

В.М. ГАЛАЙ, канд. техн. наук, ПолтНТУ
А.М. СІЛЬВЕСТРОВ, д-р техн. наук, НТУУ «КПІ»

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПРУЖНИХ КОЛИВАНЬ У ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМАХ

В статті описано метод ідентифікації моделі динаміки пружної моделі вимірювача або основи, на якій він розташований, та можливість при проектуванні урахування їх впливу на якість системи автоматичного керування. Приводяться дані комп'ютерного моделювання.

In the article the method of authentication of model of dynamics of resilient model of measuring device or basis, which it is located on, and possibility, is described at planning of account of their influence on quality of the system of automatic control. Cited data computer design.

Вступ. Побудова високоефективної сучасної системи автоматичного керування реальним об'єктом можлива лише за умови враховування фундаментальних властивостей об'єктів реального світу. Це неавтономність, нестаціонарність, невизначеність кількісних значень параметрів його математичної моделі (а то і самої моделі), наявність неконтрольованих збурень та випадкових похибок в підсистемі вимірювання головних змінних стану об'єкта. Так, наприклад, при автоматизації технологічного процесу витягування кварцових труб із розжареної гільзи необхідно для визначення похибок керування вимірювати поточні значення зовнішнього і внутрішнього діаметрів. Сигнали датчиків діаметрів спотворюються перешкодами, визваними вібраціями труб, що виникають за рахунок електропривода витяжної машини [1]. Аналогічні перешкоди виникають при вібрації мембранних механізмів; тензодатчиків, при вимірюванні деформацій сталобетонних конструкцій при різних навантаженнях; систем технічного зору, закріплених на елементах конструкції роботів; контролю глибини, zenітного кута і азимута викривлення скважини при нахильному бурінні [2]. Щоб мінімізувати вплив перешкод на точність вимірювання і, як наслідок, на точність і стійкість керування, якщо це вимірювальна підсистема системи автоматичного керування процесу, необхідно досліджувати і враховувати параметри коливальності відповідних пружних елементів як датчиків, так і конструкцій, на яких вони розташовані.

Постановка задачі. Для найпростішої лінійної постановки задачі оптимального керування, наприклад, модального підходу [3, 4], приймається модель об'єкта у вигляді

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t), \quad (1)$$

де X – вектор-функція змінних стану; $U(t)$ – керування; A, B – матриці параметрів моделі (1) об'єкта.

Вимірювальна система, як правило, задається рівнянням

$$Y = CX + DU + x, \quad (2)$$

де C, D – матриці апріорі відомих параметрів вимірювальної системи, яка перетворює фізичні величини X, U в, як правило, електричні-інформаційні (дискретні чи аналогові), x – похибка вимірювача.

Однак зростаючі вимоги до точності перетворень (X, U) в Y інколи вимагають більш детального дослідження цього перетворення. Як приклад, можна навести необхідність враховування вібрацій консолей, платформи та інших механічних конструкцій, на яких розміщено датчики-перетворювачі фізичних змінних об'єкта в електричні для системи ідентифікації динаміки об'єкта та адаптивного керування.

Аналіз останніх досліджень. Часто, враховуючи що динаміка об'єкта на один-два порядки повільніша за динаміку вимірювальної системи, останньою нехтують, приймаючи статичну модель (2) [5]. Але це не завжди так. Наприклад, якщо частота дискретизації вимірів Y стану X буде близькою до частоти однієї з суттєвих гармонік коливань основи під датчик, чи до власної частоти коливань датчика механічних переміщень, швидкостей чи прискорень, то у дискретному часі сигналів Y частота вібрацій трансформується у різнищеву (низькочастотну) складову. Тоді дискретно визначена високочастотна (відносно корисного сигналу X, U) перешкода в сигналі Y трансформується у низькочастотну сильнокорельовану з низькочастотним корисним сигналом X .

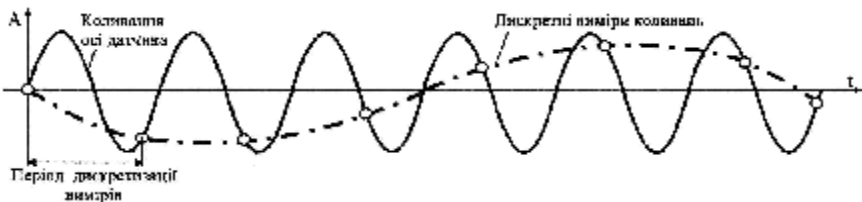


Рис. 1. Трансформація частоти коливань внаслідок дискретності вимірів у часі

В результаті виділити точне значення X, U з Y неможливо.

