

УДК 621.224

О.В. ПОТЕТЕНКО, канд. техн. наук; проф. НТУ «ХПИ»;

Е.С. КРУПА, канд. техн. наук; доц. НТУ «ХПИ»

К ВОПРОСУ УЧЕТА ДИФФУЗИОННОГО ПЕРЕНОСА МОМЕНТА ИМПУЛЬСА И ТРАНСФОРМАЦИИ ЕГО ЭНЕРГИИ В ЭНЕРГИЮ ИМПУЛЬСА И, НАОБОРОТ, ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКОВ

В статье рассматриваются некоторые направления совершенствования математического описания турбулентного движения жидкости в каналах гидромашин. Проанализированы преимущества и недостатки математических моделей турбулентного движения жидкости. Проведен анализ существующих гидродинамических методов расчета турбулентного потока и представлен один из вариантов учета диффузионного переноса момента импульса и трансформации энергии импульса в энергию момента импульса и, наоборот, при моделировании турбулентных потоков.

Ключевые слова: гидротурбина, рабочее колесо, спиральная камера, турбулентный поток, ламинарный поток.

Введение

Совершенствование гидродинамических методов расчета позволяет не только экономить время и затраты на разработку современного гидроэнергетического оборудования, но и провести более точный и глубокий анализ рабочего процесса не только на оптимальном режиме работы гидротурбины, но и для всей зоны ее эксплуатации, что очень важно т.к. гидротурбинное оборудование эксплуатируется на «пиковых нагрузках», т.е. редко на оптимальном режиме. В перспективе, так называемый расчетный (компьютерный) эксперимент может практически полностью заменить физический эксперимент. В работе рассматриваются некоторые направления совершенствования математического описания турбулентного движения жидкости в каналах гидромашин.

1. Основное отличие турбулентного режима от ламинарного

Основным отличием турбулентного потока от ламинарного является интенсивный диффузионный перенос массы, импульса, момента импульса и энергии вызванный пульсацией скоростей и давлений. В случае стационарного режима течения (при постоянном расходе и напоре) несжимаемой жидкости при постоянной температуре, плотности и вязкости основными параметрами диффузионного переноса влияющими на турбулентный поток является импульс и момент импульса.

В процессе конвективного и диффузионного переноса параметров потока импульс (количество движения) частично или полностью трансформируется в момент импульса и наоборот. Сложный процесс трансформации импульса в момент импульса и, наоборот, в случае турбулентного потока вязкой жидкости не достаточно пока изучен и, строго говоря, не достаточно учитывается в математических моделях описывающих турбулентное течение.

В качестве примера трансформации импульса в момент импульса и наоборот можно рассмотреть процесс закрученного удара по мячу теннисной ракеткой и «косой» отскок теннисного мяча при ударе об поле корта.

В случае диффузионного переноса вихря (момента импульса) в потоке жидкости

он может попасть внутрь другого конвективно перемещающегося вихря, и при этом частично произойдет сложение двух векторов $\text{rot}\vec{v}$, а частично энергия момента импульса преобразуется в энергию импульса.

Аналогичным образом, при диффузионном переносе импульса в зону перемещающегося вихря энергия импульса частично преобразуется в энергию момента импульса. Существуют и другие сложные процессы, в которых происходит трансформация энергии импульса в энергию момента импульса и наоборот и, в частности, вследствие влияния одного вихря на другой, влиянию стенок канала, процесса «каскадного дробления вихрей», «растяжения вихрей» и др., сопровождающихся генерацией новых вихрей и диссипацией энергии вихрей.

2. Анализ преимуществ и недостатков математических моделей турбулентного движения жидкости

Одной из ранних трехмерных моделей турбулентного движения жидкости в каналах радиально-осевых гидротурбин и, в первую очередь, в межлопастных каналах рабочего колеса была так называемая «двухслойная модель», где ядро потока рассматривалось как невязкая и несжимаемая жидкость и лишь в пристеночном слое учитывалась вязкость, и расчет потока в погранслое проводился на основе теории пограничного слоя. Примером такой постановки является квазитрехмерный метод расчета ЦКТИ [1, 2, 3]. Такой подход имеет свои преимущества и недостатки. Основным преимуществом, кроме простоты решения, является достаточно точное определение профильных потерь, т.е. потерь на трение при обтекании решеток профилей потоком вязкой жидкости.

