

УДК 629.017

БОБОШКО А.А., ХНАДУ

ВЛИЯНИЕ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ ПОВОРОТОМ УПРАВЛЯЕМЫХ КОЛЕС НА ТРАЕКТОРИЮ ДВИЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЯ «КРАБОМ»

Визначено траекторію руху центра мас автомобіля в несталій стадії повороту керованих коліс при кутовій швидкості, що змінюється, їхнього повороту ($w_k = var$) у випадку руху «крабом». Досліджено синусоїдальний й експонентний закон зміни кутової швидкості повороту керованих коліс.

Введение. В последние годы за рубежом появились модели автомобилей, у которых поворот управляемых колес осуществляется одновременно в одну сторону. Это позволяет осуществить движение (маневр), напоминающее движения боком краба. Отсюда в некоторых источниках такой маневр получил название «движение крабом».

Анализ последних достижений и публикаций. Ранее нами [1] показано, что в установившейся стадии маневра (при установившемся положении управляемых колес) траектория движения центра масс автомобиля представляет собой прямую линию. В неустановившейся стадии движения управляемых колес при постоянной ($w_k = const$) угловой скорости их поворота траектория движения центра масс автомобиля представляет собой дугу окружности, радиус которой можно определить как

$$R = \frac{V}{w_k}, \tag{1}$$

где V – линейная скорость центра масс автомобиля.

Однако в литературе отсутствуют сведения о траектории движения центра масс автомобиля в неустановившейся стадии поворота управляемых колес при изменяющейся угловой скорости их поворота ($w_k = var$) в случае движения «крабом».

Цель и постановка задачи. Целью исследования является определение влияния закона изменения угловой скорости управляемых колес автомобиля на траекторию перемещения центра масс автомобиля при движении «крабом».

Для достижения указанной цели необходимо решить следующие задачи:

- определить траекторию движения центра масс автомобиля при синусоидальном законе изменения угловой скорости поворота управляемых колес;
- определить траекторию движения центра масс автомобиля при экспоненциальном законе изменения угловой скорости поворота управляемых колес.

Синусоидальный закон изменения угловой скорости управляемых колес. Синусоидальный закон очень удобен для описания полного цикла выполнения маневра «переставка» при движении автомобиля «крабом».

На рис. 1 представлены графики, иллюстрирующие указанный закон изменения угловой скорости w_k и угла поворота α управляемых колес.

Изменение угловой скорости поворота управляемых колес описывается известным соотношением

$$w_k = w_{k \max} \sin(\Omega t), \tag{2}$$

где t – время;
 Ω – круговая частота изменения угловой скорости поворота управляемых колес;
 $w_{k \max}$ – максимальное значение угловой скорости поворота управляемых колес.
 Угол поворота управляемых колес

$$\alpha = \int w_k dt = w_{k \max} \int \sin(\Omega t) dt = c_5 - \frac{w_{k \max}}{\Omega} \cos(\Omega t). \quad (3)$$

