральному уравнению

$$\frac{\bar{\varepsilon}(t)}{\bar{\sigma}_k} = \frac{1}{E}\left(1 + \lambda_1 \int_0^t K_1(\tau)\sigma(\tau)d\tau\right), \tag{6}$$

неизвестные параметры которого определяются путем минимизации функционала

$$F(\lambda_1,\overline{p}_i)=\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left\{\frac{\overline{\varepsilon}(t_i,\overline{\sigma}_k)}{\overline{\sigma}_k}-\frac{1}{E}\left[1+\lambda_1\int_0^t K_1(\tau,\overline{p}_1)d\tau\right]\right\}^2 . \qquad (7)$$

Здесь $\overline{p}_1$ – параметры ядра ползучести $K_1(t)$; $\overline{\varepsilon}(\cdot)$ – экспериментальные значения деформаций ползучести в линейной области $(\overline{\sigma}_k<\sigma_*)$.

На втором этапе определяются параметры ядра ползучести $K_3(t)$ и коэффициентов $b=\lambda_3 E_3^{-1}$, описывающие деформирование материала в нелинейной области. В этом случае уравнение (5) можно представить в виде

$$E\frac{\widetilde{\varepsilon}(t_j,\widetilde{\sigma}_k)}{\widetilde{\sigma}_k}-\left(1+\lambda_1\int_0^t K_1(\tau,\overline{p}_i)d\tau\right)=bE\widetilde{\sigma}_k^2\int_0^t K_3(\tau)d\tau , \qquad (8)$$

где величина

$$I(t_j,\widetilde{\sigma}_k)\equiv E\frac{\widetilde{\varepsilon}(t_j,\widetilde{\sigma}_k)}{\widetilde{\sigma}_k}-\left(1+\lambda_1\int_0^t K_1(\tau,\overline{p}_1)d\tau\right) \qquad (9)$$

известна, поскольку величины $\widetilde{\varepsilon}(t_j,\sigma_k)$ измеряются по экспериментальным кривым ползучести в нелинейной области $(\widetilde{\sigma}_k>\sigma_*)$, а значения параметров $\overline{p}_1$ определяются согласно (7).

Параметры ядра ползучести $K_3(t)$ и величина коэффициента *b*, исходя из (8) и (9), определяются по результатам аппроксимации дискретных значений величины $I(t,\widetilde{\sigma}_k)$ путем минимизации функционала

$$F(b,\widetilde{p}_i)=\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left\{I(t_j,\widetilde{\sigma}_k)-bE\widetilde{\sigma}_k^2\int_0^t K_3(\tau,\overline{p}_3)d\tau\right\}^2 , \qquad (10)$$

где $\overline{p}_3$ – параметры ядра ползучести $K_3(\cdot)$.

Определение области линейности вязкоупругих свойств. При определении коэффициентов и параметров ядер наследственности в кубичной теории методикой предусмотрено выделение двух областей напряжений, вызывающих линейное и соответственно нелинейное вязкоупругое деформирование материала. Эта задача решается на основе анализа экспериментальных функций ползучести (6).

По заданным кривым ползучести строятся функции ползучести и

$$J_k(t)=\frac{\varepsilon(t)}{\sigma_k}=\frac{1}{E}\left[1+\lambda_1\int_0^t K_1(\tau))d\tau\right]+\frac{\sigma_k^2}{E_3}\lambda_3\int_0^t K_3(\tau)d\tau , \qquad (11)$$

определяется область линейности вязкоупругих свойств материала. Считается, что материал обладает линейными вязкоупругими свойствами в некоторой области напряжений $0<\sigma_k<\sigma_*$, если в этой области функция ползучести (11) не зависит от уровня напряжений. Аналитически условие линейности с учетом статистической природы вязкоупругих свойств материала записывается в виде

$$t_{\alpha,k} = \frac{\delta \bar{J}(t_j)\sqrt{n}}{S_j(t_j)} > t^*_{\alpha,k}, \qquad (j = \overline{1,n}), \tag{12}$$

