УДК 621.586

А.И. ГАПОН, канд. техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»
С.М. САВИЦКИЙ, аспирант НТУ «ХПИ»
Н.А. РУДАКОВА, магистр НТУ «ХПИ»
А.М. КОРКИН, магистр НТУ «ХПИ»

УПРАВЛЕНИЕ С ПРЕДСКАЗАНИЕМ ОБЪЕКТАМИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Побудована математична модель екстраполятора системи програмного управління для об'єктів з розподіленими параметрами, які мають властивості лінійного об'єкту з самовирівнюванням. Модель має представлення у вигляді рекурентної формули, де враховуються перехідні процеси у тепловому об'єкті за допомогою масиву коефіцієнтів відповідності. Модель будується для об'єктів з кількома давачями та кількома джерелами тепла.

The mathematical model of the extrapolators system of programmatic management is built for objects with the up-diffused parameters, which are characteristics of linear object with smoothing. A model knows as a recurrent formula, where it taken into account transients in a thermal object by the array of coefficients of accordance. A model is built for objects with a few sensor and a few sources of heat.

Постановка проблемы. Для инерционных объектов часто используют структуру, включающую идеальное звено экстраполяции. Теория управления с предсказанием рассматривает методы экстраполяции (предсказания) состояния объекта и выработки управляющего воздействия с упреждением [1]. В работе [2] рассматривалась система регулирования, где объект регулирования анализировался как объект с сосредоточенными параметрами. Такой подход допустим, если закон изменения температур необходимо контролировать в одной точке объема объекта регулирования, где размещается датчик температуры и исследуемый образец. Если закон изменения температур необходимо контролировать в нескольких наперед заданных точках пространства, т.е. решать задачу управления температурным полем, то от точечного объекта необходимо перейти к объекту с распределенными параметрами, который описывается уравнением теплопереноса вида [3, 4].

Для осуществления программного регулирования температурного поля в общем случае необходимо получить совместное решение уравнения теплопроводности и уравнения, описывающего систему регулирования [3, 5].

Анализ литературы. Истоки идеи индуктивного моделирования кроются в проблеме синтеза оптимального нелинейного предсказывающего фильтра, которую впервые сформулировал А.Н. Колмогоров в 1941 г. [6]. Дальнейшее развитие идея получила в теории линейной фильтрации Колмогорова-Винера [7]. В начале 60-х годов прошлого века Д. Габор предложил универсальный предсказывающий фильтр с самонастройкой в процессе обучения [8], который реализует алгоритм предсказания будущего значения стационарной функции времени по ее предыстории путем нахождения оптимальных весовых коэффициентов расширенного оператора предсказания. Однако перечисленные работы не содержат моделей фильтров, предназначенных для решения задач управления тепловыми объектами.

Некоторые вопросы теории предсказания детерминированных и случайных процессов рассмотрены в работе [9, 10], где особое внимание уделяется реализации различных алгоритмов-операторов предсказания на электронных цифровых вычислительных машинах. Результаты этой работы также не доведены до формы, удобной для управления процессом нагрева/охлаждения инерционных объектов.

В работе [3] предложено несколько методов управления температурными полями, однако в них не используется предсказывающий фильтр.

Цель статьи: разработать математическую модель предсказывающего фильтра для объекта управления с распределенными параметрами, которому присущи свойства линейности, самовыравнивания и справедлив принцип суперпозиции.

Математическая модель объекта управления.

В общем случае для управления температурным полем необходимо использовать распределенный по поверхности исследуемого объекта нагреватель. Однако, большая инерционность объекта позволяет без потери точности регулирования заменить распределенный нагреватель набором дискретных нагревателей. Поскольку контролировать (измерять) температурное поле во всех его точках физически невозможно, поэтому измерение температурного поля производится в нескольких точках пространства, а температура в промежуточных точках при необходимости определяется путем интерполирования.

