

УДК 656.08

*А. В. САРАЕВ*, канд. техн. наук, доц. ХНАДУ, Харьков**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЭКСТРЕННОЙ  
ОСТАНОВКИ АВТОМОБИЛЯ**

Предлагается для оценки параметров экстренной остановки автомобиля математическая модель, записанная в дифференциальных уравнениях и решаемая аналитическим способом. С использованием данной модели возможно определить в любой момент времени скорость и координаты автомобиля, в процессе его торможения. Преимущества разработанной модели в повышении точности расчета и улучшении информативности оценки экстренной остановки автомобиля. Это позволяет усовершенствовать метод оценки тормозной эффективности автомобиля для исследования обстоятельств дорожно-транспортного происшествия, что в целом должно способствовать повышению объективности выводов автотехнической экспертизы.

**Ключевые слова:** дорожно-транспортное происшествие, торможение, эффективность, расчет, модель, метод, усовершенствование.

**Введение.** Одной из основных задач исследования дорожно-транспортного происшествия (ДТП), является восстановление механизма его развития во времени. Для этого исследуется тормозная эффективность автомобиля, которая наряду с другими параметрами движения автомобиля и дает полную, и исчерпывающую картину обстоятельств ДТП. Чем точнее эксперт сможет оценить тормозную эффективность автомобиля, рассчитать его скорость движения в различные моменты времени, тем объективнее будет вывод всей экспертизы. Поэтому такая важная и актуальная проблема повышения точности расчета тормозной эффективности автомобиля, его скорости движения в процессе развития ДТП должна решаться на современном уровне с использованием математического аппарата и программного обеспечения.

**Анализ основных достижений и литературы.** Детально и глубоко вопросами исследования тормозной динамики автомобиля занимались такие известные ученые как Чудаков Е.А., Бухарин Н.А., Гредескул А.Б., Генбом Б.Б. и многие другие. Поэтому в настоящее время сложились целые научные школы, исследующие динамические свойства автомобиля, например, в Украине - это школа «Динамика торможения и тормозные системы автотранспортных средств», которую в настоящее время возглавляет профессор Туренко А.Н. Применительно к исследованиям ДТП наиболее подробно процесс торможения рассмотрен в работах под руководством профессора Иларионова В.А. [1, 2]. В настоящее время недостатки и проблемы существующих экспертных расчетных методов процесса торможения автомобиля подняты и исследуются как в Украине [3, 4, 5, 6, 7], так и за рубежом [8, 9].

**Цель исследования и постановка задачи.** Повысить точность и информативность расчета тормозной эффективности автомобиля.

Для этого необходимо решить следующие основные задачи:

- с использованием дифференциальных уравнений и программного обеспечения составить и решить математическую модель, которая в полной мере будет отображать процесс экстренной остановки автомобиля.

- усовершенствовать метод расчета тормозной эффективности и скорости движения автомобиля для проблемных вопросов исследования обстоятельств ДТП.

**Материалы исследования.** В большинстве случаев при возникновении опасной дорожной ситуации, чтобы предотвратить ДТП, водитель должен применять экстренное торможение. Насколько исследования вопроса процесса торможения от

© А. В. Сараев, 2014

времени важно для анализа ДТП? - объясним на примере. Пусть АТС движется со скоростью 90 км/ч - это 25 м/с, т.е. за 1 секунду АТС проезжает путь в 25 м. Тогда, например, за время в 0,2 с АТС проезжает 5 м, а за время 0,4 с - 10 м. Иногда, для предотвращения ДТП, не хватает нескольких десятков метра. Поэтому так важно, чтобы во время анализа ДТП учитывалась каждая десятая секунда и каждая десятая метра остановочного пути транспортного средства.

Предметное видение процесса торможения автомобиля во времени дает тормозная диаграмма (рис. 1).

