УДК 519.1: 681.3

***Я.Г. ВЕЛИКАЯ,*** Национальный исследовательский университет "БелГУ", Белгород

## ПРОБЛЕМА ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ В СТРУКТУРИРОВАННЫХ МОДЕЛЯХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

В статье предлагается модификация трансформационного метода, позволяющая решить проблему эквивалентности для конечных детерминированных автоматов. Ил.: 2. Библиогр.: 8 назв.

**Ключевые слова:** трансформационный метод, проблема эквивалентности, конечные детерминированные автоматы.

**Постановка проблемы.** Для моделей вычислений существует ряд фундаментальных проблем: проблема эквивалентности; проблема построения полной системы эквивалентных преобразований; проблема минимизации. Для некоторых подклассов моделей вычислений данные проблемы решены. Существуют различные подходы для решения описанных проблем. Одним из подходов является подход, основанный на задании структуры модели вычислений в графическом виде. Модели вычислений, структура которых задана графически, будем называть структурированными. В работах Р.И. Подловченко и В.Е. Хачатряна [1] был предложен трансформационный метод для решения проблемы эквивалентности многоленточных автоматов, представленных в графическом виде. Ранее было доказано, что трансформационный метод позволяет доказать разрешимость проблемы эквивалентности для некоторых подклассов моделей вычислений, в частности, многоленточных автоматов с непересекающимися циклами, но не решает её для конечных детерминированных автоматов.

**Анализ литературы.** Под проблемой эквивалентности обычно понимается нахождение алгоритма, распознающего эквивалентность моделей вычислений. Доказано [2], что проблема эквивалентности в общем случае разрешима для многоленточных автоматов и, в частности, для конечных автоматов. Однако алгоритм разрешения многоленточных автоматов в работе [2] не был предложен. В статье Р. Берда [3] приводится решение проблемы эквивалентности для двухленточных автоматов и пример того, что предложенный в статье подход не решает проблему для трехленточных автоматов. В статье [4] предложен новый подход решения проблемы эквивалентности многоленточных автоматов. Что касается детерминированных конечных автоматов, то для них существует общеизвестный алгоритм разрешения эквивалентности [5].

**Целью статьи** является модификация трансформационного метода и обоснование того, что обобщенный трансформационный метод позволяет решить проблему эквивалентности для конечных детерминированных автоматов.

**Трансформационный метод и его модификация.** Как уже было сказано, трансформационный метод работает с многоленточными автоматами, представленными в графическом виде. Модель вычислений будем задавать в виде диаграммы. Последние диаграммы строятся над двумя конечными алфавитами: $P = \{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ и $Q = \{0, 1\}$, где $n$ – количество лент в автомате. По определению, диаграмма – это конечный ориентированный граф с размеченными вершинами и дугами. Его структура удовлетворяет следующим требованиям: в нем имеются две выделенные вершины, называемые входом и выходом диаграммы; из выхода нет исходящих дуг, а из всех остальных вершин исходят по две дуги; все вершины, кроме выхода, помечены символами алфавита $P$, а выходящие из вершин дуги помечены символами алфавита $Q$, причем дуги, выходящие из одной вершины, помечены различными символами. Любой конечный ориентированный путь $u$ в диаграмме может быть описан историей $L(u) = ((a_1, \varepsilon_1), (a_2, \varepsilon_2), \ldots, (a_n, \varepsilon_n))$, где $a_i$ – это метка вершины, из которой выходит $i$-я дуга, $\varepsilon_i$ – это метка $i$-й дуги пути $L$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

$p_i$-проекцией пути $u$ называется слово, полученное из $L(u)$ удалением всех пар, не содержащих символа $p_i$, где $i = 1, 2, \ldots, n$.

Определим маршрут, как путь, начинающийся во входе диаграммы. Маршрутом через диаграмму, назовем маршрут, заканчивающийся на выходе диаграммы.

Диаграммы $D_1$ и $D_2$ назовем эквивалентными, если для любого маршрута $L_1$ через одну из диаграмм найдется маршрут $L_2$ через другую диаграмму, такой что $p_i$-проекции маршрутов $L_1$ и $L_2$ совпадают.

Диаграммы $D_1$ и $D_2$ назовем строго эквивалентными, если для любого маршрута $L_1$ через одну из диаграмм найдется маршрут $L_2$ через другую диаграмму, такой что истории маршрутов $L_1$ и $L_2$ совпадают.

Предложенная модель будет интерпретироваться как конечный детерминированный автомат, если при сравнении маршрутов потребовать совпадение только меток дуг.

На рис. 1 приведен пример диаграммы конечного автомата (метка ленты опущена): вход диаграммы обозначен черным кружком, а выход перечеркнутым, дуги с меткой единица снабжены жирной точкой в начале дуги.

