

А.И. РОГАЧЕВ, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»
А.В. БАЛЫКИН, студент НТУ «ХПИ» (г. Харьков)

ОПТИМИЗАЦІЯ І МОДЕЛІРОВАННЯ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА

В статті розглянуто оптимальне по швидкодії управління електроприводом постійного струму. Проведено синтез оптимального управління та моделювання системи у пакеті MATLAB/Simulink.

In this article fast-acting optimal control of electro-driver of direct current is considered. The synthesis of law of optimal control and simulation of systems by package MATLAB/Simulink is conducted.

Постановка проблемы. К настоящему времени выполнено множество исследовательских работ, посвященных оптимизации по быстродействию работы электроприводов, которые большую часть производственного цикла находятся в режимах разгона, торможения и реверса [1,2]. Однако формальная постановка задачи оптимизации не всегда оказывается пригодной для технических приложений, что связано с различными причинами. В частности, если в процессе работы будут меняться или параметры самого объекта, или действующие на него возмущения, то будет изменяться и оптимальная траектория движения. В таких случаях необходимо успевать просчитывать новые значения оптимального управляющего воздействия за время, значительно меньшее длительности переходного процесса. При этом в большинстве случаев приходится решать систему нелинейных уравнений[3]. Альтернативой этому является реализация оптимального управления не в виде программного управления, а в виде замкнутой системы, когда это управление зависит только от текущего состояния электропривода и является инвариантным по отношению к текущему времени.

В статье рассматривается задача оптимального быстродействия для электропривода постоянного тока при отработке им переходов по скорости вращения. При безинерционном преобразователе такой электропривод с двигателем независимого возбуждения при постоянном потоке Φ_b и отсутствии момента нагрузки описывается системой дифференциальных уравнений в относительных единицах [2].

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \frac{1}{\beta_M} i, \quad (1)$$

$$\frac{di}{d\tau} = u - \omega - i, \quad (2)$$

где ω , i – соответственно скорость вращения и ток якорной цепи; u – напряжение на обмотке якоря двигателя; β_M – отношение электромеханической постоянной времени T_M к постоянной времени цепи якоря T_A ; $\tau = \frac{t}{T_A}$ – относительное время.

Рассмотрим случай, когда корни характеристического уравнения

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{\beta_M - 4}{4\beta_M}}, \quad (3)$$

являются действительными различными числами ($\beta_M > 4$).

Пусть $\omega_k = \omega(\tau = \tau_k)$, $\omega_0 = \omega(\tau = 0) = 0$. Известно [2], что для перевода электропривода, описанного уравнениями (1), (2), из состояния ω_0 , i_0 в состояние $\omega_k = i_k = 0$ за минимальное время потребуется два интервала релейного управления, причем при $\omega_k > 0$ на первом из них $u(\tau) = -u_{max}$, а на втором $u(\tau) = +u_{max}$, где u_{max} – предельно допустимое значение напряжения на якоре двигателя.

Представим передаточную функцию электропривода в виде

$$K(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{k}{\beta_M p^2 + \beta_M p + 1} = \frac{k}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} = \frac{K}{(p - \lambda_1)(p - \lambda_2)},$$

где $\Omega(p)$ – изображение скорости вращения (выходной сигнал); $U(p)$ – изображение управляющего воздействия (входной сигнал); T_1, T_2 – постоянные времени, связанные с полюсами λ_1 и λ_2 соотношениями

$$\lambda_1 \lambda_2 = \frac{1}{T_1 T_2} = \frac{1}{\beta_M}, \quad \lambda_1 + \lambda_2 = -\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} = -1,$$

$$K = \frac{k}{T_1 T_2} = \frac{k}{\beta_M} \text{ – статический коэффициент передачи.}$$

Запишем дифференциальное уравнение электропривода, разделив его на коэффициент β_M :

$$\frac{d^2 \omega}{dt^2} + \frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{\beta_M} = Ku.$$

