УДК 330.45:519.8

О.О. ЗАМУЛА, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПІ» , Харків

ВИБІР ОПТИМАЛЬНОГО ВАРІАНТУ РОЗМІЩЕННЯ ТОВАРІВ НА ПІДПРИЄМСТВАХ ТОРГІВЛІ В ПРОГРАМНОМУ СЕРЕДОВИЩІ MS EXCEL

У статті запропоновано програмну реалізацію в MS Excel задачі оптимального розміщення товару на торговельних підприємствах на основі моделей лінійного і динамічного програмування. Порівняно ефективність цих моделей.

Ключові слова: розподіл товарів, електронні таблиці, математична модель, торговельне підприємство, динамічне програмування.

В статье предложено программную реализацию в MS Excel задачи оптимального размещения товара на предприятиях торговли на основе моделей линейного и динамического программирования. Дано сравнение эффективностей данныхмоделей.

Ключевые слова: распределение товаров, електронные таблицы, математическая модель, торговое предприятие, динамическое программирование.

In the article a program realization in MS Excel of the problem of the optimal goods distribution among distribution pointson a basis of linear and dynamic programming models is offered. Efficienciesofthesemodelsarecompared.

Keywords: goods distribution, spreadsheet, mathematical model, distribution point; dynamic programming.

Актуальність. Збутова діяльність підприємства є важливим компонентом господарської діяльності. При збуті підприємством виготовленої продукції важливо правильно розподілити її між торговельними підприємствами для отримання найкращого економічного результату. Під економічним результатом можна розуміти такі величини як загальний прибуток від реалізації продукції, швидкість реалізації, тощо.Реалізація здійснюється у закладах торговельної галузі, що є однією з найбільших в Україні. За даними Державного комітету статистики України [1] станом на 1 січня 2012 року кількість суб’єктів ЄДРПОУ секції G за КВЕД, до якої входять і торговельні підприємства, становить 329555 одиниць, що складає 24,9 % від загальної кількості. При цьому темп зростання обороту роздрібної торгівлі у 2011 р. до 2010 р. склав 114,7%. Тому розробка і удосконалення методів, що дозволяють підвищити ефективність роботи як підприємств галузі так і промислового підприємства по реалізації продукції, є важливою і актуальною задачею.

Автори деяких робіт [2, 3, 5] вказують на необхідність використання моделей лінійного програмування для підвищення ефективності маркетингових прийомів, що використовують торговельні підприємства у своїй діяльності. Даний підхід неодноразово доводив свою ефективність. Проте деякі типи задач вимагають використання інших видів математичних моделей, оскільки складнощі, які виникають в процесі обчисленні, можуть виявиться нездоланними, що робить розроблену модель непридатною для використання.

У статті запропонована програмна реалізація сформульованої як задача лінійного та динамічного програмування проблеми розміщення однакових партій товару на торговельних підприємствах (ТП) з метою отримання найбільшого економічного ефектуза допомогою електронних таблиць MS Excel.

Постановка задачі. Необхідно розміститиnоднакових партій товару на N торговельних підприємствах (ТП) так, щоб отримати найбільший економічний ефект, якщо для кожного підприємства є дані щодо величини ефективності при розміщенні будь-якої кількості партій товару, яка не перевищує n. Економічною ефективністю в задачі може бути, наприклад, загальний очікуваний прибуток, який є сумою отриманих прибутків від розміщення товару на кожному з ТП . Дані зручно представити у вигляді матриці ефективності, де кількість партій товару відповідає номеру рядка, а номер ТП відповідає номеру стовпчика (табл.1).

Таблиця 1. Ефективність розміщення товарів на ТП

Порядковий номер ТП Кількість партій товару	1	2	3	..	N
0	a_{01}	a_{02}	a_{03}	..	a_{0N}
1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	..	a_{1N}
2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	..	a_{2N}
3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	..	a_{3N}
..	..	..	..	..	..
n	a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	..	a_{nN}

Задача лінійного програмування. Поставлена задача може бути розв’язана як задача лінійного програмування. Невідомими вихідної задачі є кількість партій товару, яку необхідно розмістити на кожному з ТП. Проте зручно представити невідомі величини бінарними змінними

$$x_{ji} = \begin{cases} 0, \text{непостачаємо}\ j\ \text{партійтоварунаi-еТП} \\ 1, \text{постачаємо}\ j\ \text{партійтоварунаi-еТП} \end{cases}, \qquad (1)$$

Тут j відповідає номеру рядка, i – стовпчику матриці у табл.1.

Цільова функція даної задачі матиме вигляд:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{N} a_{ji} x_{ji} \to \max \quad (2)$$

де a_{ji} – елементи таблиці 1.

