УДК 519.5

Э.Е. ГЕРМАН, ассистент НТУ "ХПИ"

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КЛАССИЧЕСКОГО ПИД КОНТРОЛЛЕРА В ЛИНЕЙНЫЙ НЕЧЕТКИЙ ПИД КОНТРОЛЛЕР

В статті докладно розглянуто алгоритм перетворення класичного ПІД контролера до лінійного нечіткого контролеру. Отримані формули відповідності між коефіцієнтами чотирьох типів класичних та нечітких ПІД контролерів.

In this paper the algorithm of transformation conventional PID controller in linear fuzzy PID controller is in detail considered. Correspondence formulas between factors of four types classical and linear fuzzy PID controllers are received.

Введение. Не смотря на то, что в последнее время многие ученые и специалисты различных управляющих систем пытаются использовать элементы, ставшей уже популярной, теории нечетких множеств, результаты, которые были ими получены, далеко не всегда удовлетворяли прогнозируемым результатом [1]. Это во многом связано с отсутствием анализа подходов в области систем нечеткого управления [2]. Одной из основных задач, как в систематизации подходов в области нечеткого управления, так и в решении задач связанных с оптимизацией систем основанных на нечеткой логике, является детальное рассмотрение перехода от четких управляющих воздействий к нечеткому управлению конструкциям. В частности, при проектировании нечеткого ПИД контроллера (НПИДК), который предназначен для замены классического ПИД контроллера (КПИДК), в основном используются эмпирические знания опытного оператора, которые соответствующим образом обрабатываются и вносятся в базу знаний [3]. В других случаях нечеткого ПИД управления модифицируется конструкция или подбираются различные параметры нечеткого регулятора [4]. Однако при этом расчет оптимальных параметров КПИДК не учитывается. В связи с этим возникает задача нахождения эквивалентностей между КПИДК и НПИДК.

Нечеткие контроллеры по своей природе являются нелинейными, вследствие чего в них сложнее установить коэффициенты настройки, в сравнении с КПИДК. Линейный нечеткий ПИД контроллер (ЛНПИДК) представляет собой НПИДК, который обладает таким свойством, что если он заменит в системе управления (СУ) КПИДК, то передаточная функция СУ не изменится. Т.о. ЛНПИДК является промежуточным звеном в проектировании оптимальных НПИДК. При этом настройка КПИДК является предварительной настройкой, которая определяет оптимальную область параметров контроллера, а точная настройка производится посредством варьирования параметров БНВ.

Целью статьи является разработка метода преобразования структуры и параметров КПИДК в линейный НПИДК.

Основная часть.

В подавляющем большинстве случаев НПИДК проектируется по следующему принципу: в КПИДК (рис 1) операция сложения интегральной, пропорциональной и дифференциальной составляющих сигнала ошибки заменяется блоком нечеткого вывода (БНВ) [5]; дальнейшее проектирование ведется в рамках этого блока − выбор функций принадлежности, методов дефаззификации и т.д. − фактически "с чистого листа". Такой подход исключает классические методы настройки ПИД регуляторов, например метод Зиглера-Николса или Коэна-Куна, которые можно было бы успешно применить для грубой настройки НПИДК.

Пусть имеется замкнутая система с ПИД контроллером, представленная на рис. 1.

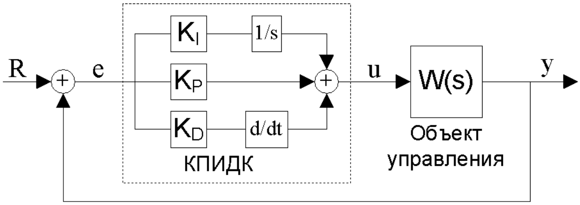

Рис. 1. Замкнутая система управления с КПИДК.