Структура потока в пристеночной зоне характеризуется быстрым нарастанием скоростей в так называемой зоне «вязкого подслоя» и в зоне «логарифмического закона скорости» пограничного слоя.

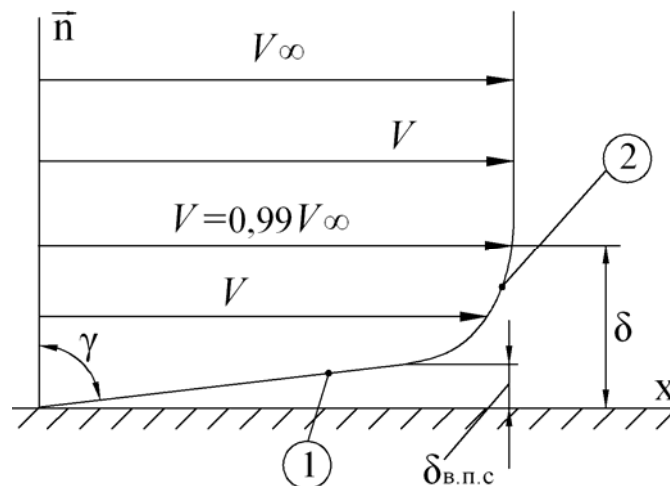


Рис. 1 – Структура потока в пристеночном турбулентном пограничном слое (1 – зона «вязкого подслоя», 2 – «логарифмическая зона»)

Как известно, в «вязком подслое турбулентные напряжения ($-\rho \overline{v'_i v'_j}$) на порядок меньше вязкостных напряжений ($\mu \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$) и, в большинстве случаев,

турбулентними напруженнями (напруженнями Рейнольдса) можна пренебрати. В логарифмічній зоні погранслоя вязкісні напруження і напруження, обусловленні турбулентністю, мають однаковий порядок, і це учитывається при расчете турбулентного погранслоя. В ядре потока многие авторы считают возможным пренебрати вязкісними напруженнями, т. к., по их мнению, они на порядок меньше напружений Рейнольдса. Этим обуславливается целесообразность в так называемой «двухслойной модели» потока рассматривать ядро потока как зону невязкой жидкости. Однако это так же может явиться и большим недостатком расчетного метода, особенно применительно к радиально-осевым гидротурбинам на напоры 400÷600 м и выше. В потоке невязкой жидкости невозможно объяснить (или получить расчетным путем) появление крупномасштабных вихревых структур, например, «парного вихря» в спиральной камере и др. [4].

Таким образом, можно сделать вывод, что «двухслойные» модели течения жидкости не позволяют учесть с достаточной точностью потери энергии, обусловленные генерацией крупномасштабных вихревых структур («парного вихря» в спиральной камере, спиралеобразных вихрей в отсасывающей трубе, отрывных вихревых потоков и др.), а также их влияние, наряду с вихрями «дорожки Кармана» и индуктивными вихрями ($\text{rot } \vec{v} \times \vec{v} = 0$), сбегających с выходных кромок лопаток и лопастей и др., на основной поток. Расчет интегральных гидравлических показателей гидромашин на основе вышеизложенной модели течения для гидротурбин на напоры 400÷600 м дает существенно заниженные величины потерь энергии.

Трехмерные методы расчета турбулентного потока основаны на использовании осредненных уравнений Навье-Стокса (уравнений Рейнольдса) и уравнения неразрывности. Как известно, эта система уравнений не является замкнутой, т.к. к осредненным по времени параметрам потока добавились (учитывая симметричность тензора напружений) дополнительно шесть неизвестных напружений Рейнольдса ($-\rho \overline{v'_i v'_j}$).

Среди трехмерных методов расчета турбулентных потоков наибольшее распространение, в том числе и для несжимаемой жидкости, при постоянной температуре, плотности и вязкости получил метод, основанный на « k - ϵ » уравнениях, где « k » – уравнение – это уравнение баланса турбулентной (пульсационной) кинетической энергии и « ϵ » – уравнение – диссипации этой энергии. Сразу следует отметить, что они получены из уравнений Навье-Стокса (записанного в энергетической или консервативной форме) после осреднения по времени и уравнений Рейнольдса в консервативной форме, т. е. с использованием закона сохранения импульса и являются скалярными уравнениями, в большей мере отражающими изотропные (т. е. мелкомасштабные) вихревые структуры.