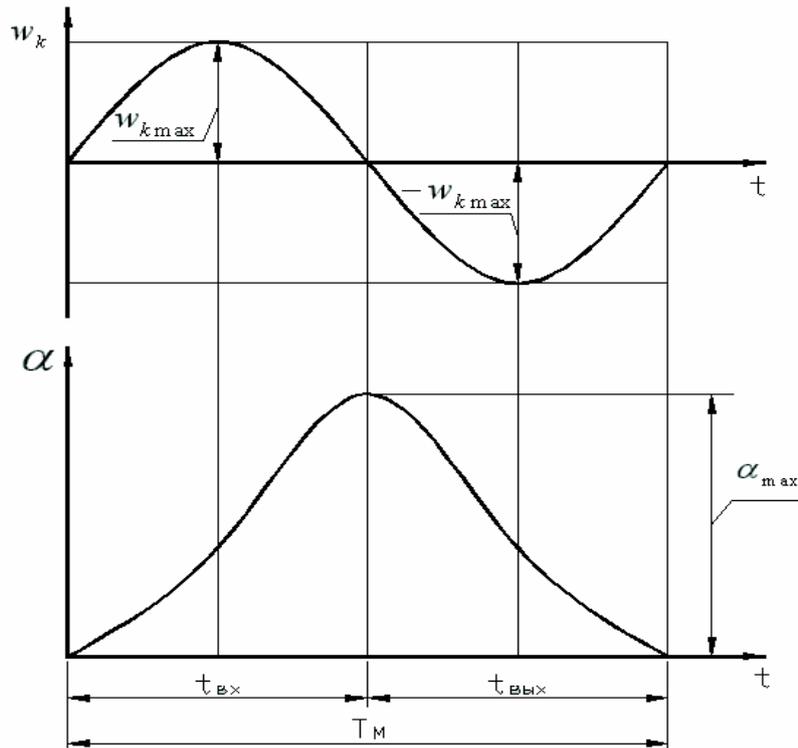


Рисунок 1 – Изменение угловой скорости w_k и угла поворота α управляемых колес при выполнении цикла перемещений маневра «переставка»: T_M – время маневра; $t_{\text{вх}}$, $t_{\text{вых}}$ – время входа в маневр и выхода из него.

При $t = 0$ величина $\alpha = 0$. Подставляя начальные условия в выражение (3), получим

$$\alpha = \frac{w_{k \max}}{\Omega} [1 - \cos(\Omega t)]. \quad (4)$$

Определим параметры, входящие в уравнение (3) и (4). При $t = t_{\text{вх}}$ величина $\alpha = \alpha_{\max}$. Тогда

$$\alpha = \frac{w_{k \max}}{\Omega} [1 - \cos(\Omega \cdot t_{\text{вх}})]. \quad (5)$$

В выражении (5)

$$\Omega \cdot t_{ex} = \pi, \quad (6)$$

Откуда определим

$$\Omega = \frac{\pi}{t_{ex}}. \quad (7)$$

Подставляя (6) в (5), получим

$$\alpha_{max} = \frac{2w_{kmax} \cdot t_{ex}}{\pi}. \quad (8)$$

Из выражения (8) определим

$$w_{kmax} = \frac{\pi \cdot \alpha_{max}}{2 \cdot t_{ex}}. \quad (9)$$

Выражение (4) описывает закон кругового движения управляемых колес в процессе выполнения маневра «переставка» при отсутствии установившейся стадии. Если возникнет необходимость учета установившейся стадии, то полный цикл поворота управляемых колес можно описать кусочной функцией (при $t_{ex} = t_{вых}$)

$$\alpha = \begin{cases} \frac{\alpha_{max}}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{t_{ex}} \cdot t\right) \right] & - \text{при } 0 \leq t \leq t_{ex}; \quad (10) \\ \alpha_{max} & - \text{при } t_{ex} \leq t \leq t_{ex} + t_{cm}; \quad (11) \\ \frac{\alpha_{max}}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{t_{ex}} \cdot (t - t_{ycm})\right) \right] & - \text{при } t_{ex} + t_{cm} \leq t \leq T_M. \quad (12) \end{cases}$$

Поскольку нас интересует закон движения центра масс автомобиля на неустановившейся стадии маневра, то достаточно рассмотреть стадию входа либо стадию выхода из маневра. Рассмотрим стадию входа в маневр.

Компоненты вектора скорости центра масс по координатным осям:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = V \cos \left[\frac{\alpha_{max}}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi \cdot t}{t_{ex}} \right) \right]; \quad (13)$$

$$V_y = \frac{dy}{dt} = V \sin \left[\frac{\alpha_{max}}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi \cdot t}{t_{ex}} \right) \right]. \quad (14)$$

