УДК 629.118:631.3

С. И. ОВСЯННИКОВ, канд. техн. наук, доц. ХНТУСХ, Харьков

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ МОТОАГРЕГАТОВ

Разработана динамическая модель плоскопараллельного движения мотоагрегата, которая учитывает динамические процессы изменения вектора силы сопротивления орудия, касательных сил движителей, сил увода и сопротивления движению. Представленная модель позволяет определить основные параметры движения, а также дает возможность оценить динамические параметры агрегата в процессе конструирования и автоматизации процессов управления движением.

Ключевые слова: мотоагрегат, динамическая система, моделирование процессов, уравнение Лагранжа, плоскопараллельное движение.

Вступ. При конструировании, исследовании и расчетной оценке показателей свойств мотоагрегатов (МА) и взаимодействия их с оператором важен обоснованный выбор расчетных схем и математических моделей, учитывающих конструктивные параметры мотоблока и агрегатируемых машин, физических свойств обрабатываемой среды и других факторов. Отличительной особенностью функционирования МА является участие оператора в тяговой динамике и управление процессами движения непосредственным приложением физических усилий [1]. Моделирование процессов движения МА с учетом условий функционирования и особенностей конструкции до настоящего времени не рассматривалось.

Анализ основных достижений и литературы. Для решения поставленной проблемы применены известные методы математического моделирования, а также предложены новые подходы. В результате анализа большого числа работ [2, 3, 4, 5, 7, 9, 10], посвященных взаимодействию движителей с почвой, установлено, что для описания функционирования МА наиболее пригодны:

− касательная сила тяги, силы сопротивления качению грунта, определяемые по модели Гуськова В.В. [2];

− силы сопротивления качению пневматической шины – модель предложенная Хейдекелем [2];

− силы сопротивления орудий – по уточненной формуле В.П. Горячкина [11].

Достаточно большое количество работ посвящены оценке пространственного перемещения машин и агрегатов [10], однако большинство из них громоздки и требуют наличия сложных бортовых вычислительных систем. Необходимо отметить, что ни одна из теорий не рассматривает непосредственное взаимодействие оператора в динамике движения агрегата.

Цель данной работы – разработка обобщенной динамической модели плоскопараллельного движения МА, учитывающей их специфические конструктивные особенности и перспективные направления развития, режимы и условия эксплуатации.

Материалы исследований. Для удобства описания и выполнения расчетов рассмотрим частный случай − динамические процессы плоскопараллельного движения МА. Введем в систему подвижную систему координат $\xi_1 O_1 \eta_1$, расположенную на оси ведущих колес (рис. 1, 2). Координаты в базовой системе (XOY) определяются по зависимостям (коэффициенты перевода геометрических связей):

$$X_1 = \xi_1 - l_1 \cdot cos\,\varphi_1$$
$$Y_1 = \eta_1 - l_1\, sin\,\varphi_1 \tag{1}$$

где l_1 – расстояние от оси вращения колес до штанг управления мотоблока.

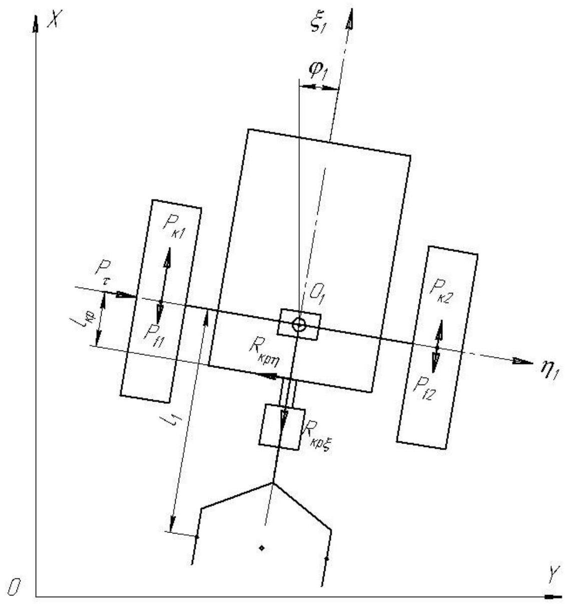

Рисунок 1 – Силы, действующие в горизонтальной плоскости.