Итак, пусть имеется p нагревателей, распределенных в пространстве объекта регулирования (например, на его стенках) и q датчиков температуры. Пусть в заданном диапазоне температур объект управления (температурное поле) сохраняет свои линейные свойства. Тогда для каждой точки пространства, где размещены датчики температуры, существует p переходных функций.

Пример семейства переходных функций представлен на рис. 1.

На рисунке (1) $h_1(t)$ соответствует переходной функции в точке размещения датчика температуры от ближайшего нагревателя, $h_p(t)$ переходная функция от нагревателя, расположенного дальше всех. Для q датчиков температуры в общем случае существует q семейств переходных функций $h(t)$. Очевидно, что переходные процессы, обусловленные потоками от самых дальних нагревателей, имеют наибольшую продолжительность, и к ним данная точка пространства наименее чувствительна [11, 12].

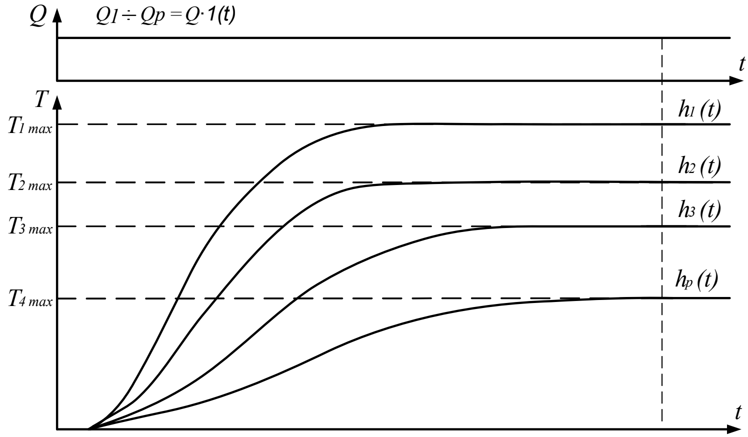

Рисунок 1 – Семейство переходных функций объекта с распределенными параметрами

Алгоритм вычисления управляющего воздействия

Введем ограничения на управляющее воздействия и математическую модель объекта управления: заменим q-мерный непрерывный сигнал (для выполнения условия единственности решений для q датчиков температуры необходимо задавать температурное поле в этих же и только этих q-точках) дискретным набором q-мерных векторов X; заменим переходные функции $h_i(t)$ ($1<i<q$) дискретным набором коэффициентов K $(i,j\cdot\tau)$, где $1<i<q$, $0<j<n$. Период дискретизации функции $X(t)$ и $h_i(t)$ принимаем одинаковым и равным τ. Для обеспечения более высокой точности регулирования период дискретизации τ выбирается по $h_1(t)$. Очевидно, что структура системы автоматического управления температурным полем будет та же, что и для объекта с сосредоточенными параметрами [2], с тем лишь отличием, что теперь $X(n\cdot\tau)$, X^* $((n+1)\ \tau)$ есть q-мерные вектора, а $Y(n\cdot\tau)$ – p-мерный вектор. Для выполнения условия существования решения должно выполняться неравенство

$$p \leq q. \qquad (1)$$

При $p=q$ существует единственное решение для вектора управления.

Построим математическую модель температурного поля для q датчиков и p нагревателей. Математическая модель температуры в точке под воздействием одного нагревателя описывается выражением:

$$Y(t) = y_0 + y_1 + y_2 = x_0K_3 + x_1K_2 + x_2K_1. \qquad (2)$$

для $t=3\cdot\tau$.