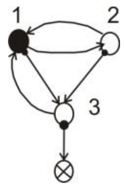


Рис. 1. Пример диаграммы конечного автомата

Трансформационный метод основан на полной системе фрагментных эквивалентных преобразований. Определим фрагмент автомата как часть автомата, определяемая заданным множеством состояний автомата и содержащая вместе с этими состояниями все инцидентные им дуги. Вершины и инцидентные им дуги сохраняют приписанные им в автомате метки. Под фрагментным преобразованием будем понимать замену в автомате одного фрагмента другим. В работе [6] построена полная система эквивалентных преобразований многоленточных автоматов.

Определим характеристику диаграммы $D$, называемую покрытием. Это древовидный фрагмент, обозначим его $F(D)$, все вершины и дуги, которого являются образами вершин и дуг автомата $D$ с их метками и список пар эквивалентных вершин, обозначим его $S$. Корнем древовидного фрагмента является образ входа автомата $D$. Обозначим через $V$ список всех вершин автомата $D$, лежащих на маршрутах через автомат, за исключением его выхода. Внося в $F(D)$ какую-либо вершину из списка, будем вычеркивать ее образ из $V$.

На первом шаге в $F(D)$ вносится корень – образ входа $v_0$ автомата $D$, и вершина $v_0$ удаляется из списка $V$. Пусть на некотором шаге в $F(D)$ внесена вершина $u$, являющаяся образом вершины $v$ автомата $D$ и вершина $v$ вычеркнута из $V$, причём вершина $u$ – не выход и из неё ещё не выходят дуги. Обозначим $\alpha_1$ и $\alpha_2$ – дуги, исходящие из вершины $v$. Пусть $\alpha_i$, $i = 1, 2$ оканчивается в вершине $v_i$. Если $v_i$ содержится в $V$, создаем образ вершины $v_i$ и направляем в нее дугу $\alpha_i$; удаляем $v_i$ из списка $V$. Если $v_i$ не содержится в списке $V$, но содержалась ранее и не является выходом, то создаем образ вершины $v_i$, обозначим его $v_i'$, объявляем его выходом фрагмента $F(D)$ и в нее направляем дугу $\alpha_i$ с ее меткой; пару $(v_i, v_i')$ заносим в список $S$. Если $v_i$ не содержится в списке $V$, и не содержалась там, то строящийся фрагмент $F(D)$ не меняется. Наконец, если $v_i$ является выходом $D$, то он также будет выходом для $F(D)$, и дугу $\alpha_i$ с ее меткой, направляем в этот выход. В общем случае покрытие диаграммы строится неоднозначно. На рис. 2 изображены различные покрытия диаграммы, изображенной на рис. 1. Диаграмму, для которой можно построить единственное покрытие назовем однозначной.

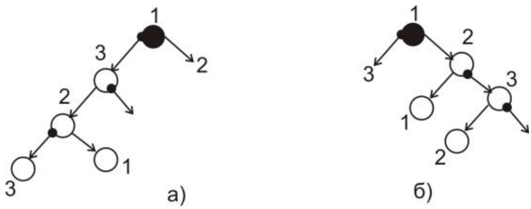


Рис. 2. Различные покрытия диаграммы

Опишем шаги процесса сравнения на эквивалентность диаграмм $D_1$ , $D_2$, основанного на трансформационном методе.

*Шаг 1*. Построим покрытие $F(D_1)$ диаграммы $D_1$ и определим список пар эквивалентных вершин $S = \{(s_1, s_1'), \ldots, (s_n, s_n')\}$.

*Шаг 2*. Трансформируем диаграмму $D_2$, используя эквивалентные преобразования [6], в диаграмму $D_3$, начинающуюся куполом, изоморфным $F(D_1)$. Купол диаграммы – это дерево, состоящее из некоторых вершин и инцидентных им дуг диаграммы, корнем, которого является вход диаграммы.

Если такое преобразование не возможно, то процесс заканчивает свою работу с заключением о том, что диаграммы $D_1$ и $D_2$ не являются эквивалентными. В противном случае строится список пар вершин $R = \{(r_1, r_1'), \ldots, (r_n, r_n')\}$, каждый элемент которого является изоморфным образом вершин списка $S$.

*Шаг 3*. Выполним шаги 1 – 3 для каждой пары диаграмм, входы которых заданы парами из списка $R = \{(r_1, r_1'), \ldots, (r_n, r_n')\}$. Это пары диаграмм: $(D_3(r_1), D_3(r_1')), \ldots, (D_3(r_n), D_3(r_n'))$.

Описанный процесс прослеживается на дереве потомков $T(D_1, D_2)$.

