УДК 621.3.049

Л.В. ДЕРБУНОВИЧ, док.техн.наук.проф.каф. АУТС НТУ «ХПИ»,
О.Н. ТЕПЛИНСКАЯ, аспирант НТУ «ХПИ» (г. Харьков)

СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ НА СДВИГОВЫХ РЕГИСТРАХ

У статті представлен метод синтезу пристроїв на зсувних регістрах (ЗР) заданих таблицями переходів (ТП) автоматних моделей. Метод заснован на процедурі аналізу ТП з метою побудови графа бінарних відповідностей станів і знаходження π-розбиття з властивостями бі-відображень, що забезпечує реалізацію пристрою з мінімальним числом ЗР.

This paper presents a new technique for design of sequential machine on the shift registers (SR). The method is based on finding state assignment, that allows realizing digital circuits on SR.

Постановка задачи. В области логического проектирования цифровых устройств существует множество подходов и предложений, направленных на создание легко тестируемых устройств. Ведущими фирмами производителями СБИС разработаны рекомендации, которые в настоящее время представлены стандартами проектирования: *IEEE*1149.1÷4 "*Standard Test Access Port and Boundary-Scan Architecture*" (стандартный тест-порт и архитектура граничного сканирования) и *IEEE* P1500 "*Standard for Embedded Core Test*" (стандарт встроенных средств тестового диагностирования). Основной принцип методов тестопригодного проектирования схем заключается в сканировании входных и выходных данных в режиме тестового диагностирования СБИС. В этом режиме внутренние элементы памяти реконфигурируются в сдвигово-регистровые цепи, что обеспечивает возможность наблюдения их состояний на выходах стандартных тест-портов. Поэтому разработка методов синтеза цифровых устройств с использованием минимального числа сдвиговых регистров (СР) в качестве элементов памяти устройства является актуальной задачей.

Анализ литературы. В [1] определены подходы к реализации многотактных цифровых устройств со сдвигом входных, выходных и неявных состояний, что дает возможность реализации схем на СР. В монографии [2] предложена процедура реализации конечного автомата, заданного таблицей переходов-выходов, на сдвиговом регистре. Однако проблема нахождения условий реализуемости не полностью разрешена. В [3] предложен алгоритм синтеза конечных автоматов на СР для класса последовательностных схем, которые реализуются на одном СР.

Цель статьи. Заключается в разработке метода синтеза цифровых устройств с использованием минимального числа СР в качестве элементов памяти на основе анализа графа бинарных соответствий и разбиений состояний автоматной модели со свойствами би-отображений.

Метод синтеза. В общем случае последовательностная схема (ПС) может быть реализована на "K" сдвиговых регистрах R_1, $R_2,\ldots$, R_k (рис. 1), которые состоят из сдвигово-регистровых цепей триггеров размерностью $r_1, r_2, \ldots, r_k$, соответственно. Если N – число состояний автоматной модели цифрового устройства, то для создания сдвигово-регистровой ПС должно выполняться условие: $\lceil \log_2 N \rceil \le (r_1 + r_2 + .. + r_k) = n$, где $(r_1 + r_2 + .. + r_k) = n$ - арифметическая сумма числа триггеров в сдвиговых регистровых цепях $\mathrm{R}_1, R_2, \ldots, R_k$, а $\lceil \log_2 N \rceil$ - означает наименьшее целое число, большее или равное $\lceil \log_2 N \rceil$.