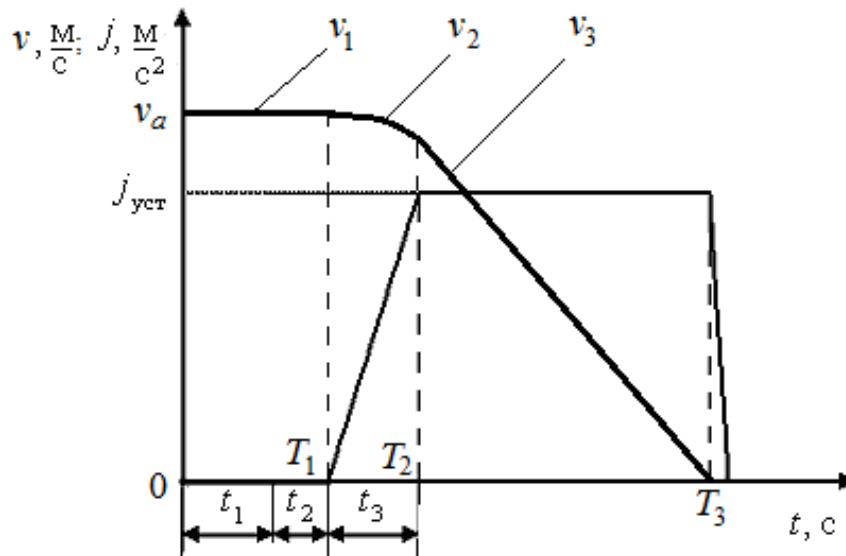


Рисунок 1 – Тормозная диаграмма процесса экстренной остановки автомобиля

На тормозной диаграмме время реакции водителя  $t_1$  – это интервал времени с момента реагирования водителя на опасность, до начала действия его на педаль тормоза. Время запаздывания срабатывания тормоза  $t_2$  – промежуток времени с момента нажатия на педаль тормоза до момента появления замедления автомобиля. Время нарастания замедления  $t_3$  – это интервал времени с начала замедления автомобиля до момента, когда замедление достигает своего постоянного (установившегося) значения. Время торможения с установившимся замедлением  $t_4$  – это интервал времени, когда автомобиль тормозит с максимальной эффективностью.

Интервалы времени  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  эксперт (исследователь ДТП) должен принимать согласно существующим методическим рекомендациям, той страны, где произошло ДТП. Время реакции водителя  $t_1$  зависит от множества факторов: пола, возраста, квалификации, физического состояния водителя. Поэтому при исследовании ДТП используются среднестатистические значения времени реакции водителя. Например, в некоторых странах при исследовании ДТП время реакции водителя считается постоянным и равным 0,68 с, или 0,8 с [1]. Употребление единого значения времени для всех видов ДТП не всегда оправданно. От водителя нельзя требовать предельного напряжения при любых обстоятельствах и постоянной готовности к выполнению эффективных действий по предупреждению ДТП. Иногда препятствие может появиться для водителя без предшествующих признаков опасности, например, выход пешехода на проезжую часть за пределами населенного пункта, где переход не

разрешен. В других случаях, наоборот, водитель может предусматривать характер препятствия и место его появления и имеет возможность заведомо подготовиться к принятию необходимых мер безопасности, например, при выходе пешехода на проезжую часть, где переход разрешается, вслед за другим пешеходом. Поэтому специалисты обоснованно считают, что более правильно применять значение времени реакции водителя в зависимости от дорожно-транспортной ситуации, например, в некоторых странах используются дифференцированные значения времени реакции водителя в пределах 0,6-1,4 с [2].

Что касается интервала времени запаздывания торможения  $t_2$ , то он зависит от категории и базы транспортного средства, а также типа тормозного привода и конструкции тормозных механизмов. Соответственно это время может находиться в пределах 0,1-0,4 с [3]. Меньшие значения времени  $t_2$  присущие легковым автомобилям, а большие – грузовикам.