где $t_{\alpha,k}$ и $t^*_{\alpha,k}$ – расчетное и критическое значения квантиля статистики; $\bar{J}(t_j)$ – выборочное среднее значение функции ползучести; $S_j(t_j)$ – выборочное среднее квадратичное отклонение величины $\bar{J}(t_j)$; n – объем выборки (число функций ползучести); δ – величина погрешности, с которой выполняется условие существования единой функции ползучести; j – число временных интервалов разбиения экспериментальной кривой ползучести. Величина $t^*_{\alpha,k}$ определяется по таблицам [18].

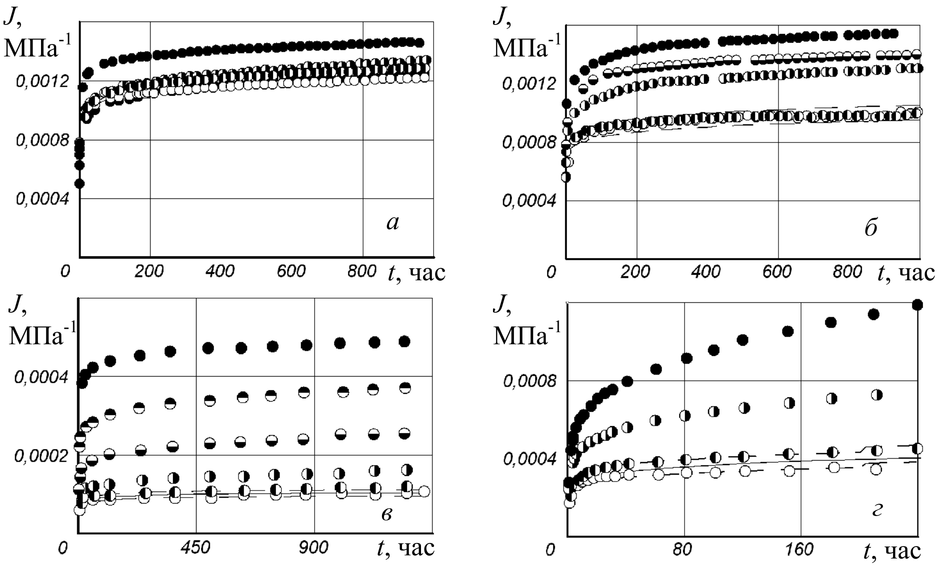

Рис.1. Функции ползучести (а) нейлона FM 10001, (б) нейлона FM 3001, (в) стеклопластика ТС8/3-250, (г) стеклопластика контактного формования

На рис. 1 точками представлены экспериментальные значения функций ползучести $J_k(t_j)$ для нейлоновых волокон FM 10001 (а) при температуре θ = 25 °С и σ_k = 3,2 (○), 5,0 (◒), 6,8 (◓), 9,3 (◐), 12,4 (●) МПа, нейлоновых волокон FM3001 (б) при θ = 23 °С и σ_k = 3,3 (○), 4,1 (◒), 8,3 (◓), 12,4 (◐), 16,6 (●) МПа, стеклотекстолита ТС8/3-250 (в) при θ = 23,5 °С и σ_k = 20,3 (○), 40,6

(◒), 60,9 (⊖), 81,2 (◐), 101,5 (◑), 121,8 (◕), 142,1 (●) МПа и стеклопластика контактного формования (г) при θ = 23,5 °С и σ_k = 5 (○), 10 (◐), 20 (◑), 30 (●) МПа. Тонкими штриховыми линиями нанесены границы интервала построенного относительно функции ползучести $\bar{J}(t_j)$ и задаваемого величиной $\delta = \pm 5\%$.