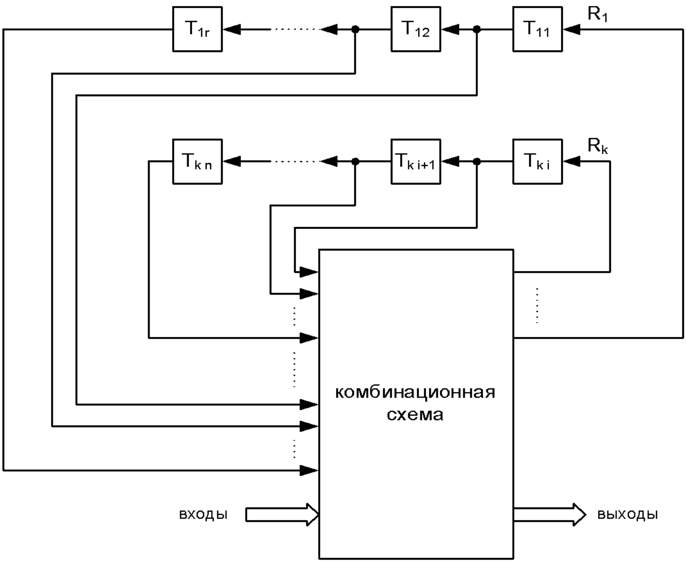

Рис. 1. Реализация последовательностной схемы на "K" сдвиговых регистрах

Очевидно, что когда K=n, то каждая сдвигово-регистровая цепь состоит из одного триггера и структура последовательностной схемы является обобщенной структурой автомата Мили с "n" функциями возбуждения входов каждого триггера.

Задача синтеза ПС на сдвиговых регистрах, которая рассматривается в настоящем разделе, формулируется следующим образом. Задана автоматная модель устройства и n-максимальное число переменных состояний, а значит, триггеров, которые кодируют N состояний автомата. Необходимо найти способ кодирования состояний, который бы минимизировал число "K" СР цепей, а следовательно, минимизировал бы комбинационную часть ПС.

Пусть задан автомат, таблица переходов которого представлена табл. 1. Автомат задан только функциями переходов.

Таблица 1

$z(t)$ \ x	$z(t+1)$, $x = 0$	$z(t+1)$, $x = 1$
z_1	z_1	z_6
z_2	z_4	z_4
z_3	z_6	z_6
z_4	z_3	z_3
z_5	z_7	z_3
z_6	z_2	z_5
z_7	z_2	z_2

Таблица 2

Q_1	Q_2	Q_3	$Q_1Q_2Q_3(t+1)$, $x = 0$			$Q_1Q_2Q_3(t+1)$, $x = 1$		
0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	1	1	0	1	1	0

Для кодирования множества внутренних состояний автомата $Z=\{z_1, z_2 \dots z_7\}$ достаточно использовать три переменных состояния, а, следовательно, три триггера Q_1, Q_2, Q_3 для реализации заданного автомата последовательностной схемой. Пусть выбран вариант кодирования состояний автомата, который представлен кодированной таблицей переходов (табл. 2).

Функции возбуждения элементов памяти последовательной схемы, представленные в минимальной дизъюнктивной нормальной форме, находятся из карт Карно (рис. 2).

$Q_1(t+1)$: xQ_1 \ Q_2Q_3	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	1	1	-	0
11	0	1	-	0
10	1	1	0	0

$Q_2(t+1)$: xQ_1 \ Q_2Q_3	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	-	1
11	1	1	-	1
10	0	0	0	0

$Q_3(t+1)$: xQ_1 \ Q_2Q_3	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	-	1
11	0	0	-	1
10	0	0	1	1

Рис. 2. Карты Карно функций возбуждения триггеров ПС

Если в качестве элементов памяти использовать D-триггеры, то функции возбуждения D-входов представляются в виде:

$$D_1 = Q_1(t+1) = \overline{Q_2}Q_3 + \bar{x}Q_1Q_2 + x\overline{Q_1}\,\overline{Q_2} + \bar{x}Q_1\overline{Q_2}\,\overline{Q_3} \qquad (1)$$

$$D_2 = Q_2(t+1) = Q_1;\quad D_3 = Q_3(t+1) = Q_2.$$

Реализация автомата последовательной схемой представлена на рис. 3.