Время нарастания замедления  $t_3$  в основном зависит от категории, загрузки и типа тормозного привода транспортного средства, а также от коэффициента сцепления колес с дорогой. Существуют общие рекомендации относительно выбора времени нарастания замедления. Например, на сухом асфальте для легковых автомобилей и грузовых на их базе (категории  $M_1$  и  $N_1$ )  $t_3 = 0,4$  с; для небольших автобусов (категория  $M_2$ )  $t_3 = 0,5$  с и для всех остальных категорий автомобильных транспортных средств в снаряженном состоянии  $t_3 = 0,6$  с [4].

Основными критериями оценки эффективности торможения автомобиля при исследовании ДТП являются его остановочный путь и установившееся замедление. Остановочный путь автомобиля - это расстояние, которое проходит автомобиль от момента реагирования водителя на опасность до момента остановки. Формула для расчета остановочного пути автомобиля имеет следующий вид [1, 2]

$$S_0 = (t_1 + t_2 + 0,5t_3) \frac{V_a}{3,6} + \frac{V_a^2}{26j_0}, \quad (1)$$

где  $S_0$  – остановочный путь автомобиля, м;

$t_1$  – время реакции водителя, с;

$t_2$  – время запаздывания срабатывания действия тормозов автомобиля, м;

$t_3$  – время нарастания замедления автомобиля, м;

$V_a$  – скорость движения автомобиля перед торможением, км/ч;

$j_0$  – установившееся замедление автомобиля, м/с<sup>2</sup>.

Установившееся замедление - это среднее значение замедления автомобиля в установившейся фазе торможения с максимальной эффективностью (см. рис. 1). Установившееся замедление автомобиля можно определить тремя разными способами: путем расчета, по систематизированным статистическим данным и измерением при проведении эксперимента. По формуле (1) несложно рассчитать остановочный путь любого автомобильного транспортного средства, поскольку, как было уже сказано, все переменные, что входят в эту формулу определяются по систематизированным статистическим данным кроме скорости движения автомобиля, которая определяется по формуле

$$v_a = 1,8j_0t_3 + \sqrt{26j_0S_0}. \quad (2)$$

где  $S_u$  – длина следа торможения (юза) на дорожном покрытии, м.

В большинстве своем современные автомобили оборудуются тормозными системами, не допускающими блокировку колес и образование следов юза на дорожном покрытии. В таком случае объективные данные для расчета параметров движения автомобиля по формулам (1) и (2) практически отсутствуют и, для определения скорости автомобиля приходится прибегать к показаниям водителя, свидетелей, потерпевших. Естественно, такой способ определения параметров движения автомобиля является необъективным и сопряжен с неизбежными погрешностями.

**Результаты исследования.** Для повышения информативности и объективности экспертного исследования ДТП в работе предлагается усовершенствовать математическую модель оценки параметров экстренного торможения автомобиля. Известно, что аналитический метод решения технической задачи является наиболее точным. Если этот метод невозможно применить при решении задачи, то используют другие математические методы, наиболее распространенные из которых численные, асимптотические, статистические, булевы и т.д. Чтобы на новом более точном уровне формализовать процесс экстренной остановки автомобиля, рассмотрим этот процесс поэтапно на трех участках  $0T_1$ ,  $T_1T_2$ ,  $T_2T_3$  (см. рис. 1). На участке  $0T_1$  водитель начинает реагировать на опасность за некоторое время  $t_1$  и дальше нажимает на педаль тормоза, но начало срабатывания тормозов происходит не мгновенно, а с некоторым опозданием  $t_2$ . Можно предположить, что за этот небольшой интервал времени скорость движения  $v_1$  будет неизменной. Дальше на втором участке  $T_1T_2$  замедление автомобиля начинает возрастать до некоторой максимальной величины. На третьем участке  $T_2T_3$  происходит торможение транспортного средства с максимальной эффективностью, когда его замедление приобретает установившееся значение  $j_0$ .