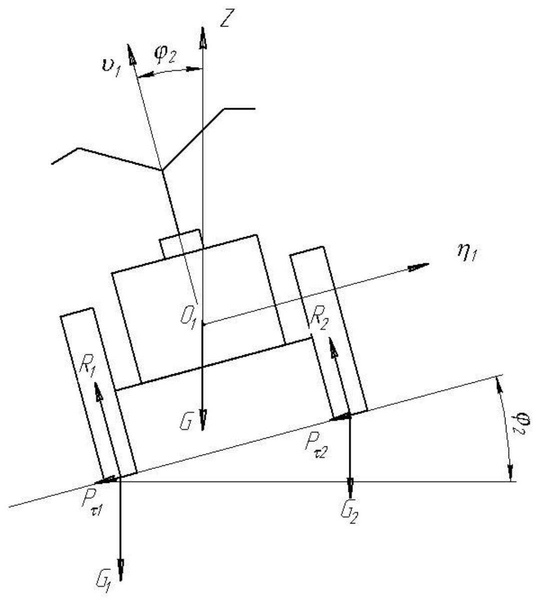

Рисунок 2 – Силы, действующие в вертикально-поперечной плоскости.

Кинетическая энергия системы состоит из кинематической энергии поступательного $T_п$ и вращательного $T_в$ движений:

$$T = T_{ï} + \grave{O}_{\hat{a}} = \frac{m}{2}\left(\dot{X}_1^2 + \dot{Y}_1^2\right) + \frac{J_1}{2}\dot{\varphi}_1^2, \tag{2}$$

где m – масса мотоагрегата;

J_1 – момент инерции относительно оси, проходящей через точку O_1.

Динамику движения опишем уравнением Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} = \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) + \frac{\partial Ï}{\partial q_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \tag{3}$$

где T – кинетическая энергия системы;

$П$ – потенциальная энергия система;

$\dot{q}_i$ - скорость перемещения точки O_1 в базовой системе координат q_i;

Q_i – обобщенные силы системы.

Примем гипотезу об отсутствии диссипации энергии внутри системы. Тогда можно записать, что $\dfrac{\partial T}{\partial q_i} = 0$. Уравнение Лагранжа примет вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right)+\frac{\partial Ï}{\partial q_i}=Q_i \cdot \tag{4}$$

С учетом зависимостей (1) и (2), первый член уравнения Лагранжа (4) примет вид:

$$\begin{gathered}
\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}_1}\right)=m\ddot{\xi}_1+m\dot{\varphi}_1^2\, l_1\cos\varphi_1+m\ddot{\varphi}_1\, l_1\sin\varphi_1 \;. \\
\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\eta}_1}\right)=m\ddot{\eta}_1-m\ddot{\varphi}_1^2\, l_1\sin\varphi_1+m\ddot{\varphi}_1\, l_1\cos\varphi_1 \\
\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1}\right)=m\ddot{\xi}_1\sin\varphi_1 l_1+m\ddot{\eta}_1\cos\varphi_1 l_1+m\ddot{\varphi}_1 l_1^2-\dot{\varphi}_1\dot{\eta}_1 ml_1\sin\varphi_1+\dot{\varphi}_1\dot{\xi}_1 ml_1\cos\varphi_1+J\ddot{\varphi}_1= \\
=m\ddot{\xi}_1\sin\varphi_1 l_1+m\ddot{\eta}_1\cos\varphi_1 l_1+\ddot{\varphi}_1\left(ml_1^2+J_1\right)+\left(\dot{\xi}_1 ml_1\cos\varphi_1-\dot{\eta}_1 ml_1\sin\varphi_1\right)\dot{\varphi}_1
\end{gathered} \tag{5}$$