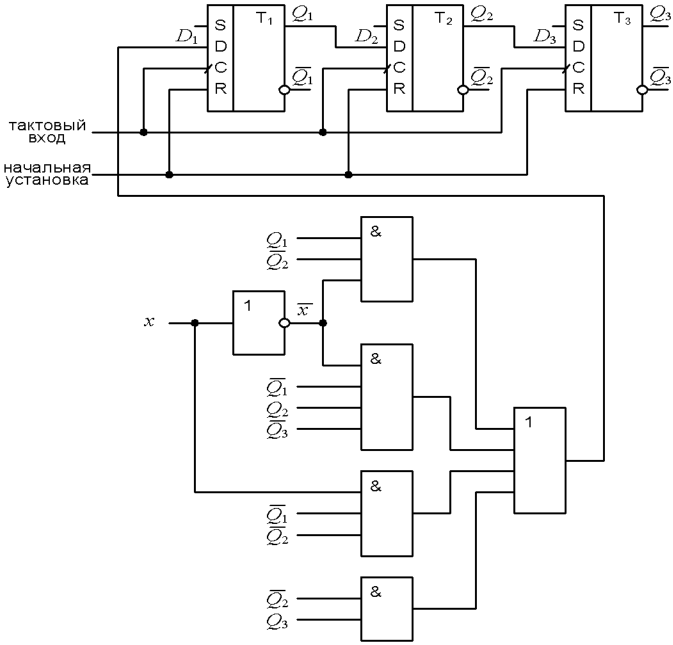

Рис. 3. Реализация автомата ПС на сдвиговом регистре

Комбинационная схема на рис. 3 реализует только одну функцию возбуждения триггера T_1, что в результате может обеспечить более экономную реализацию ПС. Три триггера T_1, T_2, T_3 образуют трехразрядный сдвиговый регистр в соответствии с уравнением (1). Реализация автомата на рис. 3 соответствует структуре ПС на одном сдвиговом регистре.

Проведем анализ варианта кодирования состояний автомата, который обеспечил его реализацию ПС на одном сдвиговом регистре. Анализируя столбцы текущих состояний элементов памяти, кодирование переменных Q_2 и Q_3 (табл. 2) можно представить двухблоковыми разбиениями, которые соответствуют 0 и 1 значениям переменных в виде:

$$\begin{aligned} \pi(Q_2) &= \left\{ \frac{B_1(Q_2)}{z_1 z_3 z_6 z_7}; \frac{B_2(Q_2)}{z_2 z_4 z_5} \right\} \\ \pi(Q_3) &= \left\{ \frac{B_1(Q_3)}{z_1 z_2 z_5 z_6}; \frac{B_2(Q_3)}{z_3 z_4 z_7} \right\} \end{aligned} \qquad (2)$$

Можно убедиться в том, что между парами разбиений $\pi(Q_2)$ и $\pi(Q_3)$ существует определенная связь. Из табл. 1 и разбиений состояний (2) получаем:

$$\begin{array}{ll} \delta(z_1,0)=z_1; & \delta(z_1,1)=z_6; \\ \delta(z_3,0)=z_6; & \delta(z_3,1)=z_6; \\ \delta(z_6,0)=z_2; & \delta(z_6,1)=z_5; \\ \delta(z_7,0)=z_2; & \delta(z_7,1)=z_2; \end{array} \tag{3}$$

Из таблицы переходов автомата и соотношений между текущими состояниями и их состояниями преемниками с учетом (2) и (3) построим графы бинарных соответствий состояний, входящих в блоки разбиений $\pi(Q_2)$ и $\pi(Q_3)$, которые изображены на рис. 4.

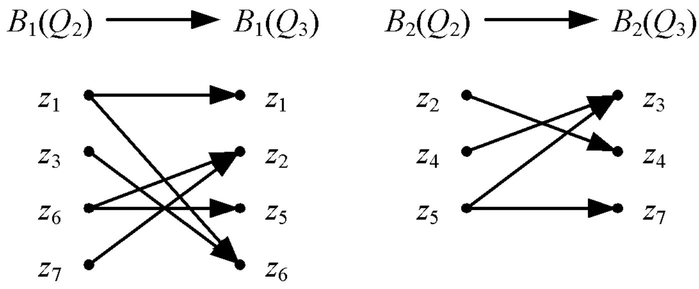

Рис. 4. Графы бинарных соответствий разбиений $\pi(Q_2)$ и $\pi(Q_3)$

Из рис. 4 следует, что текущие состояния, принадлежащие блоку $B_1(Q_2)$ имеют состояния преемники, входящие в блок $B_1(Q_3)$, для каждого входного символа, а состояния, входящие в блок $B_2(Q_2)$ имеют состояния преемники, входящие в блок $B_2(Q_3)$. Таким образом, имеет место биективное отображение блоков разбиения $\pi(Q_2)$ в блоки разбиения $\pi(Q_3)$, которое будем называть для краткости *би-отображением* разбиений $\pi(Q_2) \to \pi(Q_3)$, что можно представить в виде:

$$\begin{array}{l} \pi(Q_2)=\{\overline{B_1(Q_2)},\overline{B_2(Q_2)}\} \\ \qquad\qquad\ \ \downarrow \qquad\quad \downarrow \\ \pi(Q_3)=\{\overline{B_1(Q_3)},\overline{B_2(Q_3)}\} \end{array} \tag{4}$$

Следует отметить, что блоки разбиения $\pi(Q_3)$ не имеют свойства обратного би-отображения на блоки разбиения $\pi(Q_2)$.