Обмеження задачі логічно витікають з її умови: загальна кількість однакових партій товару, що розподіляється, дорівнює n; щонайбільше одна змінна із групи, що відповідають певному ТП дорівнює одиниці. Вони мають наступний вигляд:

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{N} j x_{ji} = n$$

(3)

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ji} \le 1, i = 1..N$$

Отже, цільова функція (2) з системою обмежень (3) і бінарними змінними (1) є математичною моделлю задачі лінійного програмування.

Таку задачу можна розв'язати лише за допомогою різних програмних засобів. У світі налічується багато програм, за допомогою яких можна знайти розв'язок задач лінійного програмування. Кожна з них має свої недоліки та перевагиу різних категоріях: ціна, доступність, рівень складності, тощо. Виходячи з потреб і можливостей користувач обирає для себе ту чи іншу програму. Найбільш доступною і поширеною є програма-надбудова «Solver» Microsoft Excel[4]. Ця надбудова успішно розв'язує задачі лінійного програмування з порівняно невеликою кількістю змінних та обмежень, порядок яких складає кілька десятків. Також є важливим час розрахунку. Для задачі з 10 партіями і 7 ТП, що відповідає 70 змінним, на комп'ютері з процесором Intel1.66 ГГц з використанням надбудови «Solver» Microsoft Excel він склав близько 7 хвилин. Проте не завжди вдається отримати правильний розв'язок. В декількох випадках програма не змогла знайти розв'язок задачі навіть при дещо меншій кількості змінних. Тому актуальним є питання про використання інших способів розв'язування задачі оптимального розподілу товарів.

Задача динамічного програмування. Дана задача є подібною до задачі динамічного програмування про розподіл медичних груп з метою порятунку якнайбільшого числа людських життівабо про розподіл реклами на телевізійних каналах з метою залучення найбільшої кількості глядачів [2, 3].

Важливе поняття, яке використовується в динамічному програмуванні є поняття стану. У задачі, що розглядається, стану відповідатиме кількість партій товару, що необхідно розмістити з *k*-го по*N*-те ТП.

Для запису задачі в математичному вигляді позначимо $p(x_i)$ величину ефективності від розподілу x_iпартій товару на *i*-те ТП (i=1..N), так як це показано в табл. 1. Отже, мета полягає у знаходженні таких x^*_i, щоб доставити максимум цільовій функції [2]

$$Z = \sum_{i=1}^{N} p_i(x_i) \to \max \quad (4)$$

При обмеженнях

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = n \quad (5)$$

де x_i – цілі невід'ємні величини.

Для розв'язування цієї задачі динамічного програмування у статті використовується метод оберненої рекурсії [2].

Отримання основних результатів. Задача може містити велику кількість партій товару та ТП, серед яких цей товар необхідно розподілити. Тому для розв'язування даної задачі необхідно використання програмних засобів. Одним з таких засобів є електронні таблиці, серед яких найбільшого поширення набула програма MS Excel [4].

Введемо матрицю, що показує ефективність від розміщення товару для k-го ТП, де номер рядка відповідає номеру стану, номер стовпчика – кількості партій:

$A_k=$ (6)

A_{00}	$-M$	$-M$	$-M$	..	$-M$
A_{10}	A_{11}	$-M$	$-M$	..	$-M$
A_{20}	A_{21}	A_{22}	$-M$	..	$-M$
A_{30}	A_{31}	A_{32}	A_{33}	..	$-M$
..	..	..	..	..	..
A_{n0}	A_{n1}	A_{n2}	A_{n3}	..	A_{nn}

де A_{sj} – ефективність від розміщення j партій товару для стану s;

M- дуже велике додатне число.

Наддіагональний трикутник матриці складається з дуже великих від'ємних чисел, що є «штрафом» за розміщення більшої кількості товару, ніж це передбачено відповідним станом.

Запишемо матрицю A_k у табл.2 і випишемо максимальні значення у кожному рядку матриці в передостанній стовпчик цієї таблиці. Номер стовпчика матриці A_k, в якому A_{sj} набуває максимального значення, для кожного sзапишемо в останній стовпчик таблиці, що відповідатиме значенню змінної x_k . Результат, що отриманий на кожній стадії, записуватимемо у таблицю 2.

Таблиця 2. Оптимальна кількість і максимальна ефективність.