Перемещение МА происходит под действием неконсервативных сил. Для определения обобщенных сил Q_i составим выражение элементарных работ внешних сил на возможных перемещениях. При этом коэффициенты при вариациях обобщенных координат являются обобщенными силами:

$$dA=dA_{\xi_1}+dA_{\eta_1}+dA_{\varphi_1}, \tag{6}$$

$$dA_{\xi 1}=\begin{pmatrix} P_{k1}\cdot\cos\varphi_1+P_{k2}\cdot\cos\varphi_1-P_{fl}\cdot\cos\varphi_1-P_{f2}\cdot\cos\varphi_1- \\ -P_\tau\cdot\sin\varphi_1-R_{\hat{e}\eth\xi}\cdot\cos\varphi_1-R_{\hat{e}\eth\eta}\cdot\sin\varphi_1 \end{pmatrix} d\xi_1; \tag{7}$$

$$\begin{gathered} dA_{\eta 1}=(P_{k1}\sin\varphi_1+P_{k2}\sin\varphi_1-P_{f1}\sin\varphi_1-P_{f2}\sin\varphi_1+P_\tau\cos\varphi_1- \\ -R_{\hat{e}\eth\xi}\cdot\sin\varphi_l+R_{\hat{e}\eth\eta}\cdot\cos\varphi_1)d\eta_1 \end{gathered} \tag{8}$$

$$dA_{\varphi 1}=\left(P_{k1}\cdot\frac{B}{2}-P_{f1}\cdot\frac{B}{2}-P_{k2}\cdot\frac{B}{2}+P_{f2}\cdot\frac{B}{2}-R_{\hat{e}\eth\eta}\cdot l_k\right)d\varphi_1 \tag{9}$$

Если учесть, что $Q_i=\dfrac{\partial A_i}{\partial q_i}$, то получим:

$$\begin{gathered}
Q_{\xi 1}=\left(P_{k1}+P_{k2}-P_{f1}-P_{f2}-R_{\hat{e}\eth\xi}\right)\cdot\cos\varphi_1-\left(P_\tau+R_{\hat{e}\eth\eta}\right)\cdot\sin\varphi_1 \\
Q_{\eta 1}=\left(P_{k1}+P_{k2}-P_{f1}-P_{f2}-R_{\hat{e}\eth\xi}\right)\cdot\sin\varphi_1+\left(P_\tau+R_{\hat{e}\eth\eta}\right)\cdot\cos\varphi_1\;. \\
Q_{\varphi 1}=\left(P_{k1}-P_{k2}+P_{f2}-P_{f1}\right)\cdot\frac{B}{2}-R_{\hat{e}\eth\eta}\cdot l_k
\end{gathered} \tag{10}$$

С учетом уравнений (5) и (10), а также условия, что $\dfrac{\partial \ddot{I}}{\partial q_i} = 0$, получим систему уравнений, описывающих движение мотоблока в горизонтальной плоскости:

$$\begin{cases} m\ddot{\xi}_1 + m\dot{\varphi}_1^2 l_1 \cos\varphi_1 + m\ddot{\varphi}_1 l_1 \sin\varphi_1 = \\ = \left(P_{k1} + P_{k2} - P_{f1} - P_{f2} - R_{\hat{e}\eth\xi}\right)\cos\varphi_1 - \left(P_\tau + R_{\hat{e}\eth\eta}\right)\sin\varphi_1; \\ m\ddot{\eta}_1 - m\cdot\dot{\varphi}_1^2 \cdot l_1 \cdot \sin\varphi_1 + m\ddot{\varphi}_1 l_1 \cos\varphi_1 = \\ = \left(P_{k1} + P_{k2} - P_{f1} - P_{f2} - R_{\hat{e}\eth\xi}\right)\sin\varphi_1 + \left(P_\tau + R_{\hat{e}\eth\eta}\right)\cos\varphi_1; \\ m\ddot{\xi}_1 \sin\varphi_1 l_1 + m\ddot{\eta}_1 \cos\varphi_1 l_1 + m\ddot{\varphi}_1 l_1^2 - \dot{\varphi}_1\dot{\eta}_1 m l_1 \sin\varphi_1 + \dot{\varphi}_1\dot{\xi}_1 m l_1 \cos\varphi_1 + J_1\ddot{\varphi}_1 = \\ = \left(P_{k1} - P_{k2} + P_{f2} - P_{f1}\right)\dfrac{B}{2} - R_{\hat{e}\eth\eta} l_k. \end{cases} \tag{11}$$

