УДК 65.011.5

Е.Г. КАБУЛОВА, И.Н. КОСАРЕВА, В.А. КАРПОВА, Г.И. ГРИДНЕВА

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЫПЛАВКИ СТАЛИ В МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

Проводится анализ особенностей моделирования процесса выплавки стали, делается вывод, что наиболее адекватным подходом к построению моделей зависимости твердости стали от её химического состава являются методы статистического моделирования в комбинации с методами нечеткого логического вывода. Исследуется и разрабатывается модель зависимости распределенной по глубине твердости стали от её химического состава в виде системы нечетких продукционных правил (модель Токаги-Суджено-Канга - TSK). Данная модель позволит определять прогнозные значения распределенной твердости стали как средневзвешенные выходы комплекса моделей линейной регрессии, а также устранит проблему выбора наиболее адекватной регрессионной модели.

Ключевые слова: прогнозирование твердости стали, нечеткие продукционные правила Токаги-Суджено-Канга.

Введение

В настоящее время в условиях жесткой конкуренции большинству металлургических предприятий для расширения сортамента и выполнения контрактов необходимо производство стали, удовлетворяющей требованиям по прокаливаемости, которая обеспечивается определенными режимами легирования.

В связи с этим, одной из актуальных задач на сегодняшний день, является разработка моделей прогноза и алгоритмов оптимального управления процессом выплавки стали с заданной твердостью, которые позволят повысить эффективность управления процессом и качество получаемых изделий.

Для построения математической модели прогноза на основе статистических данных о технологических измерениях твердости стали на различных глубинах и с различным химическим составом, могут использоваться различные методы. Более подходящим представляется моделирование прогнозных значений на основе нечеткого моделирования.

Выплавка стали осуществляется по индивидуальной заказной спецификации, в которой указывается форма выплавляемого изделия, допустимый диапазон изменения химического состава и прокаливаемость, под которой подразумевается глубина проникновения закаленной зоны или твердость стали на различной глубине от поверхности. Прокаливаемость (далее распределенная твердость или конечная твердость стали) определятся многими факторами, среди которых химический состав стали (аустенита), его неоднородность, размер зерна и др. С позиций рассматриваемого управления наиболее актуальным управляющим фактором является химический состав, который можно изменять в процессе выплавки стали путем добавления соответствующих ферросплавов.

Для выбора необходимого химического состава на многих предприятиях используются математические модели в виде регрессионной зависимости твердости от процентного содержания химических элементов. Учитывая сложность построения такой зависимости во всем диапазоне изменения химического состава, на множестве допустимых значений концентраций элементов выделяются интервалы значений состава, заданной (но не любой) совокупности которых соответствует определенная, как правило, линейная, регрессионная модель зависимости.

По сути, такой подход соответствует кусочно-линейной аппроксимации нелинейной, многофакторной зависимости. При этом возникает задача выбора модели наиболее адекватной заданным начальным условиям химического состава стали. Эта задача решается переборным методом на основе эмпирических соображений специалистов-экспертов управляющих выплавкой стали. По выбранной регрессионной модели осуществляется прогноз распределения твердости стали, на основе которого методом перебора выбирается необходимый химический состав. Неизбежные ошибки, связанные с экспертным выбором адекватной модели и химического состава приводят к снижению качества выплавляемой стали.

Повысить эффективность управления и качество выплавляемой стали можно при получении прогноза на основе моделирования зависимости «состав-твердость» системой нечетких продукционных правил Токаги-Суджено-Канга (модель TSK) и оптимизации выбора химического состава стали в условиях стохастичности параметров регрессионных моделей. Таким образом, обуславливается актуальность задачи анализа и совершенствования моделей и алгоритмов управления твердостью выплавляемой стали в условиях нечеткой и стохастической неопределенности.

Методы и модели

Анализ возможности управления на основе решения матричного уравнения.

Анализ существующих моделей прогнозирования в виде систем линейных уравнений и особенностей управления выплавкой стали, показал, что, в принципе, при решении задачи управления все модели могут быть приведены к форме с квадратными матрицами. В этом случае и модель TSK, полученная для прогнозирования твердости стали, представленная в матричном виде (1), также будет иметь квадратную матрицу:

$$\bar{y} = A^{TSK}(\bar{x})\bar{x} + \bar{a}_0^{TSK}(\bar{x}), \qquad (1)$$

где $A^{TSK}(\bar{x}) = \begin{pmatrix} a_{11}(\bar{x}) & a_{12}(\bar{x}) & \dots & a_{1n}(\bar{x}) \\ a_{21}(\bar{x}) & a_{22}(\bar{x}) & \dots & a_{2n}(\bar{x}) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{k1}(\bar{x}) & a_{k2}(\bar{x}) & \dots & a_{kn}(\bar{x}) \end{pmatrix}$

– матрица модели TSK, элементы которой зависят от вектора $\bar{x}$; $\bar{a}_0^{TSK}(\bar{x})$ - транспонированный вектор-столбец свободных членов, зависящих от вектора $\bar{x}$.