Выражения (13) и (14) можно преобразовать к виду

$$\frac{dx}{dt} = V \left[\cos \frac{\alpha_{max}}{2} \cos \left(\frac{\alpha_{max}}{2} \cos \frac{\pi \cdot t}{t_{ex}} \right) + \sin \frac{\alpha_{max}}{2} \sin \left(\frac{\alpha_{max}}{2} \cos \frac{\pi \cdot t}{t_{ex}} \right) \right]; \quad (15)$$

$$\frac{dy}{dt} = V \left[\sin \frac{\alpha_{max}}{2} \cos \left(\frac{\alpha_{max}}{2} \cos \frac{\pi \cdot t}{t_{ex}} \right) - \cos \frac{\alpha_{max}}{2} \sin \left(\frac{\alpha_{max}}{2} \cos \frac{\pi \cdot t}{t_{ex}} \right) \right]. \quad (16)$$

Произведя интегрирование и преобразования, окончательно получим

$$x = V \cos\left(\frac{\alpha_{\max}}{2}\right) \left[t \left(1 - \frac{\alpha_{\max}^2}{16} \right) - \frac{\alpha_{\max}^2 \cdot t_{\text{ex}}}{32\pi} \sin\left(\frac{2\pi \cdot t}{t_{\text{ex}}}\right) \right] + \tag{17}$$

$$+ V \sin\left(\frac{\alpha_{\max}}{2}\right) \left[\frac{\alpha_{\max}^2 \cdot t_{\text{ex}}}{2\pi} \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{t_{\text{ex}}}\right) \right] \cdot \left[1 - \frac{\alpha_{\max}^2}{24} \left(1 - \frac{1}{3} \sin^2\left(\frac{\pi \cdot t}{t_{\text{ex}}}\right) \right) \right];$$

$$y = V \sin\left(\frac{\alpha_{\max}}{2}\right) \left[t \left(1 - \frac{\alpha_{\max}^2}{16} \right) - \frac{\alpha_{\max}^2 \cdot t_{\text{ex}}}{32\pi} \sin\left(\frac{2\pi \cdot t}{t_{\text{ex}}}\right) \right] - \tag{18}$$

$$- V \cos\left(\frac{\alpha_{\max}}{2}\right) \left[\frac{\alpha_{\max}^2 \cdot t_{\text{ex}}}{2\pi} \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{t_{\text{ex}}}\right) \right] \cdot \left[1 - \frac{\alpha_{\max}^2}{24} \left(1 - \frac{1}{3} \sin^2\left(\frac{\pi \cdot t}{t_{\text{ex}}}\right) \right) \right].$$

На рис. 2 представлены графики изменения угловой скорости поворота управляемых колес при входе в поворот. Линия 1 соответствует $w_k = \text{const}$, а кривая 2 – зависимости (2).