Из данных, приведенных на рис. 1, следует, что для всех рассмотренных материалов можно выделить область напряжений, в которой функции ползучести $J_k(t_j)$ с погрешностью $\delta_{max} = \pm 5\%$ относительно величины $\bar{J}(t_j)$ оказываются инвариантными по отношению к уровню напряжений σ_k, а материалы соответственно обладают линейными вязкоупругими свойствами. Для волокна FM 10001 эта область включает напряжения $\bar{\sigma}_k$ = 3,2$\pm$9,3 МПа, для волокна FM 3001 – $\bar{\sigma}_k$ = 3,3$\pm$4,1 МПа, для стеклотекстолита ТС8/3-250 – $\bar{\sigma}_k$ = = 19,91+39,82 МПа и для стеклопластика – $\bar{\sigma}_k$ = 4,9+9,81 МПа. Условие линейности (12) выполняется при этом во всем исследованном временном интервале с вероятностью p = 90%.

В качестве примера на рис. 2 сопоставлены значения критического $t^*_{\alpha,k}$ (сплошная линия) и расчетного $t_{\alpha,k}$ (пунктирная линия) значения квантиля статистики найденного для нейлонавых волокон FM 10001 (а) – при учете всех кривых $J_k(t_j)$, (б) – при учете кривых $J_k(t_j)$, соответствующих интервалу напряжений $\bar{\sigma}_k$ = 3,2$\pm$9,3 МПа.

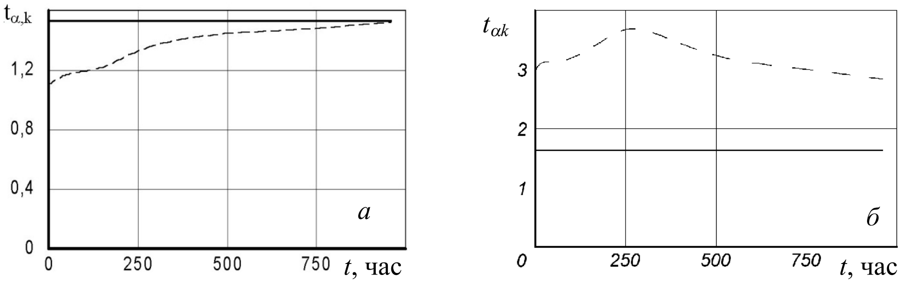

Рис. 2. Расчетные $t_{\alpha,k}$ и критические $t^*_{\alpha,k}$ значения квантиля статистики для нейлона FM 10001

Идентификация параметров определяющих уравнений модели. Экспериментальные значения деформаций ползучести $\varepsilon(t_j, \sigma_k)$, замеренные по кривым ползучести в области напряжений $\bar{\sigma}_k$, которые удовлетворяют условиям линейности вязкоупругих свойств нейлоновых волокон, стеклотекстолита и стеклопластика, используются для определения параметров дробно-экспоненциальных ядер (3). В этом случае функционал (7) с учетом (3) записывается в виде

$$F(\alpha_1,\beta_1,\lambda_1)=\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left\{\frac{\overline{\varepsilon}(t_j,\overline{\sigma}_k)}{\overline{\sigma}_k}-\frac{1}{E}\left[1+\lambda_1\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-\beta)^n t_j^{(1+\alpha_1)(1+n)}}{\Gamma\left[1+(1+n)(1+\alpha_1)\right]}\right]\right\}^2, \quad (13)$$

минимизируя который находим значения параметров α_1, β_1 и λ_1. Здесь и далее процедура минимизации функционалов при определении параметров ядер ползучести решается с использованием итерационного метода Левенберга-Маркардта [19].

Значения параметров α_1, β_1 и λ_1, рассчитанных согласно (13), приведены в таблице.

