УДК 681.3

Л.В. ДЕРБУНОВИЧ, д-р.техн.наук.,проф. НТУ «ХПИ» (г. Харьков),
В.С. СУЗДАЛЬ, д-р.техн.наук, с.н.с. ИСМА (г. Харьков),
Ю.М. ЕПИФАНОВ, к.т.н., с.н.с. ИСМА (г. Харьков),
Ю.С. КОЗЬМИН, с.н.с. ИСМА (г. Харьков)

РЕДУКЦИЯ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ АВТОМАТНЫХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

У статті описується метод редукції діагностичних автоматних моделей динамічних систем. Отримано коеффіцієнти надлишковості, які визначають можливість скорощення надлишковості для множини геометричних образів та дозволяють скоротити апаратурні витрати на створення автоматних діагностичних моделей динамічних систем.

In this paper a reduction method of diagnostic automaton models for dynamic systems is developed. The redundance coefficients are obtained, which determine capability of compression for geometric image set and allow reducing of instrument costs on diagnostic automaton modeling for dynamic systems.

Постановка задачи. Техническая диагностика динамических систем управления (СУ) представляет собой активно развивающееся научное направление. Эффективность СУ реального времени, постоянно взаимодействующих с окружающей средой, определяется высокими требованиями к производительности, надежности и отказоустойчивости функционирования. Широкое использование в таких системах современной элементной базы сетей и систем на одном кристалле (СОК), интеллектуально защищенных модулей (*IP-core*: *intellectual property core*) определяет парадигму диагностической инфраструктуры с интеллектуальными свойствами (ДИ-ИС) для тестового и функционального (*concurrent on-line*) диагностирования многопроцессорных систем управления (МПСУ) и восстановления их работоспособности путем реконфигурации структуры [1]. В современной ДИ-ИС предполагается интегрировать средства тестового и функционального диагностирования состояния МПСУ путем решения оптимизационных задач управления процедурами тестового диагностирования и восстановления работоспособности путем реконфигурации структуры МПСУ в процессе нормального функционирования системы без отключения её от объекта управления.

Анализ литературы. К настоящему времени имеется большое число работ, посвященных различным методам тестового и функционального диагностирования динамических систем [2, 3, 4]. Диагностические эксперименты организуются с учетом особенностей поведения динамической системы как объекта управления, выводя его на границу устойчивости, управляемости и наблюдаемости, или создавая условия функционирования в скользящих режимах, при оптимальных или экстремальных управляющих воздействиях, в области минимума или максимума функционала качества [2].

Целью статьи является анализ избыточности двумерного векторного пространства, что позволяет воспроизвести произвольный геометрический образ с минимальными затратами объема памяти автоматной диагностической модели динамической системы.

Один из основных методов построения диагностических экспериментов основан на использовании модели проверяемого объекта. Этот подход проявляется в известных методах контроля на основе дублирования и N-ированного резервирования, представляющих собой частные случаи контроля с помощью моделей. Проверка работоспособности системы с помощью эталонной модели поясняется рис. 1.

Рис. 1

На модель-эталон подаются те же входные сигналы «U», что и на объект. Контроль производится путем сравнения выходов Y и Z в соответствии с векторным диагностическим условием $\Delta = Y - Z \leq \varepsilon$, которое должно выполняться в процессе функционального или тестового диагностирования.

С точки зрения простоты практической реализации диагностических экспериментов, модели динамических систем должны быть как можно проще. В теории динамических систем широко используются методы редукции, основанные на понижении порядка математического описания объекта [2]. В теории диагностических экспериментов с автоматами в последние годы развивается направление, связанное с совмещением законов функционирования цифровых автоматов с геометрическими образами и фазовыми портретами объектов диагностирования [3]. В [2, 3] законы функционирования автомата представлены в форме конечных или бесконечных линий, заданных уравнениями.

Известно множество вариантов и режимов тестового диагностирования динамических систем. В переходных режимах предполагается измерение реакции системы на стандартные входные воздействия, которые носят импульсный, ступенчатый или линейно возрастающий характер. В качестве диагностических признаков используются параметры переходных функций. Исправность системы можно определять путем контроля фазовых характеристик и траекторий. Множество вход-выходных характеристик, фазовых траекторий представляется конечной совокупностью функций в двумерном векторном пространстве. Геометрический образ динамической системы задает автоматное отображение модели-эталона в прямоугольной системе координат, которое в закодированной форме на основе численных значений (X, Y)

геометрической кривой позволяет с точностью ε воспроизводить поведение объекта диагностирования. Информационная емкость ограниченного двумерного пространства определяет объем памяти цифрового автомата, необходимого для воспроизведения произвольного геометрического образа. При этом возникает задача минимизации объема памяти автомата для заданного множества численных значений геометрических кривых.