Наиболее общая запись « k » – уравнения имеет следующий вид:

$$\dot{k} + \overline{v_i k_{,i}} + \left[\overline{v'_i \left(\frac{1}{2} v'_j v'_j + p' / \rho \right)} \right]_{,i} = -\overline{v'_i v'_j v'_{i,j}} - \nu \overline{v'_{i,j} v'_{i,j}}, \quad (1)$$

где $k = \frac{1}{2} \overline{v'_i v'_i}$ – приведенная к единице массы кинетическая энергия пульсационной

компоненты скорости, а \dot{k} – ее локальное изменение ($\frac{\partial k}{\partial t} = \dot{k}$);

$\overline{v'_i k_{,i}} = \overline{v'_i} \frac{\partial k}{\partial x_i}$ – конвективный перенос энергии k за счет осреднённых по времени

скоростей;

$\overline{\left[v'_i \left(\frac{1}{2} v'_j v'_j + p' / \rho \right) \right]_{,i}}$ – диффузионный перенос, обусловленный пульсацией скорости и

давления;

$-\overline{v'_i v'_j v'_{i,j}}$ – генерация кинетической энергии пульсационной компоненты скорости, вызванная взаимодействием напряжением Рейнольдса и градиента скорости осредненного потока;

$-\overline{v v'_{i,j} v'_{i,j}}$ – диссипация энергии k за счет влияния вязкости. Как обычно, в этих выражениях повторяющийся (немой) индекс в одночлене означает суммирование по этому индексу (правило Эйнштейна).

Наиболее общая запись « ε » – уравнения может быть представлена в следующем виде:

$$\dot{\varepsilon} + \overline{v_e \varepsilon_{,e}} = -\overline{(v'_i \varepsilon')_{,e}} - 2\overline{v v'_{i,k} v'_{i,e} v'_{k,e}} - 2\overline{(v v'_{i,ee})^2},$$

где $\varepsilon = \frac{v}{2} \sum_{\alpha,\beta} (\overline{v_{\alpha,\beta}} + \overline{v_{\beta,\alpha}})^2$; $\varepsilon' = \frac{v}{2} \sum_{\alpha,\beta} \overline{(v'_{\alpha,\beta} + v'_{\beta,\alpha})^2}$ – диссипация кинетической энергии;

$\dot{\varepsilon}$ – ее локальное изменение;

$\overline{v_e \varepsilon_{,e}}$ – конвективный перенос;

$\overline{(v'_e \varepsilon')_{,e}}$ – диффузионный перенос;

$-2\overline{v v'_{i,k} v'_{i,e} v'_{k,e}}$ – генерация за счет растяжения вихрей;

$-2\overline{(v v'_{i,ee})^2}$ – вязкая диссипация.

Как известно [4], на линейный масштаб характеризующий размеры больших энергосодержащих вихрей, как и на энергию k влияют процессы переноса и предыстория. Вместо масштаба L используется соотношение $\varepsilon \sim k^{3/2} / L$.

Однако система дифференциальных уравнений Рейнольдса, неразрывности, « k » и « ε » – уравнений по-прежнему не является замкнутой и требует привлечения полуэмпирических выражений алгебраического типа с опытными коэффициентами, что сужает возможности применения этой модели для получения высокоточных результатов.

Попытка отказаться от определения напряжений Рейнольдса через масштаб скорости с помощью соотношений Колмогорова-Прандтля и « k », « ε » – уравнений привело к использованию дифференциальных уравнений для турбулентных напряжений, например, следующего вида [4]:

$$\begin{aligned} & \overline{v'_i v'_j} + \overline{(v'_i v'_j)_{,k}} \overline{v_k} + \overline{v_{i,k} v'_k v'_j} + \overline{v_{j,k} v'_k v'_i} + \left\{ \overline{v'_i v'_j v'_k} + \overline{p' v'_i \delta_{ik}} / \rho + \overline{p' v'_i \delta_{jk}} / \rho \right\}_{,k} = \\ & = \left[p'^{(2)} (\overline{v'_{i,j}} + \overline{v'_{j,i}}) / \rho - 2\overline{v v'_{i,k} + v'_{j,k}} + 2\overline{\varepsilon \delta_{ij}} / 3 \right] + \overline{p'^{(2)} (\overline{v'_{i,j}} + \overline{v'_{j,i}}) / \rho - 2\overline{\varepsilon \delta_{ij}} / 3} \end{aligned}$$

Так как каждое из слагаемых этого уравнения представляет собой симметричный тензор, то, в результате, получим шесть уравнений для определения напряжений Рейнольдса ($-\rho \overline{v'_i v'_j}$).