В общем случае КПИДК описывается следующим выражением:

$$u = K_p \left(e + \frac{1}{T_i} \int_0^t e \cdot d\tau + T_d \frac{de}{dt} \right) = K_P e + K_I \int_0^t e \cdot d\tau + K_D \frac{de}{dt}, \qquad (1)$$

где K_p – коэффициент контроллера, T_i – постоянная времени интегрирования, T_d – постоянная времени дифференцирования; $K_P = K_p$ – пропорциональный коэффициент, $K_I = K_p / T_i$ – интегральный коэффициент, $K_D = K_p T_d$ – дифференциальный коэффициент; e – ошибка между заданным значением R и выходом процесса y.

Реализация практических задач всегда связана с использованием цифровой техники, которая реализует дискретные вычислительные алгоритмы. Поэтому, для малых периодов квантования T_s выражение (1) может быть аппроксимировано с помощью дискретной аппроксимации, где терм производной заменяется обратной разностью, а интеграл – суммой, используя прямоугольное интегрирование:

$$u_n = K_P e_n + K_I \sum_{j=1}^{t} e_j T_s + K_D \frac{e_n - e_{n-1}}{T_s}. \qquad (2)$$

Индекс n определяет текущий момент времени.

Как было сказано выше, для получения ЛНПИДК требуется заменить в контроллере операцию сложения на БНВ. Для этого подробно рассмотрим параметры этого блока, что даст возможность сгенерировать базу правил с линейным отображением вход-выход, которое будет подобно операции сложения [6].

Существуют три источника нелинейности, которая возникает вследствие использования БНВ:

• *База правил*. Положение, форма и число нечетких множеств, так же как нелинейное масштабирование входного значения являются причиной нелинейных преобразований. Часто правила выражают нелинейную стратегию управления.

• *Механизм логического вывода*. Например, если связки **and** и **or** реализуются как **min** и **max**, соответственно, они нелинейны.

• *Дефаззификация*. Большинство дефаззификационных методы нелинейны.

Входная область. Входная область должна быть достаточно большой для вводимых данных, чтобы они все попадали в эту область. Каждая входная совокупность содержит набор термов, составленных таким образом, что сумма значений функций принадлежности для каждого входа равна 1. Это может быть достигнуто, когда множества являются треугольными с равными коэффициентами нечеткости [7] и в точке пересечения имеют значение функции принадлежности $\mu = 0.5$. Таким образом, их вершины будут равноотстоящими друг от друга. Следовательно, любое входное значение может принадлежать не более чем двум нечетким множествам, и принадлежность каждого является линейной функцией от входного значения.

Число правил. Для обеспечения полноты, количество термов в каждой совокупности определяет число правил, так как они должны быть сочетанием (***and***) всех термов. Предпочтительно, чтобы множества на выходе были одноэлементными и равными сумме максимальных значений входных множеств. Выходные множества могут также быть и треугольными, симметричными относительно своего максимума, однако использование одноэлементных множеств упротит дефаззификацию.

Связка. Для обеспечения линейности, необходимо выбрать алгебраическое произведение, определяющее нечеткую логическую связку ***and***. В качестве дефаззификационного метода используется метод средневзвешенного значения, который является модификацией метода *центра тяжести для одноточечных множеств*:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i},$$

где x_i – переменная, соответствующая выходной лингвистической переменной, w_i – мощность одноэлементного множества, n – количество синглетонов. В этом случае можно избавиться от знаменателя, если сумма мощностей всех одноэлементных множеств будет равна 1.

Сказанное выше может быть обобщено в список инструкций, которые формализуют процедуру построения нечеткой базы правил, эквивалентной суммированию:

• Использовать на входе треугольные множества, такие, что функция принадлежности каждого множества в точке пересечения была равна 0.5.

• Использовать алгебраическое произведение в качестве нечеткой логической связки **and**.

• База правил должна представлять собой конъюнкцию (**and**) всех входных наборов (совокупностей, векторов) и фактически представляет собой конъюнкцией дизъюнкций элементов входных наборов:

$$\tilde{a} \oplus \tilde{b}^T = \bigwedge_{i=1}^{n} \left(a_i \vee b_i \right).$$

• Использовать на выходе синглетоны, положение которых определяется координатами вершин входных треугольных нечетких множеств.