Еще раз сформулируем условия задачи. Во-первых, необходимо определить остановочный путь автомобиля, состоящий из трех участков  $S_1(t_1 + t_2)$ ;  $S_2(t_3)$ ;  $S_3(t_4)$ , когда конец одного участка является началом следующего и когда известно, что значения интервалов времени  $t_1, t_2, t_3$  берутся экспертом по систематизированным методическим данным. Известны также в этой задаче значение скорости автомобиля перед торможением  $v_a$  и значение его установившегося замедления  $j_0$ . Во-вторых, необходимо определить время остановки автомобиля. В-третьих, необходимо решить обратную задачу по определению скорости движения автомобиля перед торможением  $v_a$ , если известны значения его установившегося замедления  $j_0$  и интервалы времени  $t_1, t_2, t_3, t_4$ .

Решим поставленные задачи аналитическим способом. Для этого запишем функцию замедления от времени на трёх последовательных участках остановочного пути, как

$$j(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq T_1; \\ at + b, & T_1 \leq t \leq T_2; \\ j_0 = const, & T_2 \leq t \leq T_3. \end{cases} \quad (3)$$

Запишем функции скорости и расстояния на трёх участках остановочного пути в виде дифференциальных уравнений с начальными условиями когда конец одного участка является началом второго участка. Первый участок

$$\begin{cases} \frac{dv_1}{dt} = 0; \\ v_1(0) = v_a. \end{cases} \quad (4)$$

где  $v_a$  – скорость движения автомобиля перед торможением, м/с.

После интегрирования получим скорость на первом участке остановочного пути

$$\begin{cases} v_1(t) = C_1^v; \quad C_1^v = const \Rightarrow v_1(t) = v_a \\ v_1(0) = C_1^v = v_a. \end{cases} \quad (5)$$

Начальные условия для расчета первого участка остановочного пути автомобиля

$$\begin{cases} \frac{dS_1}{dt} = v_1 = v_a; \\ S_1(0) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

После интегрирования получим выражение для расчета расстояния на первом участке остановочного пути

$$\begin{cases} S_1(t) = v_a t + C_1^s; \quad C_1^s = const \Rightarrow S_1(t) = v_a t; \quad S_1(T_1) = v_a(t_1 + t_2) \\ S_1(0) = 0 = C_1^s. \end{cases} \quad (7)$$

Рассмотрим процесс торможения автомобиля на втором участке от  $T_1$  до  $T_2$ . Функцию нарастания замедления  $j$  транспортного средства на этом участке торможения можно представить с помощью линейной функции вида  $y = ax + b$ . С учетом того, что процесс нарастания замедления имеет место только на участке  $T_1 T_2$  можно записать начальные условия для этого участка  $y = j$ ,  $x = t$ , ( $y_1 = j_1 = 0$ ,  $x_1 = 0$ ), ( $y_2 = j_0$ ,  $x_2 = T_2 - T_1 = t_3$ ). Тогда коэффициенты линейной функции будут иметь вид  $a = \frac{j_0}{T_2 - T_1} = \frac{j_0}{t_3}$ ,  $b = 0$ , а функцию нарастания замедления автомобиля на участке  $T_1 T_2$  можно представить, как  $j = at = \frac{j_0}{t_3} t$ . Тогда дифференциальное уравнение изменения скорости движения автомобиля на участке от  $T_1$  до  $T_2$  будет иметь вид

$$\begin{cases} \frac{dv_2}{dt} = -j = -at = -\frac{j_0 t}{t_3}, \quad a = \frac{j_0}{t_3}, \\ v_2(0) = v_a. \end{cases} \quad (8)$$

После интегрирования получим выражение для расчета скорости движения автомобиля на втором участке его остановочного пути

$$\begin{cases} v_2(t) = -\frac{jt^2}{2t_3} + C_2^v, \quad C_2^v = const = v_a \Rightarrow v_2(t) = -\frac{j_0 t^2}{2t_3} + v_a; \\ v_2(0) = v_a = C_2^v. \end{cases} \quad (9)$$

Скорость автомобиля в конце интервала времени  $t_3$  будет

$$v_3 = v_a - \frac{j_0 t_3}{2} \quad (10)$$

Начальные условия для расчета расстояния на участке от  $T_1$  до  $T_2$  будут

$$\begin{cases} \frac{dS_2}{dt} = v_2(t) = v_a - \frac{j_0 t^2}{2t_3}; \\ S_2(0) = 0. \end{cases} \quad (11)$$