Отсюда следует, что одним из возможных путей решения задачи управления, т.е. определения вектора $\bar{x}^*$ по заданному вектору $\bar{y}^*$ может быть решение соответствующего матричного уравнения. Применительно к модели TSK, с параметрами, зависящими от $\bar{x}$, вообще говоря, можно было бы использовать подход к решению, основанный на построении итерационной процедуры.

Однако, как отмечалось ранее, параметры исходных регрессионных моделей суть случайные величины, и решения системы линейных уравнений будут определяться с некоторым смещением. Смещение может приводить к потере адекватности моделей и невозможности реализации управления на основе этих моделей. Если величина этого смещения оказывается в нашем случае значительной и выходит за допустимые рамки, то использовать такой подход к управлению нельзя.

Отсюда возникает задача экспериментального оценивания величины смещения решений систем линейных регрессионных уравнений, описывающих зависимость распределенной твердости стали от химического состава.

Будем считать, что недопустимая величина смещения, получаемая при решении хотя бы одной из существующих систем регрессионных уравнений, приводит к недопустимому смещению предполагаемого решения модели TSK. В этом случае достаточно получить оценки смещения только существующих систем регрессионных уравнений и, если решение хотя бы одной из систем имеет недопустимое смещение, то следует отказаться от попыток поиска решения матричной формы модели TSK.

Примем следующий критерий оценки допустимости смещения: если полученное решение системы регрессионных уравнений попадает в допустимую область изменения химического состава стали, то решение можно считать допустимым, в противном случае – смещение недопустимо велико и от управления на основе решений матричных уравнений следует отказаться. Допустимая область изменения массовой доли химических элементов определяется существующими границами классов K_i^j.

Экспериментальные исследования проводились по следующей методике. Из имеющихся статистических данных выбиралась точка $\bar{x}^k = (x_1^k, x_2^k, ..., x_n^k)$ таким образом, что для всех x_i^k выполняется $x_i^k \in K_i^j$ для одного и того же *j*. Другими словами точка $\bar{x}^k$ четко принадлежит одному из классов K^j и выполняются условия априорной адекватности *j*-ой модели. Затем по *j*-ой модели $\bar{y}^j = A^j \bar{x}^k + \bar{a}_0^j$ рассчитываются несмещенные оценки распределенной твердости стали, $\bar{y}^j = (y_1^j, y_2^j, ..., y_n^j)$. Мы знаем, что линейная модель статистически адекватно описывает зависимость $y = f(\bar{x})$ в заданной области изменения факторов. Если функция $y = f(\bar{x})$ монотонна по всем своим переменным, а в нашем случае это условие выполняется, то на границе области допустимого изменения $\bar{x}$ эта функция будет принимать свои максимальные и минимальные значения.

Таким образом, можно определить границы изменения состояний свойства (твердости стали), соответствующие допустимым изменениям химического состава. Это означает, что любым значениям вектора $\bar{x}$, отвечающим своим ограничениям $x_i^k \in K_i^j$ будут соответствовать значения вектора $\bar{y}$, отвечающие своим допустимым ограничениям. Полученный по *j*-ой модели для точки $\bar{x}^k$ вектор $\bar{y}^j$ изменяется в пределах своих допустимых ограничений и для нового значения распределенной твердости решается *j*-ая система уравнений относительно $\bar{x}$. Следует ожидать, что полученное смещенное решение останется в классе K^j. Если этого не произойдет, то смещение решения следует считать недопустимым.

По данной методике была произведена серия экспериментов с различными моделями по различным точкам $\bar{x}$. В большинстве случаев решение оказывалось с недопустимым смещением.

Результаты, полученные в процессе анализа возможности управления на основе решений систем линейных регрессионных уравнений моделей, позволяют сделать однозначный вывод о недопустимо большой величине смещения оценок значений химических элементов. Управление должно строиться на основе оптимизационного подхода.