• Использовать дефаззификационный метод центра тяжести.

Линейный нечеткий пропорциональный контроллер. Для начала рассмотрим самый простой тип ПИД контроллера − пропорциональный контроллер (рис. 2).

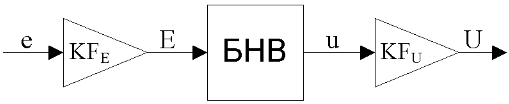

Рис. 2. НПК

Входом нечеткого пропорционального контроллера (НПК) является ошибка, а выходом – управляющий сигнал. По сравнению с классическим пропорциональным контроллером, НПК имеет два коэффициента (KF_E и KF_U) вместо одного (K_P). Коэффициенты обычно используются для настройки отклика системы, однако два коэффициента можно использовать для масштабирования сигнала на входную область.

Выходом контроллера является управляющий сигнал U_n, который является нелинейной функцией от сигнала ошибки e_n:

$$U_n = f\left(KF_E \cdot e_n \right) \cdot KF_U \tag{3}$$

Функция f представляет собой отображение нечеткого ввода-вывода контроллера. Используя линейную аппроксимацию $f\left(KF_E \cdot e_n\right) = KF_E \cdot e_n$, получим:

$$U_n = f\left(KF_E \cdot e_n\right) \cdot KF_U = KF_E \cdot KF_U \cdot e_n \tag{4}$$

Сравнивая (4) и (1) при $K_I = K_D = 0$, запишем:

$$KF_E \cdot KF_U = K_P \tag{5}$$

Точность такой аппроксимации зависит от функций принадлежности (ФП) и базы правил (БП). Наилучшая аппроксимация будет в том случае, если используется один и тот же универсум для входа и выхода, например $[-10, 10]$. База правил

1 Если E – P, тогда $u = 10$,

2 Если E – N, тогда $u = -10$;

где P и N – треугольные функции принадлежности, которые соответствует классическому П контроллеру.

Уравнение (5) имеет одну степень свободы, так как НПК имеет на один коэффициент усиления больше, чем классический П контроллер. Это используется для того, чтобы полностью задействовать входной универсум. Например, если максимальный единичный скачек задающего значения равен 1, и следовательно, максимальная ошибка e_n также равна 1, а универсум для $E = [-10, 10]$, тогда KF_E устанавливается равной 10. Так как KF_E установлен, KF_U определяется из равенства (7).

Учитывая динамику процесса, пройдет некоторое время, прежде чем изменения управляющего сигнала станут заметы на выходе системы, в связи с чем действия пропорционального контроллера будут запоздалыми для исправления для ошибки.

Линейный нечеткий пропорционально-дифференциальный контроллер. В ПД контроллере дифференциальное воздействие используют для улучшения стабильности замкнутой системы. Классический ПД контроллер описывается следующим выражением:

$$u_n = K_P e_n + K_D \frac{de}{dt}. \tag{6}$$

Таким образом, управляющий сигнал пропорционален оценке ошибки на K_D единиц времени вперед, где оценка получена посредством линейной экстраполяции. Для $K_D = 0$, управление будет представлять просто пропорциональный контроллер, а постепенное увеличение K_D будет приводить к демпфированию (погашению) колебаний. Однако если K_D становится слишком большим, система становится *передемпфированной,* что заново спровоцирует колебания системы.