Якщо ж перетворювач (X, U) в Y є аналоговим і має у своєму складі активний елемент – операційний підсилювач, лінійний діапазон підсилення якого розраховано на досить малий корисний сигнал, то додавання до цього більшої за нього періодичної помилки приводить до ефекту гармонійної лінеаризації його нелінійної амплітудної характеристики типу «насичення» з відповідним коефіцієнтом гармонійної лінеаризації тим меншим, чим більший рівень періодичної перешкоди [6].

Особливо шкідливими будуть випадки такого конструювання вимірювальної системи, за якого власні коливання основи під датчик і власні коливання датчиків будуть близькими. При цьому має місце ефект резонансу з суттєвим зростанням коливальної перешкоди x . Так, наприклад, якщо власна час-

тота гіроскопа збігається з частотою вібрацій у підшипниках, то це може взагалі привести до механічного руйнування датчика.

Мета досліджень: показати, що при створенні сучасних систем автоматичного керування (САК), які включають підсистему ідентифікації (оцінювання) змінних стану X і моделі (1) відображення (X, U) в \mathbb{R}^n , необхідно досліджувати відповідні елементи САК на предмет їх коливальності, яка (якщо її не враховувати) може суттєво вплинути як на точність так і на надійність роботи САК.

Основні матеріали дослідження. Динаміка коливань конструкції описується векторно-матричною системою лінійних диференціальних рівнянь другого порядку:

$$MY + CY + KY = f(t), \quad (3)$$

де Y, F – n -вимірні вектори фізичних перемішень та сил, що діють на систему; M – симетрична позитивно визначена матриця мас вимірності $n \times n$; C, K – симетричні позитивно напіввизначені матриці коефіцієнтів демпфування та жорсткості вимірності $n \times n$; крапками позначено диференціювання. Задачею ідентифікації є визначення оцінок елементів матриць коефіцієнтів M, C, K . Запишемо рівняння (3) у вигляді:

$$[Y^{\mathbb{R}}(t)Y^{\mathbb{G}}(t)Y^T(t)] \cdot \begin{bmatrix} M^T \\ C^T \\ K^T \end{bmatrix} = f^T(t). \quad (4)$$

Отримано виміри в дискретні моменти часу t_1, t_2, \dots, t_m , де $m > 3n$. Рівняння (4) в матричній алгебраїчній формі:

$$ZP = U, \quad (5)$$

де $Z(m \times 3n)$ – матриця вимірів, j -й рядок якої містить результати вимірів руху системи в момент часу t_j : $Z_j = [Y^{\mathbb{R}}(t_j)Y^{\mathbb{G}}(t_j)Y^T(t_j)]$; $U(m \times n)$ – матриця збурюючих сил, j -й рядок якої має вигляд $u_j = f^T(t_j)$; $P(3n \times n)$ – матриця невідомих мас, коефіцієнтів демпфування та жорсткостей, тобто, $P = [M^T : C^T : K^T]^T$.

Розв'язуючи рівняння (5) методом найменших квадратів, отримуємо:

$$P = (Z^T Z)^{-1} Z^T U. \quad (6)$$

Для обернення матриць високої вимірності необхідно скористатись методом сингулярного розкладання. Матриця вимірів Z повинна мати повний ранг, що дорівнює $3n$. Звідси випливає, що для застосування даного методу необхідно щоб число збуджуючих сил дорівнювало порядку системи.

Якщо вимірювальна система складається тільки з датчиків сил та прискорень, тоді прискорення можна представити у вигляді розкладання в ряд за допомогою ортогональних поліномів Чебишева, Лежандра та ін.:

$$\mathbf{X}(t) = P_1 T(t), \quad (7)$$

де P_1 – прямокутна матриця коефіцієнтів; $T(t)$ - вектор-стовпчик ортогональних поліномів: $T(t) = [T_0(t), T_1(t), \dots, T_{N-1}(t)]^T$. Інтеграл для $T_i(t)$ можна виразити за допомогою рекурентного співвідношення через $T_{i+1}(t)$ і $T_{i-1}(t)$. Інтегруючи (7), отримаємо

$$\mathbf{X}(t) = P_2 T(t) + C' = G_1 + C', \quad (8)$$

$$Y(t) = P_3 T(t) + C' \cdot t + C'' = G + C' \cdot t + C'', \quad (9)$$

де P_1, P_2, P_3 – матриці $n \times N$, що містять коефіцієнти розкладання. Підставляючи (8), (9) в рівняння (7), отримаємо систему рівнянь, яка розв'язується методом найменших квадратів:

$$[G^T(t)G_1^T(t)f^T(t)t_j \cdot 1] \cdot \begin{bmatrix} -(M^{-1}K)^T \\ -(M^{-1}C)^T \\ B_1^T \\ d_1^T \\ d_2^T \end{bmatrix} = \mathbf{X}(t).; \quad (10)$$

$$d_1 = -M^{-1}KC'; \quad (11)$$

$$d_2 = -M^{-1}KC'' - M^{-1}CC'. \quad (12)$$

Розв'язуючи останнє рівняння, отримано оцінки для $M^{-1}K, M^{-1}C, B_1, d_1$ і d_2 , а із рівняння (11), (12) – C' і C'' відповідно. Число необхідних вимірів скорочується на дві третини.