Введём новые переменные $y_1 = y$; $y_2 = \dot{y}$ и составим систему уравнений в пространстве переменных y_1, y_2 :

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1/\beta_M & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ K \end{pmatrix} u,$$

или в векторной форме $\bar{\dot{y}} = A\bar{y} + Bu$, где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1/\beta_M & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ K \end{pmatrix}$$

Следуя [4], выполним двойное преобразование координат и приведём систему уравнений к удобному для дальнейших операций виду:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \lambda_1 x_1 + \lambda_2 u, \\ \dot{x}_2 &= \lambda_2 x_2 + \lambda_1 u. \end{aligned} \tag{4}$$

Где x_1 и x_2 связаны с y_1 и y_2 известными линейными преобразованиями [4]. В частности, если $x_1 = x_2 = 0$, то $y_1 = y_2 = 0$, и наоборот. Преимуществом координат x_1 и x_2 состоит в том, что для них можно получить уравнения линии переключения в явном виде, что позволяет построить модель оптимальной системы в замкнутой форме.

Решая систему уравнений (4) и исключая время τ из этого решения, после простых преобразований получаем уравнение линии переключения:

$$x_2 = -u + (x_{20} + u) \left[\frac{x_1 + u}{x_{10} + u} \right]^\alpha, \text{ где } \alpha = \lambda_2 / \lambda_1. \tag{5}$$

Проведём моделирование оптимальной системы в среде *MATLAB/Simulink* при $u_{\max} = 1$ и $\beta_M = 4, 5$. [5]. При этом модель должна соответствовать структурной схеме оптимальной системы, показанной на рис. 1