Однако, система уравнений Рейнольдса, неразрывности и шести уравнений для турбулентных напряжений по-прежнему не является замкнутой, т. к. появились новые неизвестные параметры вида $\overline{v'_i v'_j v'_k}$ – «моменты третьего порядка» и $\overline{p' v'_j}$ – «второго порядка» и др.

В итоге, для замыкания системы уравнений предлагается целый цикл (полученных различными авторами) алгебраических полуэмпирических выражений с опытными коэффициентами.

По мнению ряда авторов [4] расчетные модели с применением дифференциальных уравнений для напряжений Рейнольдса описывают турбулентные процессы более реалистично и являются единственными перспективными моделями для таких течений, в которых перенос отдельных компонентов напряжений и потоков играет существенную роль и не может быть хорошо аппроксимирован в рамках модели переноса кинетической энергии («*k*» – уравнениями). Однако эти модели трудоемки с вычислительной точки зрения и до сих пор мало апробированы, вследствие чего не нашли широкого применения в инженерных расчетах.

3. Предположение о целесообразности применения закона сохранения момента импульса и уточненной формулы для напряжений Рейнольдса при расчетах турбулентных потоков (О. В. Потетенко)

Одним из аргументов о невозможности замкнуть аналитическим путем с помощью строгих уравнений гидродинамики систему осредненных уравнений Навье-Стокса (уравнений Рейнольдса) и неразрывности является то, что в этом случае обратным осреднению по времени действием получится для ламинарного течения жидкости переопределенная система уравнений.

Покажем, что этот аргумент, с нашей точки зрения, не является определяющим и остановимся на анализе компонент тензора турбулентных напряжений.

Используя закон сохранения (изменения) количества движения (импульса), получим основное уравнение динамики сплошной среды (уравнение «в напряжениях»). При выводе, в большинстве случаев [5] рассматривается перемещающийся («жидкий») объем, состоящий из одних и тех же частиц потока, ограниченный перемещающейся с потоком («жидкой») поверхностью, т. е. не предусматривается диффузионного переноса через эту «жидкую» поверхность. Далее, используя реологическую формулу для Ньютоновской вязкой жидкости выводится уравнений Навье-Стокса.

После осреднения по времени уравнений Навье-Стокса получаются уравнения Рейнольдса (или осредненные уравнения Навье-Стокса) с дополнительными турбулентными напряжениями (напряжениями Рейнольдса) вида: $-\rho \overline{v'_i v'_j}$, физический смысл которых заключается в переносе импульса $\rho v'_i$ с пульсационной скоростью v'_j .

Однако, в турбулентном потоке с пульсационной скоростью (диффузионный перенос) происходит перенос импульса, определяемого полной скоростью $\overline{v_i + v'_i}$, что на наш взгляд не учитывается уравнениями Рейнольдса, как не учитывается и перенос момента импульса (вихря), энергия которого впоследствии может трансформироваться в энергию импульса.