Для оценки минимального количества информации в одном случайном подмножестве относительно другого при условии, что мера различия не превышает ε, А.Н.Колмогоровым введено понятие ε-энтропии, по величине которой можно оценить избыточность двумерного пространства в зависимости от способа аппроксимации геометрической кривой и величины погрешности цифрового представления этой кривой [5].

Объединим достаточно близкие по свойствам элементы пространства в одну группу так, чтобы подмножество получившихся групп было конечным. Количество полученных групп определяется минимально различимым расстоянием ε, а точки двумерного компактного метрического пространства с минимально возможным расстоянием ε образуют ε-сеть пространства.

Выделим в компактном метрическом двумерном пространстве $F(x,y)$ такое подмножество элементов $c\in F(x,y)$, что всякому элементу $\alpha\in F(x,y)$ можно поставить в соответствие некоторый элемент $a(x,y)\in R$, аппроксимирующий α с необходимой точностью ε.

Обозначим через N_ε^R минимальное число элементов подмножества R, аппроксимирующих любые совокупности элементов пространства F с точностью ε. Тогда ε-энтропия двумерного пространства относительно подмножества R равна [5, 6]:

$$H_\varepsilon^R(x,y) = \log_2 N_\varepsilon^R \tag{1}$$

Выражение (1) определяет относительную ε-энтропию пространства $F(x, y)$, которая зависит от выбора аппроксимирующего подмножества R. При выборе иного аппроксимирующего подмножества меняется величина относительной ε-энтропии.

Абсолютная ε-энтропия

$$H_\varepsilon(x,y) = \inf N_\varepsilon^R(x,y) \tag{2}$$

совпадает с нижней оценкой относительной ε-энтропии пространства $F(x,y)$ при всевозможных способах объединения элементов из $F(x,y)$ в соответствующие группы, образующие ε-сеть пространства.

В соответствии с [6], для произвольного множества геометрических кривых в $F(x,y)$ может быть составлена таблица, минимальный объем которой равен

$$|H_\varepsilon(x,y)+1| \tag{3}$$

Иными словами, величина абсолютной ε-энтропии пространства $F(x,y)$ определяет минимальное число двоичных разрядов или минимальный объем памяти автоматной модели, требуемой для представления с точностью ε множества геометрических образов динамической системы.

С помощью ε-энтропии представляется возможным оценить избыточность пространства $F(x,y)$ и, следовательно, определить целесообразность сжатия информации в редуцированной диагностической модели.

Для функций, характеризующихся наличием ограниченных производных порядка n, которыми описывается широкий класс геометрических образов динамических систем, оценка абсолютной ε-энтропии в общем виде дается теоремой Колмогорова - Витушкина [6]. Согласно этой теореме при всяких $n \geq 1$, $L>0$, $A>0$ существуют две положительные константы B_1 и B_2, зависящие лишь от n, такие, что при достаточно малых $\varepsilon>0$ выполняется неравенство

$$B_1 \tau \left(\frac{L}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{n}} \leq H_\varepsilon(F) \leq B_2 \tau \left(\frac{L}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{n}} \qquad (4)$$

Здесь через F обозначено пространство функций $Y(t)$, заданных на интервале $0 \leq t \leq \tau$, у которых всюду на этом отрезке существует $(n\text{-}1)$-я производная, удовлетворяющая условию Липшица с константой L, и таких, что

$$\left| Y^{(k)}(0) \leq A, (k = 1, 2, \ldots, n-1) \right| \qquad (5)$$

Для определения ε-энтропии на основании сформулированной теоремы необходимо вычислить константы B_1 и B_2, определяющиеся для множества функциональных построений [6].

Оценим величину абсолютной ε-энтропии пространства $F(x,y)$ для множества непрерывных функций $Y(t)$, удовлетворяющих на интервале $0 \leq t \leq \tau$ условию Липшица с постоянной L и не превосходящих в точке $t=0$ константы $A>0$ для двух классов аппроксимирующих функций: ступенчатой и кусочно-линейной (рис. 2) [6, 7].

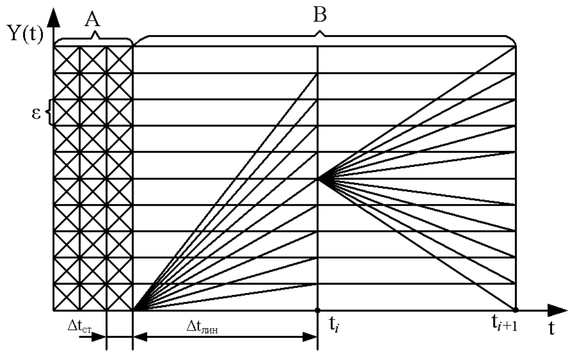

Рис. 2

Для случая ступенчатой интерполяции минимальный объем памяти автоматной модели, позволяющий закодировать с точностью ε множество функций $Y(t)$, определяется величиной ε-энтропии пространства $F(x,y)$ [6]:

$$H_\varepsilon \le \frac{\tau L}{\varepsilon} + \log_2 \frac{A}{\varepsilon} + 2 \tag{6}$$