Проведем алгебраические преобразования, обозначив:

$$\begin{aligned} &B_1 = m l_1 \sin\varphi_1; \\ &\tilde{N}_1 = m\dot{\varphi}_1^2 l_1 \cos\varphi_1; \\ &D_1 = \left(P_{k1} + P_{k2} - P_{f1} - P_{f2} - R_{\hat{e}\eth\xi}\right)\cos\varphi_1 - \\ &-\left(P_\tau + R_{\hat{e}\eth\eta}\right)\sin\varphi_1; \\ &B_2 = m l_1 \cos\varphi_1; \\ &\tilde{N}_2 = -m\dot{\varphi}_1^2 l_1 \sin\varphi_1; \\ &D_2 = \left(P_{k1} + P_{k2} - P_{f1} - P_{f2} - R_{\hat{e}\eth\xi}\right)\sin\varphi_1 + \\ &+\left(P_\tau + R_{\hat{e}\eth\eta}\right)\cos\varphi_1; \\ &A_3 = m l_1 \sin\varphi_1 + m l_1 \cos\varphi_1; \\ &B_3 = m l_1^2 + J_1; \\ &C_3 = \left(\dot{\xi}_1 m l_1 \cos\varphi_1 - \dot{\eta}_1 m l_1 \sin\varphi_1\right)\dot{\varphi}_1; \\ &D_3 = \left(P_{k1} - P_{k2} + P_{f2} - P_{f1}\right)\dfrac{B}{2} - R_{\hat{e}\eth\eta} l_k; \end{aligned} \tag{12}$$

После преобразований, система дифференциальных уравнений (11) примет вид:

$$\begin{cases} m\ddot{\xi}_1 + B_1\ddot{\varphi}_1 + C_1 = D_1 \\ m\ddot{\eta}_1 + B_2\ddot{\varphi}_1 + C_2 = D_2 \\ A_3\left(\ddot{\xi}_1 + \ddot{\eta}_1\right) + B_3\ddot{\eta}_1 + C_3 = D_3 \end{cases} \tag{13}$$

Система линейных дифференциальных уравнений (13) решается методом Рунге-Кутта 4-го порядка с предварительным ее приведением к виду Коши. Аналитическое решение системы уравнений производится относительно $\dot{\xi}_1, \dot{\eta}_1, \dot{\varphi}_1$. Тогда, по методу Крамера:

$$\ddot{\xi} = \frac{\Delta}{\Delta\ddot{\xi}}\,;\ \ddot{\eta} = \frac{\Delta}{\Delta\ddot{\eta}}\,;\ \ddot{\varphi}_1 = \frac{\Delta}{\Delta\ddot{\varphi}_1}\,. \tag{14}$$

Выводы. Разработанная динамическая модель плоскопараллельного движения мотоагрегата позволяет определить основные параметры движения, что дает возможность оценить динамические характеристики агрегата в процессе конструирования, а также использовать для автоматизации процесса управления движением.

Список литературы: **1**. *Овсянников С., Ремарчук Н.* Аспекты функциональной стабильности агрегатов на базе мотоблоков / *С. Овсянников, Н. Ремарчук* // Сільськогосподарські машини : Зб. наук. статей – Вип. 20. – Луцьк: Ред.–вид. відділ ЛНТУ, 2010. – С. 234 – 242. **2**. Тракторы: теория: Учебник для студентов вузов по специальности Автомобили и тракторы» / *В.В. Гуськов, Н.Н. Велев, Ю.Е. Атаманов* и др.; Под общ. ред. *В.В. Гуськова*. – М.: Машиностроение. – 1988. -376 с. **3**. *Кутьков Г. М.* Тракторы и автомобили. Теория и технологические свойства / *Г. М. Кутьков* // − М.: ИНФРА-М, 2014. – 506 с. **4**. *Беккер М. Г.* Введение в теорию систем местность-машина / *М. Г. Беккер* // − М.: Машиностроение, 1973. – 520 с. **5**. Динамическая модель МТА с учетом условий его функционирования / *А. Н. Важенин, Б. А. Арютов, А. В. Пасин* // Тракторы и сельскохозяйственные машины, 2007. № 9. – С. 21 – 23. **6**. Моделирование системы дорога-трактор-водитель с учетом сглаживания шиной микропрофиля опорного основания / *С.В. Носов, Ю.Ю. Киндюхин* // Тракторы и сельскохозяйственные машины, 2009. № 10. – С. 12 – 15. **7**. Моделирование процессов взаимодействия малогабаритных транспортных средств с деформируемым грунтом с учетом требований экологии / *Т. Д. Дзосенидзе* // Тракторы и сельскохозяйственные машины, 2009. №2. – 21 – 25. **8**. Повышение устойчивости и управляемости колесных машин в тормозных режимах: Монография / *Е. Е. Александров, В. П. Волков* и др. ; Под ред. *Д. О. Волонцевича*. – Х.: НТУ «ХПИ», 2007. – 320 с. **9**. *Лопарев А.А.* К вопросу о качении колеса с эластичной шиной / *А.А. Лопарев* // Тракторы и сельскохяйственные машины. – 2002. − №4. – С. 26-27. **10**. *Рославцев А. В.* Методы исследования движения МТА [Текст] / *А. В. Рославцев, В. А. Хаустов, В. М. Авдеев, В. М. Третяк, И. П. Сазонов, Е. Э. Гурковский* // Тракторы и селькохозяйственные машины. − 1998. − № 6. − С. 24–28. **11**. *Горячкин В.П.* Собрание сочинений в 3-х томах / *В. П. Горячкин.* Т. 2 − М.*:* Колос, 1965. – 455 с.