Дерево потомков строится параллельно с вышеописанными шагами. Меткой корня дерева служит пара сравниваемых диаграмм $(D_1, D_2)$, а метками вершин – пары сравниваемых подграфов. Непосредственными потомками корня дерева $T(D_1, D_2)$ будут вершины, помеченные парами $(D_3(r_1), D_3(r_1')), \ldots, (D_3(r_n), D_3(r_n'))$. У пар диаграмм $(D_3(r_1), D_3(r_1')), \ldots, (D_3(r_n), D_3(r_n'))$ будут свои потомки и т.д. Сечение дерева $T(D_1, D_2)$ называется α-сечением, если все вершины сечения помечены парами изоморфных диаграмм. В [7] доказано, что применение трансформационного метода к паре эквивалентных конечных детерминированных автоматов может привести к построению дерева потомков, в котором нет α-сечения.

Предложим следующую модификацию трансформационного метода:

Для каждой пары диаграмм дерева потомков в процессе сравнения диаграмм на эквивалентность необходимо выполнить дополнительный шаг, а именно, первую из диаграмм предварительно преобразовать в однозначную диаграмму. В работе [8] доказано, что любую диаграмму эквивалентными преобразованиями можно трансформировать в однозначную диаграмму.

Обозначим через μ алгоритм сравнения на эквивалентность двух диаграмм, использующий модификацию трансформационного метода. Тогда можно доказать следующие утверждения:

*Лемма 1.* Если диаграммы $D_1$ и $D_2$ – строго эквивалентны, то в дереве потомков $T(D_1, D_2)$ непременно имеется α-сечение.

*Лемма 2*. α-сечение в дереве потомков $T(D_1, D_2)$, где $D_1$ и $D_2$ – строго эквивалентные диаграммы, строится за конечное число шагов, которое задается только количеством вершин в диаграммах $D_1$ и $D_2$.

*Теорема.* Алгоритм μ является алгоритмом разрешения проблемы эквивалентности диаграмм.

**Выводы.** Модификация трансформационного метода, предложенная в статье, позволила решить проблему эквивалентности для детерминированных конечных автоматов. Данный метод работает со структурированными моделями вычислений и нацелен в общем случае на разрешение проблемы эквивалентности многоленточных автоматов.

**Список литературы:** **1.** *Подловченко Р.И.* Об одном подходе к разрешению проблемы эквивалентности / *Р.И. Подловченко, В.Е. Хачатрян* // Программирование. – 2004. – № 3. – С. 3–20. **2.** *Harju T.* The equivalence of multitape finite automata / *T. Harju, J. Karhumaki* // Theoret. Computer Sci. – 1991. – № 78. – P. 347–355. **3.** *Bird R.* The equivalence problem for deterministic two-tape automata / *R. Bird* // J. of Computer and System Science. – 1973. – № 4. – P. 218–236. **4.** *Letichevsky Alexander A.* The equivalence problem of deterministic multitape finite automata: a new proof of solvability using a multidimensional tape / *Alexander A. Letichevsky, Arsen S. Shoukourian, Samvel K. Shoukourian* // Language and Automata Theory and Applications. Lecture Notes in Computer Science. – 2010. – Vol. 6031/2010. – P. 392-402. **5.** *Карпов Е.А.* Теория автоматов / *Е.А. Карпов.* – СПб: Питер, 2003. – 208 с. **6.** *Хачатрян В.Е.* Полная система эквивалентных преобразований для многоленточных автоматов / *В.Е. Хачатрян* // Программирование. – 2003. – №1. – С. 62–77. **7.** *Хачатрян В.Е.* Проблема эквивалентных преобразований для однородных многоленточных автоматов / *В.Е. Хачатрян* // Программирование. – 2008. – № 3. – С. 77–80. **8.** *Хачатрян В.Е.* Модели вычислений с однозначным покрытием / *В.Е. Хачатрян, Я.Г. Великая* // Научные ведомости БелГУ. – 2009. – № 7 (62). – С. 116–121.

*Статья представлена д.т.н., проф. НИУ "БелГУ" Корсуновым Н.И.*

УДК 519.1: 681.3
**Проблема еквівалентності в структурованих моделях обчислень / Велика Я.Г.** // Вісник НТУ "ХПІ". Тематичний випуск: Інформатика і моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2011. – № 17. – С. 10 – 15.

У статті пропонується модифікація трансформаційного методу, що дозволяє вирішити проблему еквівалентності для кінцевих детермінованих автоматів. Іл.: 2. Бібліогр.: 8 назв.

**Ключові слова:** трансформаційний метод, проблема еквівалентності, кінцеві детерміновані автомати.

UDC 519.1: 681.3
**Equivalence problem in the structured models of calculations/ Velikaya Ya.G.** // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2011. – №. 17. – P. 10 – 15.

In article updating of the transformational method is offered, allowing to solve a problem of equivalence for final deterministic automata. Figs.: 2. Refs.: 8 titles.

**Keywords:** the transformational method, a problem of equivalence, finite deterministic automata.

*Поступила в редакцию 10.05.2010*