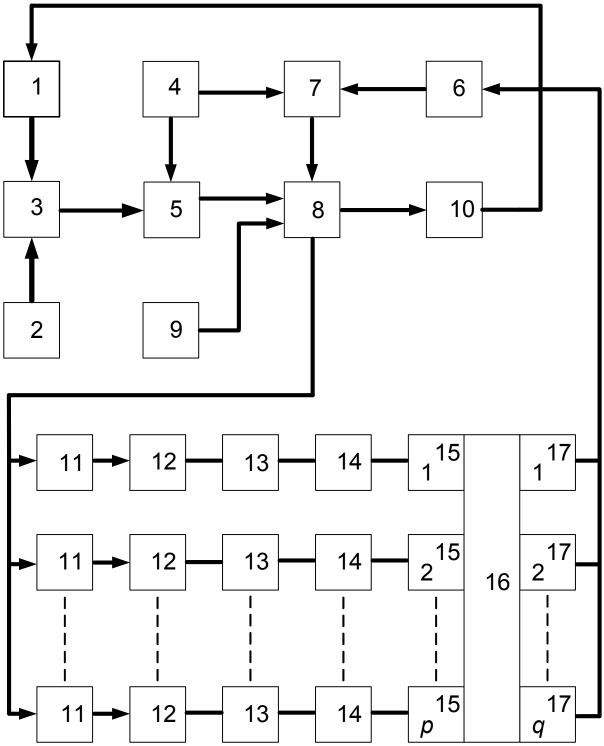

Рисунок 2 – Структурная схема системы программного управления температурным полем

Поскольку для линейных температурных полей принцип суперпозиции соблюдается, математическая модель температуры в точке для p нагревателей имеет вид:

$$Y_l(t) = \sum_{r=1}^{P} \left(K_{n,r,l} \sum_{j=0}^{i-n_{r,l}+1} X_{j_1,r} + \sum_{m=i-n_{r,l}+2}^{i-1} X_{m_1,r} \cdot K_{i-m+1,r,l} \right), \qquad (3)$$

$$(1 < l < q),$$

где n_r – число интервалов времени τ, за которое переходная функция $h(t)$ достигает установившегося значения.

Из рисунка (1) видно, что для самого дальнего нагревателя n_r – максимальное. В результате вычислений для всех точек измерения получим матрицу-столбец $[Y]$ математической модели температурного поля.

На рисунке (2) представлена структурная схема системы программного управления температурным полем, реализующей предлагаемый способ. Данная система содержит блок 1 памяти кодов приращения тепловых потоков ΔQ_i ($1< i< p$), блок 2 памяти кодов коэффициентов $K_{i,\ j,\ l}$ ($1< i< n_j$, $1< j< q$, $1< l< p$), вычислитель 3 прогнозируемого изменения температуры во всех q точках, программный задатчик 4, элемент сравнения 5 для вычисления кода и знака прогнозируемой ошибки рассогласования во всех q-точках, аналого-цифровой преобразователь 6, элемент сравнения 7 для вычисления кода и знака имеющейся ошибки рассогласования, сумматор 8 для вычисления суммарной прогнозируемой ошибки рассогласования для каждой из q точек. Также система содержит блок памяти 9 коэффициентов $K_{l,\ i,\ j}$ ($1< i < q$, $1< j< p$), вычислитель 10 кодов приращений тепловых потоков для каждого из p нагревателей. Система также содержит p функциональных преобразователей 11, элементов памяти 12, цифро-аналоговых преобразователей 13, усилителей тока 14 и нагревателей 15, а также q датчиков температуры.

После запуска системы программного регулирования температурным полем вычислитель 3 начинает вычисление прогнозируемого изменения температуры объекта относительно T_0 для каждой из точек, начиная с первой по формуле

$$\Delta T^{P}_{(i+1),l} = \sum_{r=1}^{P}\left(K_{n,r,l} \sum_{j=0}^{i-n_{r,l}+1} \Delta Q_{j,r} + \sum_{m=i-n_{r,l}+2}^{i-1} \Delta Q_{m,r} \cdot K_{i-m+1,r,l} \right), \tag{4}$$

где i=1,2,….,∞; r=1,2,….,p; l=1,2,….,q;

$\Delta \grave{O}^{P}_{(i+1),l}$ – прогнозируемое изменение температуры в l-точке к моменту времени $t=(i+1)\cdot\tau$ под воздействием суммарного теплового потока от всех нагревателей, подведенного до момента времени $t= i\cdot\tau$. Формула:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = \left(\Delta T^{З}_{i+1} - \Delta T^{P}_{i+1}\right) + \left(\Delta T^{З}_{i+1} - \Delta T^{Д}_{i+1}\right) \tag{5}$$