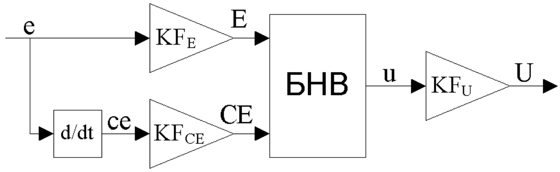

Рис. 3. НПДК

Входом нечеткого ПД контроллера (НПДК) является ошибка и ее производная по времени (рис. 3). В нечетком контроллере последний терм (слагаемое) обычно называют *изменение по ошибке*:

$$ce_n = \frac{de}{dt} = \frac{e_n - e_{n-1}}{T_s}. \quad (7)$$

Это дискретная аппроксимация производной использующая интерполяцию с обратной разностью [8].

Вывод контроллера является нелинейной функцией *ошибки* и *изменения по ошибке*:

$$U_n = f\left(KF_E \cdot e_n, KF_{CE} \cdot ce_n\right) \cdot KF_U. \quad (8)$$

Как и в П-контроллере, функция f является отображением нечеткого ввода-вывода контроллера, только в этом случае отображение является поверхностью. Используя линейную аппроксимацию $KF_E \cdot e_n + KF_{CE} \cdot ce_n$, получим:

$$U_n = \left(KF_E \cdot e_n + KF_{CE} \cdot ce_n\right) \cdot KF_U = \left(KF_E \cdot KF_U\right) \cdot e_n + \left(KF_{CE} \cdot KF_U\right) \cdot ce_n. \quad (9)$$

Коэффициенты усиления в (6) и (9) связаны следующим образом:

$$KF_E \cdot KF_U = K_P, \; KF_{CE} \cdot KF_U = K_D. \quad (10)$$

В случае линейного нечеткого ПД контроллера аппроксимация будет давать более качественный результат, если область вывода выбрать как сумму входных универсумов. Т.е. если обе входные области находятся в диапазоне $[-50,50]$, тогда выходные синглетоны выбираем в диапазоне $[-100,100]$. В этом случае отображение $u = E + CE$ будет плоским. Следовательно, для выбора универсумов можно использовать (9).

Линейный нечеткий пропорционально-иттегальный контроллер. Для устранения ошибки в установившемся режиме, необходимо использовать интегральное воздействие. Однако опыт показывает, что достаточно сложно описать правила для интегрального воздействия. В этом случае лучшим вариантом конфигурации контроллера является инкрементный контроллер (ИНК), который позволяет получить ПИ контроллер, используя ошибку и изменение ошибки [9].

В общем случае с учетом (2) запишем:

$$u_n = u_{n-1} + \Delta u_n = u_{n-1} + K_P\left(e_n - e_{n-1}\right) + K_I e_n T_s . \qquad (10)$$

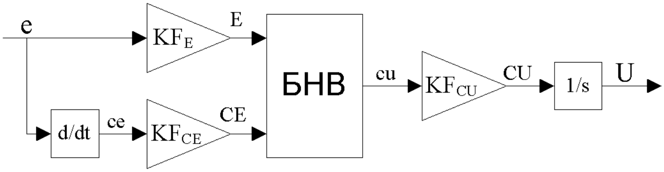

Рис. 4. НИНК

Нечеткий инкрементный контроллер (НИНК) имеет практически такую же структуру, что и НПДК, только добавлено на выходе интегрирующий элемент (рис. 4). Поэтому выходной сигнал БНВ называют *изменением на выводе* (cu_n), а коэффициент усиления на выводе, соответственно, теперь будет обозначатся как KF_{CU}. Управляющий сигнал U_n является суммой всех приращений:

$$U_n = \sum_i \left(cu_i \cdot KF_{CU} \cdot T_s\right). \qquad (11)$$

Это определение отличается от описанных ранее НЛК тем, что добавлен множитель шага квантования T_s. Линейная аппроксимация этого контроллера описывается следующим выражением:

$$U_n = \sum_{i=1}^{n}\left[\left(E_i + CE_i\right)\cdot KF_{CU} \cdot T_s\right] = KF_{CE} \cdot KF_{CU} \cdot e_n + KF_E \cdot KF_{CE} \cdot \sum_{i=1}^{n} e_i \cdot T_s . \qquad (12)$$