Из рис. 4 и би-отображений (4) можно выделить разбиения π_a и π_b, которые строго меньше разбиений $\pi(Q_2)$ и $\pi(Q_3)$, но также обладают свойствами би-отображения:

$$\begin{array}{c} \pi_a = \left\{ \dfrac{B_1}{z_1 z_3}, \dfrac{B_2}{z_2}, \dfrac{B_3}{z_4 z_5}, \dfrac{B_4}{z_6 z_7} \right\} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \pi_b = \left\{ \overline{z_1 z_6}, \overline{z_4, z_3 z_7}, \overline{z_2 z_5} \right\} \end{array} \tag{5}$$

Блоки разбиения $\pi_в$ также не имеют свойства обратного би-отображения на блоки разбиения π_a.

Сдвигово-регистровая цепь формируется в том случае, когда состояния триггера Q_i определяет функцию возбуждения последующего триггера схемы $Q_{(i+1)}$ в виде:

$$Q_{(i+1)}(t+1) = Q_i(t) \tag{6}$$

Для выбранного варианта кодирования таблицы переходов каждой переменной состояния Q_i соответствует двухблоковое разбиение, в котором каждый блок включает 0-ые или 1-ые значения Q_i. Из рассмотренного примера реализации автомата, заданного таблицей 1 и варианта кодирования его состояний в соответствии с табл. 2, следует, что $Q_3(t+1) = Q_2(t)$, если блоки разбиения $\pi(Q_2)$ и $\pi(Q_3)$ имеют свойство би-отображения. В общем случае справедливо следующее утверждение.

Утверждение 1. Два триггера последовательностной схемы Q_i и $Q_{(i+1)}$ образуют сдвигово-регистровую цепь тогда и только тогда, когда блоки разбиения $\pi(Q_i)$ $\pi(Q_{i+1})$ имеют свойство би-отображения для всех букв входного алфавита.

Пусть n – число триггеров, необходимых для реализации заданного автомата последовательностной схемой. Для реализации ПС на сдвиговом регистре необходим такой способ кодирования внутренних состояний автомата, чтобы двухблоковые разбиения для каждой переменной состояния $\{\pi_1, \pi_2, \ldots \pi_q\}$, где $g \leq n$, удовлетворяли бы условию:
$\{\pi_1 \bullet \pi_2 \ldots \bullet \pi_q\} = \pi(0)$ и пары разбиений $\{\pi_i, \pi_{i+1}\}$, $i = \overline{1, q}$ имели свойство би-отображения.

Из кодированной таблицы переходов автомата (табл. 2) получаем двухблоковые разбиения переменных состояния в виде:

$$\pi_1 = \pi(Q_1) = \{\overline{z_1z_3z_4z_5}, \overline{z_2z_6z_7}\}$$
$$\pi_2 = \pi(Q_2) = \{\overline{z_1z_3z_6z_7}, \overline{z_2z_4z_5}\} \qquad (7)$$
$$\pi_3 = \pi(Q_3) = \{\overline{z_1z_2z_5z_6}, \overline{z_3z_4z_7}\}$$

Произведения разбиений

$$\pi_1 \bullet \pi_2 \bullet \pi_3 = \{\overline{z_1}, \overline{z_2}, \overline{z_3}, \overline{z_4}, \overline{z_5}, \overline{z_6}, \overline{z_7}\} = \pi(0) \qquad (8)$$

и разбиение $\{\pi_1, \pi_2\}\{\pi_2, \pi_3\}$ имеют свойство би-отображения. Реализация заданного автомата последовательностной схемой на одном СР является оптимальной, так как используется лишь один трехразрядный СР.

Однако, остается решить задачу нахождения двухблоковых разбиений состояний автомата со свойствами би-отображения и удовлетворяющих условию (8).