представляет собой математическую модель температурного поля в момент времени $t=(i+1)\cdot\tau$. В элементе сравнения 5 вектор прогнозируемой температуры сравнивается с вектором температуры задатчика 4. По аналогии с выражением

$$\Delta_1 = \Delta T^{З}_{i+1} - \Delta T^{Р}_{i+1}, \tag{6}$$

запишем уравнение вектора разности Δ_1 в матричной форме:

$$\left\{\Delta_1\right\} = \left\{\Delta T^{З}_{i+1}\right\} - \left\{\Delta T^{Р}_{i+1}\right\}. \tag{7}$$

Аналогично вектор текущей ошибки рассогласования вычисляется по формуле

$$\left\{\Delta_2\right\} = \left\{\Delta T^{З}_{i+1}\right\} - \left\{\Delta T^{Д}_{i+1}\right\}, \tag{8}$$

где $\left\{\Delta T^{Д}_{i+1}\right\}$ – вектор приращений температуры в точках, измеренных датчиками.

Вычисления по формуле (8) осуществляет элемент сравнения 7. Суммарный вектор прогнозируемых ошибок рассогласования вычисляет сумматор 8 по формуле:

$$\{\Delta\} = \{\Delta_1\} + \{\Delta_2\} = \left(\left\{\Delta T_{i+1}^{З}\right\} - \left\{\Delta T_{i+1}^{P}\right\}\right) + \left(\left\{\Delta T_{i+1}^{З}\right\} - \left\{\Delta T_{i+1}^{Д}\right\}\right) \quad (9)$$

Очевидно, что для i=1, при условии, что температура во всех точках пространства не отличалась от T_0 $\{\Delta\}=\{\Delta T_{i+1}^{З}\}$, так как все остальные слагаемые равны нулю.

Для того, чтобы с момента времени $t= i\cdot\tau$ до момента времени $t=(i+1)\cdot\tau$ температура во всех точках поля стала равной заданной по программе, необходимо подвести дополнительно тепловой поток, который вызовет равное по величине, но противоположное по знаку изменение температуры во всех соответствующих точках. Но на каждую точку поля воздействуют все p нагревателей одновременно. Поэтому для i точки пространства ($1< i < q$)это изменение должно удовлетворят уравнению

$$\Delta Q_1\cdot K_{1,\,1,\,i} + \Delta Q_2\cdot K_{1,\,2,\,i} + \ldots + \Delta Q_p\cdot K_{1,\,p,\,i} = -\Delta_i\,. \quad (10)$$

Таких уравнений – q. Поэтому значение приращений тепловых потоков для каждого из нагревателей вычисляется путем совместного решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \Delta Q_1\cdot K_{1,1,1} + \Delta Q_2\cdot K_{1,2,1} + \ldots + \Delta Q_p\cdot K_{1,p,1} = -\Delta_1; \\ \Delta Q_1\cdot K_{1,1,2} + \Delta Q_2\cdot K_{1,2,2} + \ldots + \Delta Q_p\cdot K_{1,p,2} = -\Delta_2; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Delta Q_1\cdot K_{1,1,q} + \Delta Q_2\cdot K_{1,2,q} + \ldots + \Delta Q_p\cdot K_{1,p,q} = -\Delta_q; \end{cases} \quad (11)$$

или в матричной форме

$$[K_1]\cdot\{\Delta Q\} = -\{\Delta\}, \quad (12)$$

где $[K_1]$ – в общем случае прямоугольная матрица размером p х q, $\{\Delta Q\}$ – матрица строка, содержащая p элементов; $\{\Delta\}$ – матрица столбец, содержащая q элементов. Из теории матриц [13] известно, что система уравнений (12) имеет решение, если $p\geq q$ и имеет единственное решение, если $p=q$, т.е матрица $[K_1]$ – квадратная.