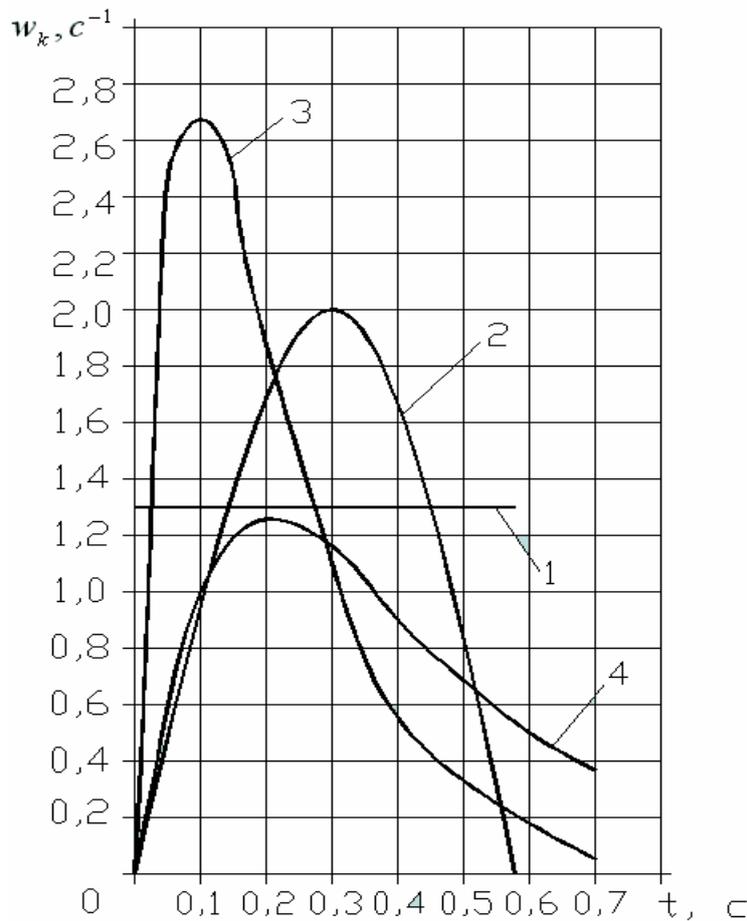


Рисунок 2 – Сравнение законов изменения угловой скорости управляемых колес автомобиля при входе в маневр: $\alpha_{\max} = 0,75$ рад; $t_{\text{вх}} = 0,582$ с; 1 – $w_k = 1,289$ с⁻¹ = const; 2 – $w_k = w_{k \max} \cdot \sin(\Omega t)$; 3,4 – экспоненциальный закон при $\tau_{\text{вх}} = 0,1$ с и $\tau_{\text{вх}} = 0,2$ с соответственно; $V = 16,7$ м/с.

На рис. 3 кривая 1 иллюстрирует траекторию движения центра масс автомобиля при входе в поворот. Эта кривая получена при расчете по формулам (17) и (18) и соответствует синусоидальному закону изменения угловой скорости поворота управляемых колес в процессе входа в поворот. Кривая 2 – это дуга окружности, по которой движется центр масс автомобиля при входе в поворот и $w_k = const$.

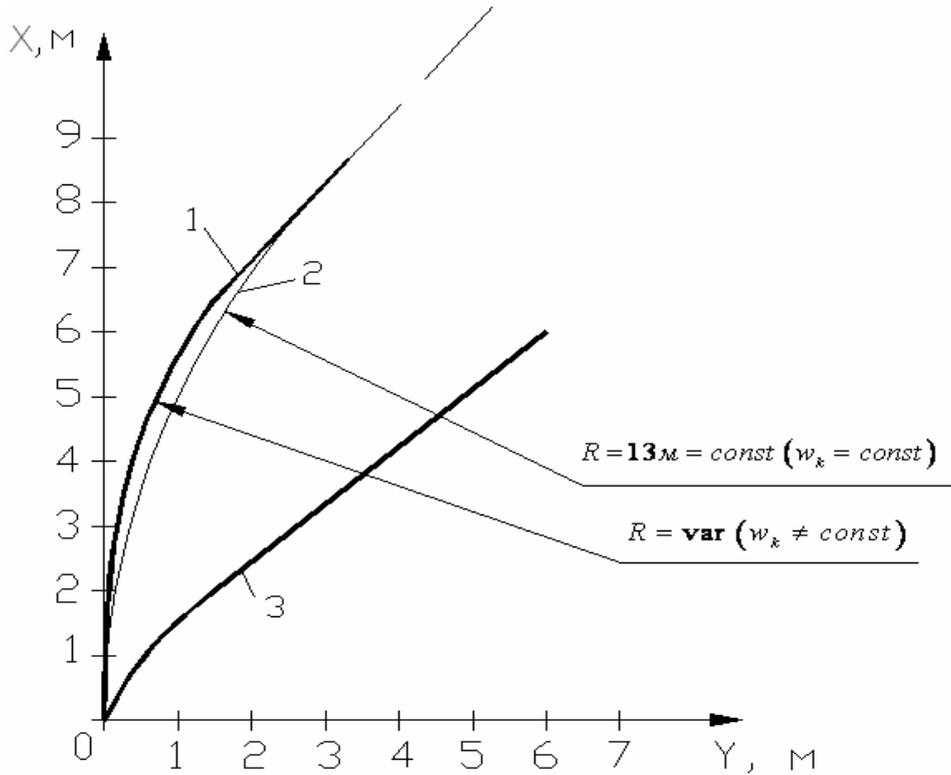


Рисунок 3 – Траектория движения центра масс автомобиля при входе в маневр: 1 – $w_k = w_k \cdot \sin(\Omega t)$; 2 – $w_k = const$ при $\alpha_{max} = 0,75$ рад; $t_{вх} = 0,582$ с; $V = 16,7$ м/с; 3 – экспоненциальный закон при $\tau_{вх} = 0,1$ с, $t_{вх} = 0,582$ с

Сравнение кривых 1 и 2 показывает, что при одинаковом α_{max} в случае $w_k = const$ автомобиль быстрее смещается в боковом направлении, чем при $w_k = var$ в начальный момент времени, но к концу входа в поворот положение выравнивается.