Постановка задачи оптимального управления. Оптимальное управление должно строиться в классе задач стохастического математического программирования. Критерием оптимизации должна служить надежность достижения допустимого интервала изменения распределенной твердости стали заданного индивидуальной заказной спецификацией. При этом должны выполняться ограничения на изменения химического состава, также заданные заказной спецификацией. Пусть сначала математическая модель зависимости распределенной твердости стали от химического состава имеет вид

$$\bar{y} = \bar{a}_0 + A\bar{x} \ , \qquad (2)$$

В формализованном виде задача оптимального управления, применительно к рассматриваемой системе линейных уравнений произвольного вида ($n \neq k$) будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} (y_1^* - a_{10} - a_{11}x_1 - \ldots - a_{1n}x_n)^2 \to \min, \\ (y_2^* - a_{20} - a_{21}x_1 - \ldots - a_{2n}x_n)^2 \to \min, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ (y_k^* - a_{k0} - a_{k1}x_1 - \ldots - a_{kn}x_n)^2 \to \min, \\ x_1^{\min} \le x_1 \le x_1^{\max}, \\ x_2^{\min} \le x_2 \le x_2^{\max}, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ x_n^{\min} \le x_n \le x_n^{\max}. \end{cases} \qquad (3)$$

Вообще говоря, такую задачу следует рассматривать как задачу векторной оптимизации, т.к. критерии, записанные для каждой строки системы уравнений (3), скорее всего, противоречивы. Однако, эти критерии можно представить в виде линейной свертки, основываясь на выпуклом характере функций цели и ограничений. В этом случае задача оптимизации принимает скалярный вид и может рассматриваться в классе задач математического программирования:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{k} (y_i^* - a_{i0} - a_{i1}x_1 - a_{i2}x_2 - \ldots - a_{in}x_n)^2 \to \min, \\ x_i^{\min} \le x_i \le x_i^{\max} \quad для \quad всех \quad i. \end{cases} \qquad (4)$$

Поскольку параметры регрессионных уравнений a_{ij} следует рассматривать как случайные оценки, постановка задачи оптимизации (4) относится к классу задач стохастического программирования.

Следуя возможным подходам к решению такого рода задач, предлагается следующая модификация постановки (4), приводящая ее к обычной задаче квадратичного программирования.

Будем интерпретировать каждое заданное значение y_i^* как условную выборочную среднюю $y_i^* = M(y_i / \bar{x}^*)$ регрессионной модели $y_i = y_i^* + \varepsilon_{ij}$, где ε_i - случайные остатки. В соответствии с задачей управления по заданным значениям y_i^* необходимо с помощью модели найти такие значения $\bar{x}^*$, которые при установке на реальном объекте обеспечили бы попадание твердости стали $y_i(\bar{x}^*)$ в каждой заданной точке h_i в некоторый допустимый интервал вокруг y_i^* с определенной вероятностью. С одной стороны допустимый интервал определяется индивидуальной заказной спецификацией выплавки стали (см. табл. 1.2) неравенством - $y^*{}_i - \delta_i \le y_i(\bar{x}^*) \le y^*{}_i + \delta_i$. С другой стороны, следуя теории математической статистике, для y_i^* можно рассчитать доверительный интервал в виде неравенства

$$y^*{}_i - t_{1-\alpha,k} S(y^*{}_i) \le y_i(\bar{x}^*) \le y^*{}_i + t_{1-\alpha,k} S(y^*{}_i) \ , \ 5)$$

где $t_{1-\alpha,k}$ - статистика Стьюдента; $S(y^*{}_j)$ - стандартная ошибка прогнозируемого свойства, вычисляемая при конкретных значениях вектора $\bar{x} = \bar{x}^*$. Сравнение двух полученных неравенств показывает, что для успешного решения задачи необходимо выполнение неравенства $t_{1-\alpha,k} S(y_i^*) \le \delta_i$. Для того, чтобы последнее неравенство выполнялось с заданной вероятностью, желательно выбирать такие $\bar{x}^*$, при которых стандартная ошибка $S(y^*{}_i)$ была бы минимальной. Этому желанию соответствует критерий оптимальности вида

$$S^2(y^*{}_j) = \sum_{k=0}^{n} \sum_{i=0}^{n} S_{ki} x_i x_k = \bar{x}^T K_j \bar{x} \to \min \ , (6)$$

где S_{ki} - оценки моментов связи (при k = i – оценки дисперсии) случайных параметров модели; K_j – ковариационная матрица размерности $(n+1)\times(n+1)$. Очевидно, что критерии вида (6) должны быть записаны для каждого j, т.е. для каждого уравнения системы (2). Их совокупность можно представить в виде взвешенной аддитивной свертки:

$$I(\bar{x}) = \sum_{j=1}^{m} v_j S^2(y_j^*) = \sum_{j=1}^{m} v_j \bar{x}^T K_j \bar{x} \to \min \ , (7)$$

где v_j - весовой коэффициент, учитывающий требования по точности достижения каждого значения распределенного свойства.