Таблица

Материал	E, МПа	α_1	β_1, час$^{-(1+\alpha)}$	λ_1, час$^{(1+\alpha)}$	b, МПа$^{-3}\times$ $\times$час$^{(1+\alpha)}$	α_3	β_3, час$^{-(1+\alpha)}$
Волокно FM10001	1709,9	– 0,859	0,04122	0,4636	$1{,}169\cdot10^{-6}$	– 0,859	0,5222
Волокно FM3001	1889,2	– 0,830	0,10829	0,3511	$0{,}780\cdot10^{-6}$	– 0,798	0,4212
Стеклотекстолит ТС8/3-250	15690	– 0,406	0,07965	0,0537	$1{,}780\cdot10^{-3}$	– 0,844	0,3778
Стеклопластик	4888,2	– 0,573	0,08765	0,1600	$2{,}040\cdot10^{-7}$	– 0,586	0,0985

На рис. 1. сплошной линией показаны значения функции ползучести рассчитанные по уравнению (6) с использованием найденных коэффициентов.

Подставляя далее (3) в (10), получаем соотношение

$$I(t_j,\widetilde{\sigma}_k)=E\frac{\widetilde{\varepsilon}(t_j,\widetilde{\sigma}_k)}{\widetilde{\sigma}_k}-\left[1+\lambda_1\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-\beta_1)^n t^{(1+\alpha_1)(1+n)}}{\Gamma\left[1+(1+\alpha_1)(1+n)\right]}\right], \quad (14)$$

используемое для расчета значений величины $I(t_j,\widetilde{\sigma}_k)$, по которым определяют параметры ядра ползучести $K_3(t)$ в нелинейной области.

Значения величины $I(t_j,\widetilde{\sigma}_k)$, рассчитанные по соотношению (14), представлены для исследованных материалов на рис. 3 точками. Расчеты выполнены с использованием параметров α_1, β_1 и λ_1, приведенных в таблице и значений деформаций ползучести $\widetilde{\varepsilon}(t_j,\widetilde{\sigma}_k)$, замеренных по кривым ползучести в нелинейной области при напряжениях $\widetilde{\sigma}_k$= 12,4 МПа для волокна FM 10001 (а), $\widetilde{\sigma}_k$ = 8,3 (◒), 12,4 (◐), 16,6 (●) МПа для волокна FM3001 (б), $\tilde{\sigma}_k = 59{,}72$ (◓), 79,63 (◐), 99,53 (◑), 119,45 (●) МПа для стеклопластика ТС8/3-250 (в), $\tilde{\sigma}_k = 19{,}61$ (◓), 24,51 (●) МПа для стеклопластика контактного формования (г).

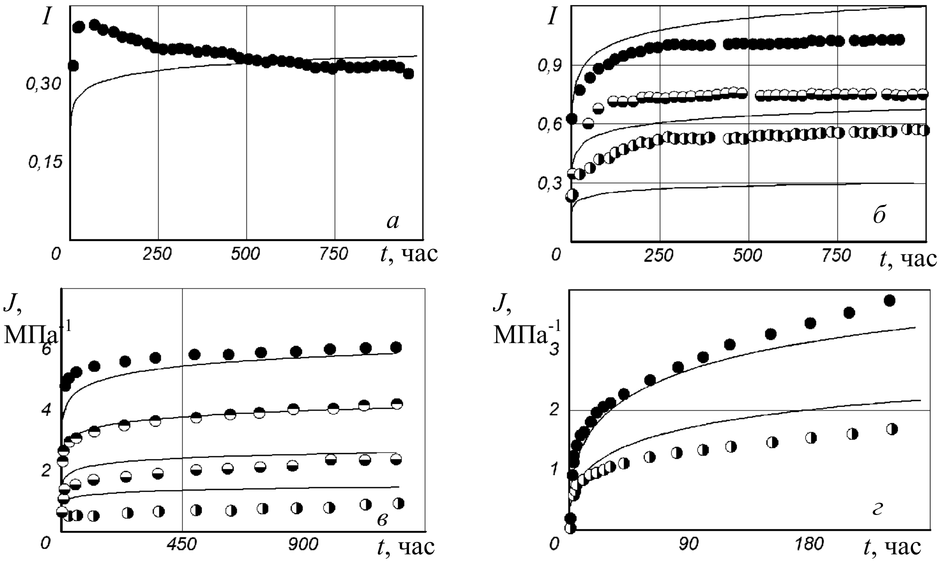

Рис. 3. Расчетные значения и аппроксимация величины $I(t_j, \tilde{\sigma}_k)$ (а) нейлона FM 10001, (б) нейлона FM 3001, (в) стеклопластика ТС8/3-250, (г) стеклопластика контактного формования