Приклад 1. Багатомасова система з пружинами і демпферами.

Власні значення для точних та ідентифікованих значень параметрів даної системи наведено в табл. 1. Точні значення мас, коефіцієнтів жорсткості і демпфування наведено на рис. 2, а їх оцінки – в табл. 1. За збуджуючий сигнал використано синусоїдальний гармонічний сигнал, а для математичного опису вимірів використано ортогональні поліноми Чебишева.

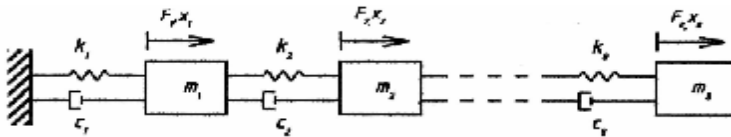


Рис. 2. Односна модель повздовжніх коливань конструкції

$$m_1 = m_2 = \dots = m_8 = 100,0 \text{ кг}; \quad k_1 = k_2 = \dots = k_8 = 36,0 \text{ Н/м};$$

$$c_1 = c_2 = \dots = c_8 = 45,0 \text{ Н} \cdot \text{с/м}.$$

Таблиця 1 – Результати ідентифікації багатомасової системи з пружинами і демпферами

Власні значення	Оцінки			
	Власних значень	Мас	Коефіцієнтів демпфування	Коефіцієнтів жорсткості
0,12	0,13	99	37	43
0,33	0,32	101	38	44
0,52	0,50	102	35	46
0,69	0,71	98	37	46
0,86	0,83	98	35	44
1,01	1,03	103	35	46
1,12	1,13	103	36	44
1,18	1,17	98	38	45

Модельована система має вісім власних значень, яких було оцінено з похибкою не більше 3%.

Приклад 2. Плоска прямокутна ферма.

Як видно із табл.2, плоска прямокутна ферма має три нульові і три кратних власних значення. Нульові значення відповідають модам жорсткого тіла. В процесі моделювання встановлено, що найбільш придатними для збудження мод цієї конструкції є сигнали у вигляді прямокутних імпульсів та гармонічні сигнали, які мають частоту, що періодично змінюється. Застосування ортогональних поліномів для описання вимірів привело до прийнятних результатів тільки у випадку збудження конструкції гармонічними сигналами. Похибки оцінок параметрів не перевищували 3,5%. Це підтверджує доцільність використання поліномів для описання вимірів при збудженні конструкції неперервними сигналами.

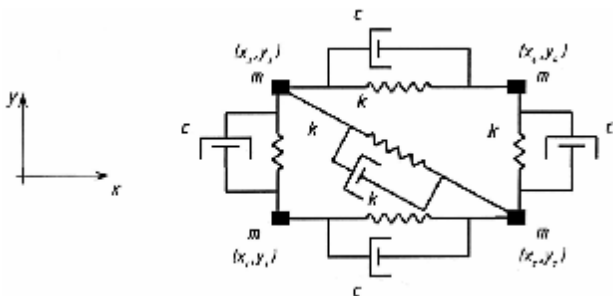


Рис. 3. Плоска прямокутна ферма
 $m = 100,0 \text{ кг}$; $k = 36,0 \text{ Н/м}$; $c = 45,0 \text{ Н} \cdot \text{с/м}$.

Таблиця 2 – Результати ідентифікації плоскої ферми

Власні значення	Оцінки			
	Власних значень	Мас	Коефіцієнти демпфування	Коефіцієнти жорсткості
0,0	0,01	98	46	34
0,0	0,018	102	46	37
0,0	0,01	101	45	36
0,46	0,44	102	44	34
0,82	0,81	102	46	34
0,82	0,84	101	45	35
0,82	0,8	102	46	34
1.09	1,12	102	44	37

Встановлено, що для збудження мод плоскої ферми недостатньо прикласти силу в одній точці, що мало місце у випадку багатомасової системи з пружинами та демпферами. Прийнятні результати отримано за умови прикладання збуджуючих сил в чотирьох та п'яти точках. Встановлено, що шум вимірів створює значний вплив на моди, які збуджуються непрямо, тобто моди, частоти яких не містяться в спектральному складі збуджуючого сигналу. Похибки оцінок власних значень склали 15-19%. Введення шуму в збуджуючий сигнал призвело до погіршення оцінок мод. Період дискретизації вимірів вибирався так, щоб було не менше 8-10 вимірів на самій високій частоті сигналу.

Приклад 3. Консольна балка.