Далее, критерий (функцию цели) из выражения (4) следует привести к виду ограничительного неравенства. Такое неравенство может быть представлено в матричном виде:

$$\bar{y}_{\min}^* \le A\bar{x} + \bar{a}_0 \le \bar{y}_{\max}^* , \qquad (8)$$

где компоненты векторов $\bar{y}_{\min}^*$ и $\bar{y}_{\max}^*$ определяются следующим образом: $y_i^* - \delta_i$ - для минимальных границ и $y_i^* + \delta_i$ - для максимальных границ.

Таким образом, постановка задачи принимает вид

$$\begin{cases} I(\bar{x}) = \sum\limits_{j=1}^{m} v_j S^2(y_j^*) = \sum\limits_{j=1}^{m} v_j \bar{x}^T K_j \bar{x} \to \min \ , \\ \bar{y}_{\min}^* \le A\bar{x} + \bar{a}_0 \le \bar{y}_{\max}^* , \end{cases} \qquad (9)$$

$$x_i^{\min} \le x_i \le x_i^{\max} \quad \text{для всех} \quad i.$$

Следует отметить, что $I(\bar{x})$ с линейными ограничениями относятся к классу задач квадратичного программирования. Для существования оптимального решения необходимо, чтобы матрицы K_j были симметричные и положительно определенные. Симметричность этих матриц обеспечивается по определению, а положительную определенность легко проверить с помощью критерия Сильвестра. Заметим также, что рассматриваемая постановка обеспечивает решение задачи управления для любого соотношения *n* и *k*, а также учитывает стохастический характер параметров регрессионных уравнений. Решение находится любым поисковым методом без использования операции обращения матрицы. Это означает, что получаемые решения, $\bar{x}^*$ можно рассматривать как несмещенные оценки.

Поскольку было принято решение об использовании модели TSK для описания зависимости распределенной твердости стали от химического состава, необходимо заменить модель (2) в постановке (9) задачи оптимального управления на модель TSK.

Замена модели (2) на модель TSK в матричной форме (1) приведет к существенным изменениям в постановке задачи. Рассмотрим эти изменения, сначала в функции цели, а затем в ограничениях.

Оценки дисперсии выходной переменной y_i^j (здесь индекс *i*-означает номер уравнения в *j*-ой системе уравнений) в модели TSK предлагается вычислять по следующему правилу:

$$S^2(\mu_{K\,j}(\bar{x}) y_i^j) = \mu_{K\,j}^2(\bar{x}) S^2(y_i^j), \tag{10}$$

Значения $\mu_{K\,j}^2(\bar{x})$ будем рассматривать как весовые коэффициенты v функции цели в постановке (9). Кроме того, необходимо учесть, что в модели TSK следует рассматривать все исследуемые регрессионные модели. Тогда функция цели применительно к модели TSK примет вид

$$I(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{8} \mu_{K\,j}^2(\bar{x}) S^2(y_i^{j*}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{8} \mu_{K\,j}^2(\bar{x}) \bar{x}^T K_i^j \bar{x} \to \min, \tag{11}$$

Ограничение (8) применительно к модели TSK примет вид

$$\bar{y}_{\min}^* \le A(\bar{x})\bar{x} + \bar{a}_0(\bar{x}) \le \bar{y}_{\max}^*, \tag{12}$$

Окончательно постановка (9) применительно к модели TSK примет вид

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{8} \mu_{K\,j}^2(\bar{x}) S^2(y_i^{j*}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{8} \mu_{K\,j}^2(\bar{x}) \bar{x}^T K_i^j \bar{x} \to \min, \\ \bar{y}_{\min}^* \le A(\bar{x})\bar{x} + \bar{a}_0(\bar{x}) \le \bar{y}_{\max}^*, \\ x_i^{\min} \le x_i \le x_i^{\max} \quad \text{для всех} \quad i. \end{cases} \tag{13}$$

Как видно постановку задачи управления (13) уже нельзя рассматривать как задачу квадратичного программирования. В этом случае и функция цели и ограничения содержат существенные нелинейности. Необходима разработка алгоритма решения задачи (13).

Заключение

Анализ особенностей моделирования процессом выплавки стали показал, что наиболее адекватным подходом к построению моделей зависимости твердости стали от её химического состава являются методы статистического моделирования в комбинации с методами нечеткого логического вывода, а управление процессом выплавки стали (выбор химического состава) может быть представлена либо как решение систем нелинейных уравнений либо в виде моделей оптимального выбора. Разработана модель зависимости распределенной по глубине твердости стали от её химического состава в виде системы нечетких продукционных правил (модель TSK), позволившая определять прогнозные значения распределенной твердости стали как средневзвешенные выходы комплекса моделей линейной регрессии и устраняющая проблему выбора наиболее адекватной регрессионной модели.