Кількість партій товару	0	1	2	3	..	n	$f_k^*(s)$	$x_k^*(s)$
s								
0	A_{00}	$-M$	$-M$	$-M$	..	$-M$	$f_k^*(0)$	$x_k^*(0)$
1	A_{10}	A_{11}	$-M$	$-M$	..	$-M$	$f_k^*(1)$	$x_k^*(1)$
2	A_{20}	A_{21}	A_{22}	$-M$	..	$-M$	$f_k^*(2)$	$x_k^*(2)$

3	A_{30}	A_{31}	A_{32}	A_{33}	..	$-M$	$f_k^*(3)$	$x_k^*(3)$
..	..	..	..	..	..	..		
n	A_{n0}	A_{n1}	A_{n2}	A_{n3}	..	A_{nn}	$f_k^*(n)$	$x_k^*(n)$

Елементи нижнього трикутника матриці (6) для кожної стадії *k*знаходяться по наступним формулам:

$$A_{sj}=a_{jk}+f^*_{k+1}(s-j) \qquad (7)$$

де s–номер стану;

j – кількість партій товару.

Значення передостанного стовпчика, що містить максимальні значення ефективності для кожного стану sна k-й стадії, знаходяться як:

$$f_k^*(s)=\max\,(A_{s1}, A_{s2}, \dots, A_{sn}) \qquad (8)$$

Для знаходження значення f_k^*(s) використовується функція MAX.

У правий крайній стовпчик записується значення змінної x_k *за допомогою функції IF з n-рівневим вкладенням, шляхом порівняння* A_{sj} *з* f_k^*(s). При цьому

$$x_k^*(s)=j, \qquad (9)$$

де j – індекс, що відповідає номеру стовпчика, в якому $A_{sj}=f_k^*$(s) .

Послідовність розв'язування задачі з використанням оберненої рекурсії в MS Excel. Заповнювати послідовно табл. 2, починаючи з N-го підприємства, використовуючи (7)-(9). При цьому $f_{N+1}^*(s)$=0.

Для спрощення обчислення $f_k^*(s)$ на всіх стадіях відповідні стани s розташовуються в одному рядку робочого аркуша MS Excel. Кількість стадій відповідає числу ТП.

В останній таблиці, що відповідає першій стадії, визначається номер стану s_1, при якому $f_1^*(s)$ набуває найбільшого значення. Як правило, у подібних задачах

$$s_1=n. \qquad (10)$$

Тоді оптимальне значення першої змінної:

$$x_1^*=x_1^*(n) \qquad (11)$$

Інші значення x_k^* (k=2..N) поступово знаходимо у такій послідовності:

$$s_k=s_{k-1}-x_{k-1}^*; \qquad (12a)$$

$$x_k^* = x_k^*(s_k) \qquad (12b)$$

де s_k – номер стану в якому знаходиться оптимальне значення x_k^*.

Для реалізації (12b), тобто для знаходження необхідних клітинок на робочому аркуші MS Excel, в яких містяться оптимальні значення змінних x_k^*, використовуються функції CELL, CONCATENATE, INDIRECT.

Якщо дійсне припущення (10), тоді значення x_1^* знаходиться у останньому рядку табл. 2. Для знаходження значень наступних невідомих використовується формула (12), яка реалізується за допомогою вищезазначених функцій MS Excel у такій послідовності:

1) Для отримання номеру рядка робочого аркуша в якому знаходиться значення s_k використовуємо функціюCELL, першим параметром якої буде тип відомостей "рядок", другий параметр – адреса клітинки, в якій знаходиться значення x_1. За умови (10) це будь-яка клітинка у рядку, що містить останній рядок таблиці і формула матиме такий вигляд

$$\text{CELL(“рядок”; клітинка з } x_1\text{)-}n\text{+}s_k \qquad (13)$$

Якщо, наприклад, x_1^* міститься в CV33 і n=10, s_k =9, тоді номер рядка, в якому знаходиться x_k^* ,по формулі (13) дорівнює 33-10+9=32.

Зауваження 1: використання функції CELL в даній задачі є необов'язковим, проте бажаним, оскільки при зміні розташування табл.2 посилання зміняться автоматично, як це передбачають правила роботи з електронними таблицями.

Зауваження 2: якщо умова (10) не виконується, тоді адреса x_1 знаходиться за допомогою функції MAX, що виконується над усіма елементами передостаннього стовпчика відповідної табл.2, і порівняння знайденого значення з цими ж елементами за допомогою функції IF з n-рівневим вкладенням, на виході якої є номер рядка, в якому значення $f_1^*(s)$ є максимальним і у формулі (13) перший доданок замінюється на цей номер (функція CELL не використовується).