Из условия единственности решения вытекает необходимость того, чтобы число датчиков в объекте регулирования равнялось числу нагревателей. При $p>q$ система (12) имеет множество решений. Для исключения такой множественности необходимо значение ΔQ_i для $q< i\leq p$ зафиксировать и считать их известными. В принципе, известны системы управления, содержащие контуры грубой и точной настройки. Поэтому в случае, когда $p>q$ предлагается такой подход для определения ΔQ_i. Первые (p-q) нагревателей используются в качестве нагревателей грубой настройки, для которых мощность на интервале времени от $i\cdot\tau$ до $(i+1)\cdot\tau$ определяется по формуле:

$$\Delta Q_i = \frac{\Delta_{ср}}{C_к} \cdot \frac{\eta}{q} \quad (i = p-q, p-q+1, \ldots, p), \tag{13}$$

$$\Delta_{ср} = \frac{\sum_{j=1}^{q} \Delta_j}{q}, \tag{14}$$

где $\Delta_{ср}$ – среднее приращение температуры в объекте регулирования, $C_к$ – теплоемкость объекта регулирования, η – коэффициент определяющий долю суммарной мощности нагревателей грубой настройки от мощности всех нагревателей.

После вычисления значения приращения теплового потока ΔQ нагревателей грубой настройки, эти значения подставляются в систему уравнений (11), решение которой дает значение приращений теплового потока нагревателей точной настройки. Затем, по формуле вычисляется полный тепловой поток для каждого из p нагревателей:

$$Q_i = \sum_{j=0}^{i} \Delta Q_j . \tag{15}$$

Выводы. Получено выражение для предсказания изменения температурного поля объекта с распределенными параметрами при подаче на него управляющего воздействия в виде ступенчатой функции.

Разработана структурная схема системы управления с предсказывающим фильтром, и описан алгоритм вычисления множества ступенчатых функций управляющего воздействия.

Список литературы: **1.** Вестник Национального технического университета «Харьковского политехнического института». Сборник научных трудов. Тематический выпуск: Автоматика и приборостроение. – Харьков: НТУ «ХПИ». 2010. №20–с 27–33. **2.** *А.Г. Бутковский.* Методы управления систематми с распределенными параметрами. М. Наука. Главн. ред. физ-мат. лит-ры. 1975. –568 с. **3.** *Бутковский А.Г.* Характеристики систем с распределенными параметрами: Справ. Пособие. – М.: Наука, 1979. – 224 с. **4.** *Лыков А.В.* Тепломасообмен. Справочник. – М.: Энергия, 1972. – 560 с. **5.** *Колмогоров А. Н.* Проблема синтеза оптимального предсказывающего фильтра. – Изв. АН СССР. Сер. матем. и естеств. наук, №5, 1941. С 112–129. **6.** *Weiner N.* The Extrapolation Interpolation and Smoothing of Stationary Time-Series. I. Willey, N.Y., 1949. – 290 p. **7.***Gabor D., Wilby W.R., Woodcock R.A.* A universal nonlinear filter, predictor and simulator which optimizes itself by a learning process. Proc. Inst. Electr. Engrs., vol. 108., part B, №40, 1961. Pp .85-98. **8.** *Ивахненко А. Г., Лапа В.Г.* Предсказание случайных процессов. – Киев, Наукова думка, - 1971 – 415 с. **9.** *Сироджа И.Б.* Квантовые модели и методы искусственного интеллекта для принятия решений и управления. – Киев, Наукова думка, 2002, –490 с. **10.** *Кадымов Я.Б.* Переходные процессы в системах с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1968. – 191с. **11.** *Дейнега В.Т., Горлов В.А., Тишечкин С.В.* Определение времени выхода в режим для объекта с распределенными параметрами. – В кн.: Вопросы радиоэлектроники, Сер. ТРТО, вып. 2, 1976, с. 111-117. **12.** *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. – М.: Наука,1066.–326с.

Поступила в редакцию 07.02.2011