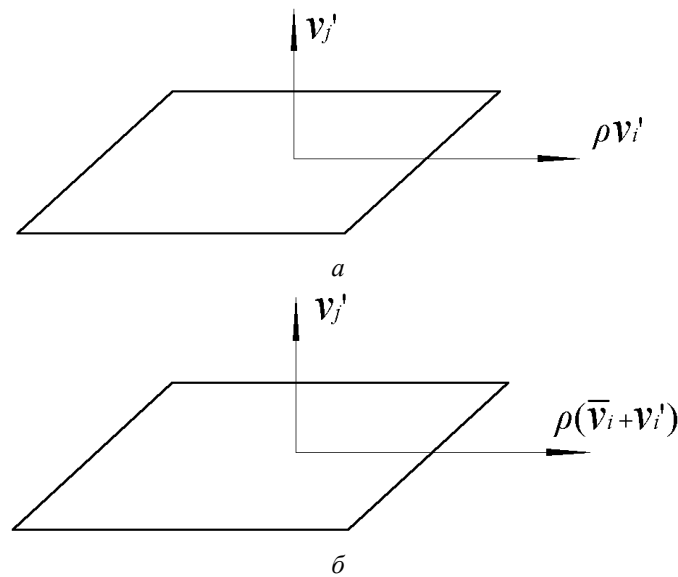


Рис. 2 – Схема переноса импульса для массы единичного объема через поверхность единичной площади ($\Delta S = 1$): *a* – перенос импульса $\rho v_i'$ – образованного пульсационной компонентой скорости;

b – импульса $\rho (\bar{v}_i + v_i')$ суммарной скорости

На основе вышеизложенного предлагается в качестве одного из вариантов следующее выражение для тензора турбулентных напряжений:

$\tau_{ij}^{(T)} = -\rho \overline{v_i' v_j'} \pm (\overline{v_j' v_j'})^{\frac{1}{2}} (\overline{v_j} / |\overline{v_j}|) \overline{v_i}$; при этом знак (+) меняется на (-) при переходе от четного к нечетному циклу числового расчета.

Предлагается в качестве одного из вариантов следующая система уравнений турбулентного движения жидкости:

1. Закон сохранения массы и уравнение неразрывности (для несжимаемой жидкости) как дифференциальная форма закона:

$$\overline{v_{i,j}} = 0 \quad (\text{div } \bar{v} = 0).$$

2. Закон сохранения импульса и его дифференциальная форма – уравнение динамики турбулентного движения жидкости (уравнение Рейнольдса):

$$f_i - (1/\rho) \bar{p}_{,i} + \overline{v v_{i,jj}} - (1/\rho) \tau_{ij,j}^{(T)} = \dot{v}_i + \overline{v_j v_{i,j}}.$$

3. Уравнение трансформации момента импульса в импульс и наоборот:

$$\bar{r} \times \bar{f} - \bar{r} \times (1/\rho) \nabla \bar{p} + \bar{r} \times (\nu \nabla^2 \bar{v}) - \bar{r} \times \left[(1/\rho) \nabla \cdot \bar{T}^{(T)} \right] = \bar{r} \times \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{r} \times (\bar{v} \nabla) \bar{v},$$

где $\bar{T}^{(T)}$ – тензор турбулентных напряжений ($\tau_{ij}^{(T)}$).

4. Закон сохранения момента импульса (интегральная форма):

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho(\vec{r} \times \vec{v}) dV = \int_V \rho(\vec{r} \times \vec{f}) dV + \oint_S (\vec{r} \times \vec{\tau}_n) ds + \oint_S [\vec{r} \times (\vec{v} + \vec{v}')] \vec{v}'(\pm \vec{n}) ds,$$

где $\vec{\tau}_n = (\tau_{ij})_n = (\tau_{ij}^{(b)} + \tau_{ij}^{(T)})_n$.

В этом выражении $\oint_S [\vec{r} \times (\vec{v} + \vec{v}')] \vec{v}'(\pm \vec{n}) ds$ – диффузионный перенос момента импульса за счет пульсации скорости \vec{v}' .

Следует отметить, что недоучет переноса импульса $\rho \vec{v}_i \vec{v}'_j$, обусловленного осредненной скоростью за счет пульсационной компоненты, особенно на входных кромках профилей вблизи критической точки, где толщина пограничного слоя близка к нулю и имеет место большие градиенты осредненной скорости, может привести к существенным погрешностям при определении потерь на трение (так называемых потерь на входе или «ударных потерь»).

4. Вихревая структура потока в каналах высоконапорных гидротурбин

Завихренность потока или турбулентность в каждом отдельном канале проточной части гидротурбины представляет собой сумму свободной, т.е. принесенной в канал через входное сечение и образуемой в предыдущих каналах завихренности и связанной, т.е. образуемой в рассматриваемом канале вихревой структуры. Таким образом, при строгом решении задачи математического моделирования потока в рассматриваемом канале в качестве граничных условий во входном сечении наряду с осредненными по времени параметрами потока, такими как распределение осреднённой скорости и давления, необходимо задать основные параметры турбулентности потока, такие как, например, интенсивность (степень) турбулентности и масштаб турбулентности. Даже при проведении исследований поведения самолета при различных параметрах турбулентности в аэродинамических трубах сетками и хонейкомбами создаются искусственно различные по масштабу и интенсивности турбулентности потока [6].