Bibliography (transliterated): **1**. *Ovsyannikov S., Remarchuk N.* Aspekty funkcional'noj stabil'nosti agregatov na baze motoblokov / *S. Ovsyannikov, N. Remarchuk* . Sil's'kogospodars'ki mashini : Zb. nauk. statej – Vip. 20. – Luck: Red.–vid. viddil LNTU, 2010. – P. 234 – 242. **2**. Traktory: teoriya: Uchebnik dlya studentov vuzov po special'nosti

Avtomobili i traktory» / *V. V. Gus'kov, N. N. Velev, Yu. E.* Atamanov i dr.; Pod obshh. red. *V. V. Gus'kova.* – Moscow: Mashinostroenie. – 1988. − 376 p. **3**. *Kut'kov G. M.* Traktory i avtomobili. Teoriya i texnologicheskie svojstva / *G. M. Kut'kov* . − Moscow: INFRA-M, 2014. – 506 p. **4**. *Bekker M. G.* Vvedenie v teoriyu sistem mestnost'-mashina / M. G. Bekker . − Moscow: Mashinostroenie, 1973. – 520 p. **5**. Dinamicheskaya model MTA s uchetom uslovij ego funkcionirovaniya / *A. N. Vazhenin, B. A. Aryutov, A. V. Pasin* . Traktory' i sel'skohozyajstvennye mashiny, 2007. No 9. – P. 21 – 23. **6**. Modelirovanie sistemy doroga-traktor-voditel' s uchetom sglazhivaniya shinoj mikroprofilya opornogo osnovaniya / *S. V. Nosov, Yu. Yu. Kindyuhin* . Traktory i sel'skohozyajstvennye mashiny, 2009. No 10. – P. 12 – 15. **7**. Modelirovanie processov vzaimodejstviya malogabaritny'x transportny'x sredstv s deformiruemy'm gruntom s uchetom trebovanij e'kologii / *T. D. Dzosenidze* . Traktory' i sel'skohozyajstvennye mashiny, 2009. No2. – 21 – 25. **8**. Povyshenie ustojchivosti i upravlyaemosti kolesnyh mashin v tormoznyh rezhimax : Monografiya / *E. E. Aleksandrov, V. P. Volkov* i dr. ; Pod red. *D. O. Voloncevicha*. – Kharkov: NTU «KhPI», 2007. – 320 p. **9**. *Loparev A. A.* K voprosu o kachenii kolesa s elastichnoj shinoj / *A. A. Loparev* . Traktory i sel'skohozyajstvenny'e mashiny. – 2002. − No4. – P. 26-27. **10**. *Roslavcev A. V.* Metody issledovaniya dvizheniya MTA [Tekst] / *A. V. Roslavcev, V. A. Haustov, V. M. Avdeev, V.M. Tretyak, I. P. Sazonov, E. E. Gurkovskij* . Traktory i sel'kohozyajstvennye mashiny. − 1998. − No 6. − P. 24–28. **11**. *Goryachkin V. P.* Sobranie sochinenij v 3-x Vol / *V. P. Goryachkin.* Vol 2 − Moscow: Kolos, 1965. – 455 p.

Поступила в редакцию 28.01.2015