Или с учетом того, что геометрическая кривая переходной характеристики ограничена по модулю и имеет спектральную плотность с конечной частотой среза $\omega_в$, получим:

$$H_\varepsilon \le \frac{\tau \omega_в}{\varepsilon} + \log_2 \frac{A}{\varepsilon} + 2 \tag{7}$$

Для случая кусочно-линейной аппроксимации множества функций $R \in F(x,y)$, определенных на интервале длиной τ и не превосходящих в точке $t=0$ константы c, абсолютная ε-энтропия равна:

$$H_\varepsilon{}' = \frac{\tau \omega_в}{\sqrt{8\varepsilon}} \cdot \log_2 \frac{1}{\varepsilon}(1 - e^{-\sqrt{8\varepsilon}}) + \log_2 \frac{c}{\varepsilon} + 2 \tag{8}$$

Выбор более сложных аппроксимирующих функций даёт несущественное уменьшение ε-энтропии при существенной усложнении алгоритма расшифровки.

На основе проведенного анализа можно вычислить коэффициент избыточности информации, представляемой в пространстве $F(x,y)$, который позволяет оценить потенциальную возможность редукции диагностических моделей динамических систем. Абсолютную избыточность найдем как разность между информационной ёмкостью ограниченного пространства $F(x,y)$ и его ε-энтропией:

$$D_{абс} = I_F - H_\varepsilon(x,y) \tag{9}$$

Та как $I_F = N_x \cdot \log_2 N_y$, где N_x и N_y – число дискретных отсчетов по осям x, y соответственно, то относительная избыточность или коэффициент избыточности равен:

$$D = \frac{D_{абс}}{I_F} = 1 - \frac{H_\varepsilon(x,y)}{I_F} \tag{10}$$

Подставляя в (10) соотношения (7) и (8), получим:

для случая ступенчатой аппроксимации

$$D_C = 1 - \frac{1}{N_x \log_2 N_y}[\frac{\tau \omega_в}{\varepsilon} + \log_2 \frac{A}{\varepsilon} + 2] \tag{11}$$

для случая кусочно-линейной аппроксимации

$$D_Л = 1 - \frac{1}{N_x \log_2 N_y}[\frac{\tau \omega_в}{\sqrt{8\varepsilon}} \cdot \log_2 \frac{1}{\varepsilon}(1 - e^{-\sqrt{8\varepsilon}}) + \log_2 \frac{c}{\varepsilon} + 2] \tag{12}$$

Если учесть, что частота дискретизации по оси x и квантование по оси y связаны с верхней граничной частотой $\omega_в$ и точностью преобразования ε, то коэффициенты избыточности пространства $F(x,y)$ (11) и (12) можно представить в виде приближенных равенств:

для случая ступенчатой аппроксимации

$$D_C \approx 1 - \frac{1}{\log_2 N_y} \quad (13)$$

для случая кусочно-линейной аппроксимации

$$D_Л \cong 1 - \frac{\log_2 \frac{1}{\varepsilon}\left(1 - e^{-\sqrt{8\varepsilon}}\right)}{\log_2 N_y} \quad (14)$$

Вывод. Полученные оценки коэффициентов избыточности определяют потенциальную возможность и эффективность сокращения избыточности для множества геометрических образов, представляемых в пространстве $F(x,y)$, что позволяет сократить аппаратурные затраты на создание автоматных диагностических моделей динамических объектов.

Список литературы: **1.** *Praveen S. Bhojwani, Rabi N. Maharatha.* Robust concurrent online testing of network-on-chip-based SoCs. IEEE Transactions on VLSI Systems, vol. 16, no. 9, pp. 1199-1209, Sept. 2008. **2.** *Мироновский А.Л.* Функциональное диагностирование динамических систем. – СПб., 1998. – 256 с. **3.** Fault diagnosis in dynamic systems. Theory and application/ Ed. *R.J. Patton*: Prentice Hall. – 1989. – 594 p. **4.** *Епифанов А.С.* Анализ фазовых картин дискретных динамических систем. – Саратов: Научная книга, 2008. – 156 с. **5.** *Колмогоров А.Н., Тихомиров В.Н.* ε-энтропия и ε-емкость в метрических пространствах //Успехи математических наук. Том 14 – 1959, №2. **6.** *Витушкин А.Г.* Оценка сложности задачи табулирования. Физматгиз, 1959. **7.** *Бахвалов Н.С.* Численные методы. – М.: Наука, 1975. – 631 с.

Поступила в редколлегию 01.07.09