Фізичні параметри пружної балки: довжина $L = 3\text{ м}$, погонна маса $m(x) = 2,5 \text{ кг/м}$, жорсткість на згинання $EI(x) = 500,0 \text{ Н/м}^2$. Точні власні значення розраховані за допомогою стандартного інструментального пакету

прикладних програм, а для збудження коливань балки використовувались прямокутні імпульси та гармонічні сигнали. При обчисленні реакції балки було використано шість перших мод, які адекватно відображають поведінку цього об'єкту.

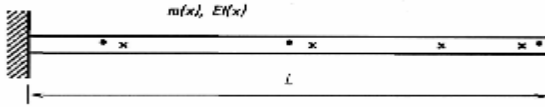


Рис. 4. Консольна балка (модель консолі для розташування датчиків):
 • – точки розташування приводів; x – точки розташування датчиків;

$$m(x) = 2,5 \text{ кг}; EI(x) = 500,0 \text{ Н/м}^2; L = 3 \text{ м}.$$

Таблиця 3 – Результати ідентифікації консольної балки

Власні значення	Оцінки		
	Перших шести мод	Чотирьох значень	
		Прямокутний імпульс	Гармонічний сигнал
5,86	6,13	7,4	9
36,47	37,8	38	38
106,34	105	104	109
212,45	204	219	221
326,75	324		
497,17	513		

В табл. 3 наведено результати ідентифікації для консольної балки у випадку збудження балки гармонічним сигналом. Якість оцінок вища ніж при використанні прямокутного сигналу. Похибки оцінок в середньому склали у першому випадку 1,8-3,5%, а в другому 3,0-6,0%. Апроксимація вимірів ортогональними поліномами задовільна для сигналів обох типів.

Приклад 4. Прямокутна пластина.

Для збудження коливань пластини застосовано гармонічний та прямокутний сигнали. Розглянута повна (шість мод) та редукована (чотири моди) моделі. Результати параметричної ідентифікації для прямокутної пластини наведено в табл.4.

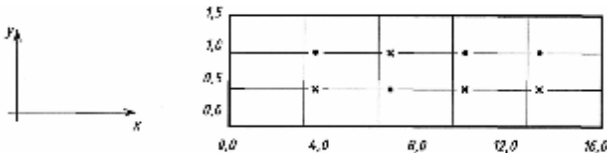


Рис. 5. Прямокутна пластина (наприклад, модель підлоги):

- – точки розташування приводів; x – точки розташування датчиків

Результати ідентифікації виявились задовільними в обох випадках. У випадку гармонічного збудження похибки виявились меншими ніж у випадку збудження прямокутними імпульсами. Цей факт можна пояснити тим, що гармонічні коливання краще відповідають природі механічних систем типу плоских пластин. До переваг використання прямокутних імпульсів можна віднести простоту їх генерації в математичному та фізичному смислі та відповідно простішу фізичну реалізацію стенду для досліджень.

Таблиця 4 – Результати ідентифікації плоскої пластини

Власні значення	Оцінки		
	Перших шести мод	Чотирьох мод	
		Прямокутний імпульс	Гармонічний сигнал
22,01	23,5	24	24,6
43,55	42,3	45	48
22,12	21,1	21	25
44,76	45,9	46	41
23,95	21,4		
44,96	47		

Висновок. Таким чином, стендові вібровипробування реально існуючої підсистеми ідентифікації змінних стану X моделі (1) об'єкта керування чи комп'ютерне моделювання цієї системи на стадії проектування високоефективних САК дають можливість урахувати ефекти пружності конструкції вимірювача, попередити і ліквідувати її вплив на якість САК. Очевидно, що для дискретних у часі вимірів це дає можливість вірно підібрати крок Δt дискретизації, для аналогових – відповідні фільтри для усунення високочастотних відносно корисного сигналу періодичних складових перешкоди $x(t)$.

Список літератури: 1. Галай В.М., Сільвестров А.М. Проблема автоматизації і оптимізації динаміки багатовимірних стохастичних об'єктів // Вісник технологічного університету Поділля, №2. – Хмельницький: ХДУ, 2004. – ч.1, том 1. – С.36 – 39. 2. Исаченко В.Х. Система контроля проводки наклонных скважин с автономным скважинным прибором / Приборы и системы управления, 1991 – №1, 29-30с. 3. Справочник по теории автоматического управления/ Под ред. Красовского А.А. – М.: Наука, 1987. – 712с. 4. Сильвестров А.Н., Чинаев П.И. Идентификация и оптимизация автоматических систем. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 280с. 5. Густав Олсон, Джангундо Плани. Цифровые системы автоматизации и управления. – СПб.: Невский Диалект, 2001. – 557с. 6. Методы теории автоматического управления, т.2 / Под ред. Пупкова К.А. – М.: МГТУ им. Баумана, 2000, 735с.

Поступила в редколлегию 04.12.08