В этом случае, функционал (7) с учетом (3) записывается в виде

$$F(\alpha_3, \beta_3, b) = \sum_{k=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left\{ I(t_j, \tilde{\sigma}_k) - bE\tilde{\sigma}_k^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta_3)^n t_i^{(1+\alpha_3)(1+n)}}{\Gamma\left[1 + (1+\alpha_3)(1+n)\right]} \right\}^2, \qquad (15)$$

минимизируя который находим значения параметров α_3, β_3 и λ_3. Значения параметров α_3, β_3 и λ_3 для исследованных материалов, рассчитанных согласно (15), приведены в таблице, а на рис. 3 тонкими сплошными линиями показана соответствующая этим значениям параметров аппроксимация дискретных значений величины $I(t_j, \tilde{\sigma}_k)$.

Экспериментальная апробация модели. Простейшая проверка применимости дробно-экспоненциального ядра (3) в кубичной наследственной теории и параметров ядер, найденных в предположении существования области линейности и области нелинейности вязкоупругих свойств материала, для решения задач нелинейной теории вязкоупругости может быть осуществлена на примере расчета деформаций ползучести при постоянных напряжениях.

Зависимость деформации ползучести ε от времени t при нагружении постоянными напряжениями σ_k записывается, исходя из (2) с учетом (3) и (4) в виде

$$\varepsilon(t)=\frac{\sigma_k}{E}\left[1+\lambda\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-\beta_1)^n t^{(1+\alpha_1)(1+n)}}{\Gamma\left[1+(1+\alpha_1)(1+n)\right]}\right]+b\sigma_k^3\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-\beta_3)^n t^{(1+\alpha_3)(1+n)}}{\Gamma\left[1+(1+\alpha_3)(1+n)\right]}, \qquad (16)$$

где принято, что $\tau=0$, $t-\tau=t$, а $h(t)=1$.

Значения деформаций ползучести $\varepsilon(t)$, рассчитанных по уравнению (16) с использованием значений параметров α_1, β_1, λ_1, α_3, β_3, b, приведенных в таблице, сопоставлены на рис. 4 с экспериментальными данными для нейлоновых волокон FM10001 (а) и FM3001 (б), стеклопластика ТС 8/3-250 (в) и стеклопластика контактного формования (г) при растяжении под углом $\varphi=45^{\circ}$ к направлению армирования. Результаты расчетов нанесены штриховыми линиями, а экспериментальные данные показаны точками. Обозначения уровня приложенных напряжений совпадают с принятыми на рис.1.