Список литературы: **1.** *Воскобойников В.Г.* и др. Общая металлургия./ *В.Г. Воскобойников, В.А.Кудрин, А.М.Якушев* Учебное пособие. Объем в уч. изд.л.: 40.00, **2.** *Глинков Г.М., Маковский В.А.* АСУ ТП в черной металлургии. – М.: Металлургия, 1999. – 310 с., **3.** *Осовский С.* Нейронные сети для обработки информации / Пер. с польского *И.Д. Рудинского*. - М.: Финансы и статистика, 2002. - 344 с., **4.** Оптимизация и идентификация технологических процессов в металлургии: Учебное пособие/ *Н.А. Спирин, В.В. Лавров, С.И. Паршаков, С.Г. Денисенко*. Екатеринбург, ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2006.- 307 с., **5.** *Советов Б.Я., Яковлев С.А.* Моделирование систем: Учебник для вузов.- 3-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 2007, **6.** *Цымбал В.П.* Математическое моделирование сложных систем в металлургии: Учебник для вузов/ *В.П. Цымбал*. - Кемерово; М.: Изд. Объед. «Российские университеты»: Кузбассвузиздат – АСТШ, 2006. -431 с., **7.** *Эддоус М., Стэнсфилд Р.* Методы принятия решений/ Пер. с англ. Под ред. Член-корр. РАН И.И. Елисеевой. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997. – 590 с.

Bibliography (transliterated):1. *Voskoboinikov V.G. and other*. Common metals./ *V.G. Voskoboynikov, C. A. Kudrin, A.M. Yakushev*. Tutorial. Volume in secondary ed.L.: 40.00 **2**. *Glinkov, M., Makowski V.A.* APCS in ferrous metallurgy. - Moscow.: Metallurgy, 1999. - 310 P. Print. **3**. *Osowski C.* Neural networks for information processing / Per. Polish *I.D. Rudinsky*. - Moscow: Finance and statistics, 2002. - 344 P. **4**. Optimization and identification of technological processes in metallurgy: textbook/ *N. A. Spirin, V. C. Lavrov, S.I. Parshikov, S., Denisenko*. Yekaterinburg, GOU VPO USTU-UPI, 2006.- 307 P. **5**. *Tips B.I., Yakovlev S.A.* Modeling of systems: Textbook for universities.- 3rd ed., Rev. and ext. Moscow.: Higher school, 2007. **6**. *Tsymbal B.N.* Mathematical modeling of complex systems in industry: Textbook for universities/ *B. N. Tsymbal*. - Kemerovo; M: Ed. Joint. "Russian universities": Kuzbassvuzizdat - ASTS, 2006. -431 P. **7**. *Addos M., Stansfield R.* Methods of decision making/ Lane. from English. Ed. by corresponding Member. Wounds I. I. Eliseeva. - Moscow.: Audit, UNITY, 1997. - 590 P.

Поступила (received) 31.03.2015

Відомості про авторів / About the authors

Кабулова Евгения Георгиевна – кандидат технических наук, доцент, Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова (филиал) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», зав. кафедрой высшей математики.

Kabulova Eugeniya Heorhiyevna - Ph.D., Associate Professor, Stary Oskol Technological Institute. AA Ugarov (branch) of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Professional Education "National Research Technological University" MISA ", Associate Professor, head. High society kafedroy mathematics.

Косарева Ирина Николаевна– Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова (филиал) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», старший преподаватель кафедры экономики и менеджмента.

Kosareva Irina Nykolaevna- Stary Oskol Technological Institute. AA Ugarov (branch) of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Professional Education "National Research Technological University" MISA ", Associate Professor, Senior Lecturer of the department of Economics and Management.

Карпова Валентина Алексеевна – доцент, Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова (филиал) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», доцент кафедры высшей математики.

Karpova Valentina Alekseevna - Associate Professor, Stary Oskol Technological Institute. AA Ugarov (branch) of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Professional Education "National Research Technological University" MISA ", Associate Professor, society docent of the department of mathematics.

Гриднева Галина Ильинична – кандидат эконмических наук, доцент, Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова (филиал) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», доцент кафедры экономики и менеджмента.

Gridneva Galina Ilinichna - PhD, Associate Professor, Stary Oskol Technological Institute. AA Ugarov (branch) of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Professional Education "National Research Technological University" MISA ", Associate Professor, Department of Economics and Management.

.