Возвращаясь к разбиениям π_a и $\pi_в$ (5), отметим, что эти разбиения со свойствами би-отображения содержат минимальное число элементов в каждом блоке разбиения и получены в результате анализа состояний преемников текущих состояний и пар состояний. Объединяя блоки разбиений π_a и $\pi_в$ в различных комбинациях в двухблоковые разбиения, получим множество таких разбиений, которые представлены в табл. 3.

Из таблицы 3 видно, что двухблоковые разбиения (π_{11}, π_{21}), (π_{21}, π_{22}) и т.д. обладают свойством би-отображения. Кроме того, разбиения π_{32} и π_{41} – эквивалентны (π_{32}=π_{41}), а последовательность разбиений $\pi_{31} \longrightarrow (\pi_{32}=\pi_{41}) \longrightarrow \pi_{42}$ имеет свойство би-отображений и произведение этих разбиений $\pi_{31} \bullet \pi_{32} \bullet \pi_{42} = \pi(0)$. Эти разбиения соответствуют разбиениям $\pi(Q_1) = \pi_{31}$, $\pi(Q_2) = \pi_{32}$, $\pi(Q_3) = \pi_{42}$ в (7) и определяют коды состояний автомата, приведенные в таблице 4, которые обеспечивают реализацию его последовательностной схемой на одном сдвиговом регистре (рис. 3).

Таблица 3

$\pi_{11} = \{\overline{z_1z_3}, \overline{z_2z_4z_5z_6z_7}\}$	$\pi_{12} = \{\overline{z_1z_6}, \overline{z_2z_3z_4z_5z_7}\}$
$\pi_{21} = \{\overline{z_1z_2z_3}, \overline{z_4z_5z_6z_7}\}$	$\pi_{22} = \{\overline{z_1z_4z_6}, \overline{z_2z_3z_5z_7}\}$
$\pi_{31} = \{\overline{z_1z_3z_4z_5}, \overline{z_2z_6z_7}\}$	$\pi_{32} = \{\overline{z_1z_3z_6z_7}, \overline{z_2z_4z_5}\}$
$\pi_{41} = \{\overline{z_1z_3z_6z_7}, \overline{z_2z_4z_5}\}$	$\pi_{42} = \{\overline{z_1z_2z_5z_6}, \overline{z_3z_4z_7}\}$
$\pi_{51} = \{\overline{z_1z_2z_3z_4z_5}, \overline{z_6z_7}\}$	$\pi_{52} = \{\overline{z_1z_3z_4z_6z_7}, \overline{z_2z_5}\}$
$\pi_{61} = \{\overline{z_1z_2z_3z_6z_7}, \overline{z_4z_5}\}$	$\pi_{62} = \{\overline{z_1z_2z_4z_5z_6}, \overline{z_3z_7}\}$
$\pi_{71} = \{\overline{z_1z_3z_4z_5z_6z_7}, \overline{z_2}\}$	$\pi_{72} = \{\overline{z_1z_2z_3z_5z_6z_7}, \overline{z_4}\}$

Таблица 4

Состояния	$\pi(Q_1)$	$\pi(Q_2)$	$\pi(Q_3)$
z_1	0	0	0
z_2	1	1	0
z_3	0	0	1
z_4	0	1	1
z_5	0	1	0
z_6	1	0	0
z_7	1	0	1

Выводы. Предложен метод синтеза ПС на СР, основанный на анализе таблицы переходов ПС, графов бинарных соответствий и би-отображений π- разбиений состояний автоматной модели ПС.

Список литературы: 1. *Девятков В.В.* Методы реализации конечных автоматов на сдвиговых регистрах. – М.: Энергия, 1974. – 72с. **2.** *Фридман А., Менон П.* Теория проектирования переключательных схем. – М.: Мир, 1978. – 654с. **3.** *Derbunovich L., Suzdal V., Sobolev A., Tatarenko D.* “Test Pattern Generators for Pseudo-Exhaustive Testing” East-West Design & Test International Conf., Alushta, Sept. 2003. **4.** *Дербунович Л.В., Клименко А.В.* Алгоритм синтеза конечных автоматов на СР// Вестник НТУ “ХПИ”. – 2004. - №17. – 63-66с.

Поступила в редколлегию 01.07.09