2) Для знаходження повної адреси клітинки, що містить значення x_k^*використовуємо функцію CONCATENATE, першим параметром якої є літера стовпчика MS Excel у текстовому форматі, що містить значення $x_k^*(s)$, другим елементом є номер рядка, що знайдений у попередньому пункті. Результатом буде адреса клітинки з x_k^* у текстовому форматі

3) Для повернення адреси клітинки, що записана у текстовому форматі, використовуємо функцію INDIRECT

Після знаходження x_k^* за вищенаведеною процедурою знаходимо значення s_k на наступній стадії за формулою (12a). Виконуємо дану процедуру з використанням формул (12) до тих пір, поки не знайдемо оптимальні значеннях всіх невідомих.

Після підготовки усіх необхідних таблиць і формул на робочому аркуші MicrosoftExcel розв'язок задачі динамічного програмування з тією ж кількістю партій і ТП на комп'ютері з процесором Intel1.66 ГГц було отримано миттєво.

Запис додаткових умов. У задачі, що розглядається у статті, крім основної умови, часто буває необхідно записати і програмно реалізувати деякі додаткові умови, наприклад, обов'язкове розміщення на деяких ТП мінімально встановленої кількості партій товару.

Розв'язок. Для ТП (назвемо його I), щодо якого встановлена нижня межа у кількості однієї партії, у першому рядку (s=0) табл.1 у відповідній клітинці записуємо «-M» , де M – дуже велике додатнє число, яке вводиться як «штраф» за невикористання ТП I в даному розподілі. Тоді сума ефективностей за необхідної максимізації буде катастрофічно малою. Тому алгоритм буде «уникати» ситуацій, коли ТП I не бере участі в розподілі. Так само, якщо для цього підприємства необхідно задати нижню границю, що виражається уkодиниць партій товару, тоді в табл. 1 у стовпчику, що відповідає ТП I для станів 0..k-1 задається значення «-M». Також застосовуємо цей підхід, якщо нижнє обмеження необхідно ввести і для деяких інших підприємств. Так, наприклад, якщо для підприємства з порядковим номером I мінімальна кількість партій товару має становити 3, а для підприємства з порядковим номером J ця кількість дорівнюватиме 2, тоді вихідна задача матиме такий вигляд як в табл.3.

Таблиця 3. Ефективності з урахуванням додаткових обмежень.

Порядковий номер ТП Кількість партій товару	1	2	..	I	..	J	..	N
0	a_{01}	a_{02}	..	-M	..	-M	..	a_{0N}
1	a_{11}	a_{12}	..	-M	..	-M	..	a_{1N}
2	a_{21}	a_{22}	..	-M	..	a_{2J}	..	a_{2N}
3	a_{31}	a_{32}	..	a_{3I}	..	a_{3J}	..	a_{3N}
..	..	..	..	..	..	..	..	..
n	a_{n1}	a_{n2}	..	a_{nI}	..	a_{nJ}	..	a_{nN}

При врахуванні цих і подібних до них додаткових умов модель динамічного програмування (4)-(5) не зміниться і розв'язок знаходиться за тими ж формулами (7)-(13).

Якщо задача сформульована як задача лінійного програмування тоді модель (1)- (3) не зміниться також, лише відповідні змінні стануть константами і дорівнюватимуть нулю, що може дещо зменшити загальний час розрахунку.

Висновки. За допомогою програми електронних таблиць MS Excel можна знаходити розв'язки як задач лінійного так і динамічного програмування. При виборі моделі для розв'язування задачі про оптимальний розподіл товарів необхідно враховувати наступні фактори: правильність отриманого розв'язку; час розрахунку; складність реалізації моделі. Порівнюючи два способи можна зробити висновок, що за першими двома факторами, які є найважливішими, необхідно розв'язувати задачу саме другим способом. Найважче тут правильно розташувати таблиції записати формули. Проте їх і надалі можна використовувати з мінімальними витратами часу на розв'язування задач з такою ж або меншою кількістю партій товару і ТП, використовуючи техніку великих від'ємних чисел, як і у випадку задачі з додатковими умовами.

Список літератури: **1**. http://www.ukrstat.gov.ua. **2.** *Hilier F.S., Lieberman G.J.* Introduction to operations research. – McGraw-Hill. 7th Ed., 2001.– 1214p. **3**. Hamdy *A. Taha.*Operations Research: An Introduction, Prentice Hall; 8th. Edition, 2006. – 838 p. **4**. *Walkenbach J.* Excel 2010 Bible. – Wiley, 2010. – 1056 p. **5**. *С.В. Устенко, Т.В. Ляшенко*. Розробка математичної моделі розміщення товару у точках роздрібної торгівлі з використанням кластерного аналізу // Моделювання та інформаційнісистеми в економіці. – 2011. – № 84. – с. 102-110.

Надійшла до редколегії 14.03.12