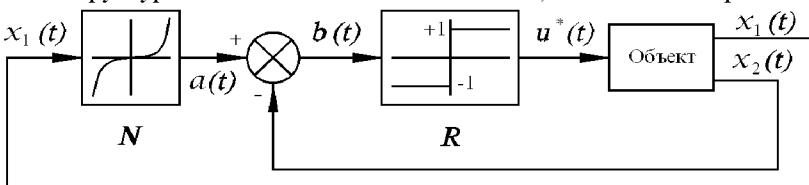


Рис. 1. Структурная схема оптимальной системы

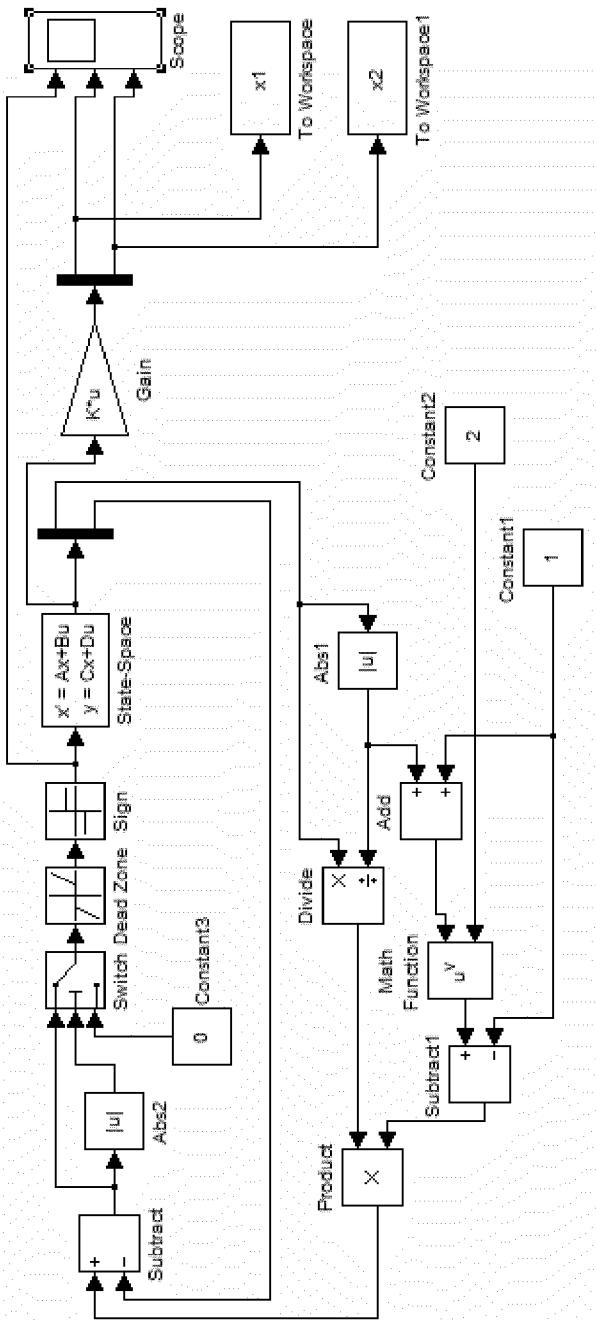


Рисунок 2 — Схема моделирования оптимальной системы

На рис. 2 представлена схема моделирования оптимальной системы, реализованной в среде *MATLAB/Simulink*.

На рис. 3 приведены результаты моделирования в виде оптимальных траекторий и оптимального управляющего воздействия.

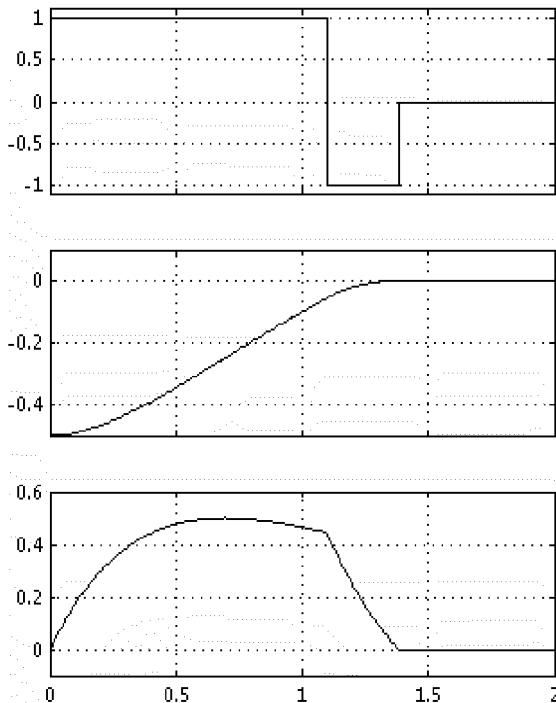


Рис. 3. Оптимальные траектории и управляющее воздействие

Выводы. Проведенные исследования подтвердили возможность построения оптимальной по быстродействию системы управления скоростью вращения двигателя электропривода постоянного тока в виде инвариантной по отношению к текущему времени системы. В дальнейшем предполагается получить аналогичные результаты для энергосберегающих законов управления электроприводами.

Список литературы: 1. Чистов В.П. и др. «Оптимальное управление электрическими приводами постоянного тока» – М.: Энергия, 1968. – 232с. 2. Пышкало В.Д. и др. «Оптимальные по быстродействию промышленные электроприводы» – М.: Энергия, 1967. – 104с. 3. Рогачёв А.И., Сухер А.Н. «Расчёт параметров переходных процессов в быстродействующих электроприводах постоянного тока» // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Харків: ХАДАЗТ, 2001. – №6. – С. – 16–18. 4. Атанас М., Фалб П. «Оптимальное управление» – М.: Машиностроение, 1968. – 764с. 5. Соколов Ю.Н. «Компьютерный анализ и проектирование систем управления. Ч.3. Оптимальные системы» – Учеб. Пособие. – Харьков: Нац.аэрокосм. ун-т. «Харьк. авиац. ин-т.», 2006.–272с.