Сравнивая (2) и (12), запишем соответствующие соотношения между коэффициентами:

$$KF_{CE} \cdot KF_{CU} = K_P, \quad KF_E \cdot KF_{CE} = K_I . \qquad (13)$$

Линейный НПИДК. Стандартная структура нечеткого контроллера, описывающего ПИД закон управления, представляет собой НЛК с тремя входными составляющими: *сигнал ошибки*, *интеграл сигнала ошибки*, *производная сигнала ошибки*. Однако в таком случае база правил становится слишком громоздкой, а для интегрального воздействия достаточно сложно описать правила. Поэтому интегральное воздействие в НЛК вводится в виде *нечеткого ПД+И контроллера* (НПД+ИК) (рис. 5). Контроллер является функцией от трех параметров:

$$U_n = \left[f\left(KF_E \cdot e_n, KF_{CE} \cdot ce_n\right) + KF_{IE} \cdot ie_n\right] \cdot KF_U . \qquad (14)$$

Его линейная аппроксимация:

$$\begin{aligned} U_n &= \left[KF_E \cdot e_n + KF_{CE} \cdot ce_n + KF_{IE} \cdot ie_n\right] \cdot KF_U = \\ &= KF_E \cdot KF_U \cdot e_n + KF_{CE} \cdot KF_U \cdot ce_n + KF_{IE} \cdot KF_U \cdot ie_n . \end{aligned} \qquad (15)$$

Сравнивая (2) и (15), получим следующие соотношения:

$$KF_E \cdot KF_U = K_P, \quad KF_{CE} \cdot KF_U = K_D, \quad KF_{IE} \cdot KF_U = K_I. \qquad (16)$$

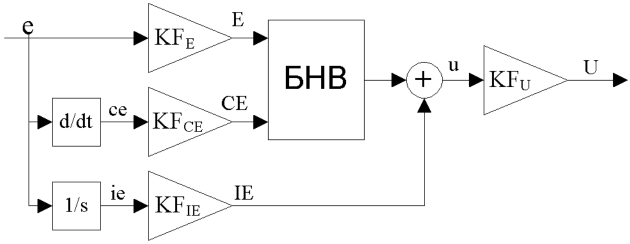

Рис. 5. НПД+ИК

Выводы. В данной работе были сформулированы основные принципы преобразования КПИДК в линейный НПИДК. Получены взаимосвязи между КПИДК и линейным НПИДК. Выражения (5), (10), (13) и (16) описывают соотношения между классическими и линейными нечеткими П, ПД, ПИ и ПИД контроллерами, соответственно.

Список литературы: **1**. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления: Учебник / Под ред. *Егупова Н.Д.* М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2002. – 744 с. **2**. *Герман Э.Е.* Современное состояние и перспективы развития систем нечеткого управления. Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут". Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Автоматика та приладобудування. – Харків: НТУ"ХПІ"2005. -№57. – С. 36-43. **3**. *Lee C.C.* "Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller – Part I," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 20, no. 2, pp. 404–418, Mar./Apr. 1990. **4**. *Гапон А.И., Герман Э.Е., Дербунович Л.В.* Система нечеткого управления процессом выращивания функциональных монокристаллов. Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут". Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Автоматика та приладобудування. – Харків: НТУ"ХПІ"2006. -№31. – С. 11-18. **5**. *Mamdani E.H. and Assilian S.* "An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller," *Int. J. Man Mach. Stud.*, vol. 7, pp. 1–13, 1975. **6**. *Mizumoto M.* "Realization of PID controls by fuzzy control methods," *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 70, pp. 171–182, 1995. **7**. *Леоненков А.В.* Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 736 с. **8**. *Корн Г. И Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., 1968г., 720 стр. **9**. *Олссон Г., Пиани Дж.* Цифровые системы автоматизации и управления. СПб.: – Невский Диалект, 2001. – 557с.

Поступила в редколлегию 3.08.09