Экспоненциальный закон изменения угловой скорости управляемых колес.
Для описания процесса поворота управляемых колес целесообразно использовать следующую зависимость

$$w_k = C \cdot t \cdot \exp(-t/\tau_{ex}), \tag{19}$$

где C – коэффициент пропорциональности;
 τ_{ex} – постоянная времени при входе в маневр.

Угол поворота управляемых колес

$$\alpha = \int w_k dt = c_1 + c \cdot \exp(-t/\tau_{ex}) \cdot (t \cdot \tau_{ex} - \tau_{ex}^2). \tag{20}$$

Начальные условия: при $t = 0$ и $\alpha = 0$. В этом случае

$$c_1 = c \cdot \tau_{ex}^2. \quad (21)$$

Угловая скорость поворота управляемых колес

$$w_k = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\alpha_{max} \cdot t \cdot \exp(-t/\tau_{ex})}{\tau_{ex}^2 \left[1 - (1 - t/\tau_{ex}) \exp(-t/\tau_{ex}) \right]}. \quad (22)$$

Графики зависимости (22) при различных значениях постоянной времени τ_{ex} представлены на рис. 2 (кривые 3, 4). Экспоненциальная зависимость (22) по сравнению с синусоидальной менее точна, поскольку при $t = t_{ex}$ не позволяет получить $w_k = 0$. Снизить эту погрешность можно уменьшением значения постоянной времени τ_{ex} . При $\tau_{ex} = 0.1$ с эта погрешность минимальна для рассматриваемого случая (см. рис. 2).

Интегрируя уравнения движения в рассматриваемом случае с учетом начальных условий ($x = 0$ и $y = 0$ при $t = 0$), получим

$$x = V \left\{ \frac{3}{16} \frac{\tau_{ex}}{D^2} + \left(1 - \frac{1}{4D^2} \right) t - \frac{\tau_{ex}}{4D^2} \exp\left(-\frac{2t}{\tau_{ex}}\right) \left[1 - 0.25 \exp\left(-\frac{2t}{\tau_{ex}}\right) \right] \right\}; \quad (23)$$

$$y = V \left\{ \frac{1}{D} \left(1 - \frac{1}{6D^2} \right) t - \frac{\tau_{ex}}{2D} \left(1 - \frac{11}{36D^2} \right) + \frac{\tau_{ex}}{2D} \exp\left(\frac{-2t}{\tau_{ex}}\right) \cdot \left[1 - \frac{1}{2D^2} - \frac{1}{18D^2} \exp\left(\frac{-4t}{\tau_{ex}}\right) + \frac{1}{4D^2} \exp\left(\frac{-2t}{\tau_{ex}}\right) \right] \right\}. \quad (24)$$

На рис. 3 (кривая 3) представлена траектория движения автомобиля при экспоненциальном законе изменении угловой скорости управляемых колес в процессе входа в маневр. Сравнивая кривую 3 с кривыми 1 и 2, можно сделать вывод о том, что при экспоненциальном законе управления автомобиль осуществляет маневр значительно быстрее.

Выводы

Полученные результаты позволяют произвести оценку характера движения автомобиля при движении «крабом» в процессе входа в маневр «переставка» и различных законах поворота управляемых колес.

Список литературы: 1. Бобошко А.А. Исследование движения автомобиля со всеми управляемыми колесами при повороте их в одну сторону // Вестник НТУ «ХПИ» «Автомобиле- и тракторостроение». – Харьков: НТУ «ХПИ», 2007. – №12. – с. 34-43.