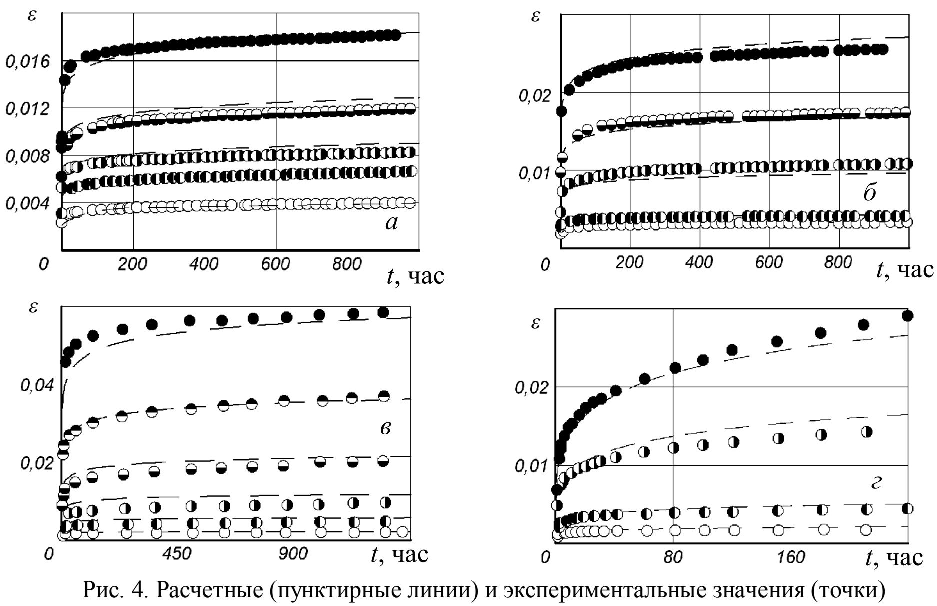

Рис. 4. Расчетные (пунктирные линии) и экспериментальные значения (точки) деформаций ползучести (а) нейлона FM 10001, (б) нейлона FM 3001, (в) стеклопластика ТС8/3-250, (г) стеклопластика контактного формования

Выводы Нелинейный процесс ползучести исследованных вязкоупругих материалов с достаточной степенью точности описывается нелинейной кубичной моделью. В качестве ядра наследственности в модели используется дробно-экспоненциальное ядро. В работе предложен метод идентификации параметров дробно-экспоненциальных ядер, входящих в определяющие уравнения рассмотренной модели.

Как видно из данных представленных на рис. 4, получено удовлетворительное согласование результатов расчета деформаций ползучести исследованных материалов при стационарном режиме нагружения с экспериментальными данными, что подтверждает целесообразность использования дробно-экспоненциального ядра в кубичной теории. Максимальная погрешность расчетов не превысила 10 %.