После интегрирования получим выражение для расчета расстояния на втором участке остановочного пути автомобиля от  $T_1$  до  $T_2$  в разный момент времени  $t$

$$S_2(t) = v_a t - \frac{j_0 t^3}{6t_3}, \quad (12)$$

а в целом расстояние остановочного пути на участке от  $T_1$  до  $T_2$  будет равняться

$$S_2 = v_a t_3 - \frac{j_0 t_3^2}{6} \quad (13)$$

Начальные условия для расчета скорости на участке от  $T_2$  до  $T_3$

$$\begin{cases} \frac{dv_3}{dt} = -j_0 = const; \\ v_3(0) = v_2(t_3) = v_a - \frac{j_0 t_3}{2}. \end{cases} \quad (14)$$

После интегрирования получим выражение для расчета скорости движения автомобиля на третьем участке его остановочного пути

$$\begin{cases} v_3(t) = -j_0 t + C_3^v; \\ v_3(0) = v_a - \frac{j_0 t_3}{2} = C_3^v. \end{cases} \quad (15)$$

Откуда функция скорости движения автомобиля на участке от  $T_2$  до  $T_3$  будет иметь вид

$$v_3(t) = v_a - \frac{j_0 t_3}{2} - j_0 t. \quad (16)$$

Если записать выражение скорости движения автомобиля (16) в точке  $T_3$ , когда эта скорость будет равнять 0, то получим выражение

$$v_3(T_3) = 0 = v_a - \frac{j_0 t_3}{2} - j_0 t_4, \quad (17)$$

из которого определим время торможения автомобиля  $t_4$ , на последнем участке его остановочного пути

$$t_4 = \frac{1}{j_0} \left( v_a - \frac{j_0 t_3}{2} \right) = \frac{v_3}{j_0}, \quad (18)$$

Начальными условиями для расчета остановочного пути на участке от  $T_2$  до  $T_3$  будут

$$\begin{cases} \frac{dS_3}{dt} = v_3(t) = v_a - \frac{j_0 t_3}{2} - j_0 t; \\ S_3(0) = 0. \end{cases} \quad (19)$$

После интегрирования выражения (19) получим функцию остановочного пути автомобиля на участке от  $T_2$  до  $T_3$

$$S_3(t) = \left( v_a - \frac{j_0 t_3}{2} \right) t - \frac{j_0 t^2}{2}, \quad (20)$$

а остановочный путь автомобиля на участке от  $T_2$  до  $T_3$  будет равняться

$$S_3(t_4) = \left( v_a - \frac{j_0 t_3}{2} \right) t_4 - \frac{j_0 t_4^2}{2} = \frac{v_3^2}{2j} = \frac{1}{2j} \left( v_a - \frac{j t_3}{2} \right)^2, \quad (21)$$

Очевидно, что в целом остановочный путь автомобиля  $S_0$  будет складываться из суммы участков  $S_1, S_2, S_3$

$$S_0 = S_1 + S_2 + S_3 \quad (22)$$

**Выводы.** Усовершенствована математическая модель остановочного пути автомобиля, которая, во-первых, дает более точное аналитическое решение задачи и имеет меньшее количество допущений по сравнению с существующей, во-вторых, представлена в дифференциальном виде, что выгодно позволяет выполнить расчет функции остановочного пути и функции скорости автомобиля в любой момент времени, и, в-третьих, поскольку модель записана в дифференциальном виде, ее удобно использовать в автоматизированных системах расчета (прикладных программах), которые предназначены для исследования ДТП.