Список литературы: **1.** *Колтунов М.А.* Ползучесть и релаксация / *М.А. Колтунов.* – М.: Высшая школа, 1976. – 278 с. **2.** *Работнов Ю.Н.* Элементы наследственной механики твердых тел / *Ю.Н. Работнов.* – М.: Наука, 1977. – 384 с. **3.** *Volterra V.* Leçons sur les fonctions de lignes / *V. Volterra.* – Paris: Goutier-Villard, 1913. – 230 p. **4.** *Green A.E.* The mechanics of non-linear materials with memory / *A.E. Green, R.S. Rivlin* // Arch. Rat. Mech. Anal. – 1957. – 1. – P. 1-21. **5.** *Ward I.M.* Non-linear mechanical behaviour of oriented polypropylene / *I.M. Ward, E.T. Onat* // J. Mech. Phys. Solids. – 1963. – 11. – № 4. – P. 217-229. **6.** *Ильюшин А.А.* Основы математической теории термовязкоупругости / *А.А. Ильюшин, Б.Е. Победря.* – М.: Наука. – 1970. – 240 с. **7.** *Кучер Н.К.* Кратковременная ползучесть и прочность полипропиленовых волокнистых структур / *Н.К. Кучер, М.П. Земцов, Е.Л. Данильчук* // Пробл. прочности. – 2007. – № 6. – С. 77-90. **8.** *Ржаницын А.Р.* Некоторые вопросы механики систем, деформируемых во времени / *А.Р. Ржаницын.* – М.: Гостехиздат, 1969. – 252 с. **9.** *Звонов Е.Н.* Определение характеристик ползучести линейных упруго-наследственных материалов с использованием ЭЦВМ / *Е.Н. Звонов, Н.И. Малинин, Л.Х. Паперник, Б.М. Цейтлин* // Изв. АН СССР, МТТ. – 1968. – № 5. – С. 76-82. **10.** *Гольдман А.Я.* Способ определения параметров для описания кривой ползучести упругонаследственных материалов на основе таблицы $Э_{\alpha}$ – функции Работнова / *А.Я. Гольдман, В.В. Щербак, Е.Н. Кислов, Е.И. Дворский* // Машиноведение. – 1977. – № 6. – С. 77-82. **11.** *Демидова И.И.* Об описании реологии полимеров с помощью суммы дробно-экспоненциальных функций / *И.И. Демидова, В.С. Екельчик* // В кн.: Исследования по упругости и пластичности. – Вып. 12. – 1978. – С. 107-113. **12.** *Гаврилов Д.А.* Метод определения параметров ползучести вязко-упругих материалов / *Д.А. Гаврилов, В.Н. Потсаев* // Прикл. механика. – 1982. – 18. – № 5. – С. 125-127. **13.** *Работнов Ю.Н.* Таблицы дробно-экспоненциальной функции отрицательных параметров и интеграла от неё / *Ю.Н. Работнов, А.Х. Паперник, Е.Н. Звонов.* – М.: Наука, 1969. – 132 с. **14.** *Golub V.P.* To the problem of determination of parameters of the fractional-exponentional heredity kernels of linealy viscoelastic materials / *V.P. Golub, P.V. Fernati, Ya.G. Lyashenko* // Int. App. Mech. – 2008. – 40. – № 9. – P. 963-974. **15.** *Marin J.* Creep-time relations for nylon in tension, compression, bending, and torsion / *J. Marin, A.C. Webber*, *G.F. Weissmann* // Proc. ASTM. – 1954. – Vol. 54. – P. 1313-1343. **16.** *Работнов Ю.Н.* Нелинейная ползучесть стеклопластика ТС8/3-250 / *Ю.Н. Работнов, А.Х. Паперник, Е.И. Степанычев* // Механика полимеров. – 1971. – № 3. – С. 391-397. **17.** *Керштейн И.М.* Область линейности деформационных свойств стеклопластика контактного формования / *И.М. Керштейн, Р.Д. Степанов, П.М. Огибалов* // Механика полимеров. – 1970. – № 3. – С. 404-410. **18.** *Степнов М.Н.* Статистическая обработка результатов механических испытаний / *М.Н. Степнов.* – М.: Машиностроение, 1972. – 232 с. **19.** *More J.J.* Users guide to minipack / *J.J. More, B.S. Garbow, K.E. Hillstrom* // Argone National Laboratory Publication ANL-80-74. – 1980. – 238 p.

Статья представлена д.т.н. проф. Института механики им. С.П. Тимошенка НАН Украины Голубом В.П.

УДК 539.376

Моделювання нелінійних процесів повзучості на підставі кубічної теорії в'язкопружності / Фернаті П.В. // Вісник НТУ "ХПІ". Тематичний випуск: Інформатика і моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2010. – № 21. – С. 182 – 192.

Розглянута задача моделювання процесу нелінійної повзучості в'язкопружних матеріалів. Розв'язок будується на підставі кубічної теорії повзучості з дробово-експоненційним ядром. Визначені параметри дробово-експоненційних ядер нейлонів FM 10001 і FM 3001, склопластика ТС8/3-250 і склопластика контактного формування. Отримане задовільне узгодження розрахунків з експериментами. Іл.: 4.Табл.: 1. Бібліогр.: 19 назв.

Ключові слова: нелінійна повзучість, кубічна теорія, моделювання нелінійних процесів повзучості, дробово-експоненційне ядро.

UDC 539.376

The modeling of nonlinear process of creep on the cube theory of viscoelasticity / Fernati P.V. // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2010. – №. 21. – P. 182 – 192.

The problem of the modeling of nonlinear creep process of viscoelastic materials is considered. The solution is constructed on the cube theory using the exponentional-fractional kernel. The parameters of exponentional-fractional kernels of nylons FM 10001 and FM 3001, glass-plastic TC8/3-250 and glass-plastic of contact formation are determined. The calculation results are in a good agreement with those obtained form an experiment. Figs: 4. Tabl.: 1. Refs: 19 titles.

Keywords: nonlinear creep, cube theory, modeling of nonlinear process of creep, exponentional-fractional kernel.