**Список литературы:** 1. Иларионов В.А. Экспертиза дорожно-транспортных происшествий: учебник для вузов / В.А. Иларионов. – М.: Транспорт, 1989. – 254 с. 2. Судебная автотехническая экспертиза. – В 2 ч. / под научн. руков. В.А. Иларионова. – Ч. 2. – М.: Министерство юстиции СССР, 1980. – 490 с. 3. Туренко А.М. Автотехнічна експертиза. Дослідження обставин ДТП: підручник для ВНЗ / Клименко В.І., Сараєв О.В., Данець С.В.. – Х.: ХНАДУ, 2013. – 320 с. 4. Туренко А.Н. Автотехническая экспертиза: учебное пособие / А.Н. Туренко, В.И. Клименко, А.В. Сараєв. – Х.: ХНАДУ, 2007. – 156 с. 5. Сараєв О.В. Проблемні питання визначення параметрів руху

транспортних засобів при дослідженні ДТП / Вестник ХНАДУ: сб. науч. тр. – Х.: ХНАДУ. – 2013. Вып. 61 – 62. – С. 174-178. **6. Клименко В.И.** Дослідження впливу антиблокувальної системи на ефективність гальмування легкового автомобіля / *В.И. Клименко, І.А. Давіденко, О.В. Сараєв* // Автомобильный транспорт: сб. научн. тр. – Х.: ХНАДУ. – 2011. – Вып. 29. – С. 245–249. **7. Туренко А.Н.** Исследование тормозной динамики автомобиля при анализе дорожно-транспортного происшествия / *А.Н. Туренко, В.И. Клименко, А.В. Сараєв, А.О. Малявин* // Автомобильный транспорт: сб. научн. тр. – Х.: ХНАДУ. – 2010. Вып. 26. – С. 17-22. **8. Суворов Ю.Б.** Судебная дорожно-транспортная экспертиза. Судебно-экспертная оценка действий водителей и других лиц, ответственных за обеспечение безопасности дорожного движения, на участках ДТП: учебное пособие для вузов / *Ю.Б. Суворов*. – М.: Право и закон, 2004. – 208 с. **9.** Автомобильный справочник BOSCH: Пер. с англ. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЗАО «КЖИ «За рулем», 2004. – 992 с.

*Надійшла до редколегії 03.03.2014*

УДК 656.08

**Математическое моделирование процесса экстренной остановки автомобиля / А. В. Сараєв** // Вісник НТУ «ХП». Серія: Автомобіле- та тракторобудування. – Х. : НТУ «ХП», 2014. – № 9 (1052). – С. 132-139. – Бібліогр.: 9 назв. – ISSN 2078-6840.

Пропонується для оцінки параметрів екстреної зупинки автомобіля математична модель, яка записана в диференціальних рівняннях і розв'язана аналітичним способом. З використанням даної моделі можливо визначити в будь-який момент часу швидкість і координати автомобіля, у процесі його гальмування. Переваги розробленої моделі в підвищенні точності розрахунку й поліпшенні інформативності оцінки екстреної зупинки автомобіля. Це дозволяє вдосконалити метод оцінки гальмової ефективності автомобіля для дослідження обставин дорожньо-транспортної пригоди, що в цілому повинне сприяти підвищенню об'єктивності висновків автотехнічної експертизи.

**Ключові слова:** дорожньо-транспортна пригода, гальмування, ефективність, розрахунок, модель, метод, удосконалення.

**Mathematical modeling of emergency car braking / A. V. Sarayev** // Bulletin of NTU «KhPI». Series: Car- and tractorbuilding. – Kharkiv : NTU «KhPI», 2014. – № 9 (1052). – P. 132-139. – Bibliogr.: 9. – ISSN 2078-6840.

It is proposed to estimate the parameters of the emergency car braking by using a mathematical model written in differential equations and solved analytically. Using this model, one can determine at any time the coordinates and the velocity of the vehicle during its braking. Advantages of the developed model lie in improving the accuracy of calculation and improving the informativeness of emergency car braking evaluation. It allows to improve the braking performance evaluation method for investigation of circumstances of road accidents, which should generally enhance the objectivity of autotechnical examination conclusions.

**Keywords:** traffic accident, braking efficiency, calculation model, method improvement.