Анализ вихревой структуры потока в каналах высоконапорной радиально-осевой гидротурбины показывает, что весьма высокие гидравлические потери энергии в подводящих органах гидротурбины (25÷35)% от всех гидравлических потерь обусловлены не только потерями на трение, но и в связи с появлением крупномасштабных вихревых структур в спиральной камере (вида «парного вихря») и в других элементах подвода. Это приводит к тому, что направление и величина скорости существенно меняется по высоте колонны статора, и при этом, лопатки направляющего аппарата и лопасти рабочего колеса обтекаются потоком с меняющимся углом атаки, что также приводит к повышенным потерям и в самом рабочем колесе.

Эта проблема подробно рассмотрена авторами в работе [7].

Установлено, что гидротурбины на напоры 500÷600 м имеют во входном сечении спиральной камеры момент количества движения относительно оси вращения ротора гидротурбины порядка 50% от необходимого момента перед рабочим колесом для оптимальной работы гидротурбины. Т.е. подводящие органы, и в первую очередь спиральная камера, призваны вдвое увеличить момент количества движения, при этом (учитывая большие градиенты скорости в радиальном направлении спиральной камеры) неизбежно, как в любом канале с поворотом потока, возникает так называемый «парный вихрь».

В качестве предложения по минимизации гидравлических потерь в подводящих органах высоконапорных гидротурбин предлагается следующий вариант подводящих каналов:

а) просторная спиральная камера, не увеличивающая момент количества движения;

б) сопловые аппараты с поворотными входными элементами, создающие необходимый момент количества движения ($v_u r$) для оптимальной работы гидротурбины, заменяющие колонны статора и лопатки направляющего аппарата, с кольцевым затвором, обеспечивающим безотказную работу гидротурбины. Движение жидкости при этом в подводящих органах гидротурбины (за исключением выходной области соплового канала) происходит со скоростью в 2÷5 раз меньшей, чем в традиционно применяемых подводах, что резко сократит гидравлические потери. Сопловые аппараты обеспечат более равномерный подвод потока к рабочему колесу, что даст возможность так же уменьшить гидравлические потери в самом рабочем колесе, в том числе и за счет обеспечения ламинарного пограничного слоя на части лопастей рабочего колеса.

Выводы

В данной статье проведен анализ недостатков и неточностей существующих гидродинамических методов расчета турбулентного потока и представлен один из вариантов учета диффузионного переноса момента импульса и трансформации энергии импульса в энергию момента импульса и, наоборот, при моделировании турбулентных потоков.

Список литературы: 1. Раухман, Б. С. Профильные потери решетки радиально-осевой турбины в двумерном неплоском потоке [Текст] / Б. С. Раухман // Энергомашиностроение. – М., 1963. – №12. 2. Раухман, Б. С. Прямая задача обтекания двумерной решетки профилей [Текст] / Б.С. Раухман // Труды ЦКТИ. – Л., 1965. – №61. 3. Этинберг, И. Э. Гидродинамика гидравлических турбин [Текст] / И. Э. Этинберг, Б. С. Раухман. – Л.: Машиностроение, 1978. – 280 с. 4. Методы расчета турбулентных течений : пер. с англ. «Prediction Methods For Turbulent Flows», Hemisphere publishing corporation, 1980. – Коллективная монография ведущих специалистов США, ФРГ, Франции и др. стран [Текст]. – М. : Мир, 1984. 5. Серрин, Дж. Математические основы классической механики жидкости [Текст] : пер. с англ. / Дж. Серрин. – М. : Издат иностр. литер., 1963. 6. Михайлова, Н. П. Масштаб турбулентности, порождаемый сетками и хонейкомбами [Текст] / Н. П. Михайлова, Е. У. Репик, Ю. П. Соседко // Инж. сборник АН СССР МЖГ. – М., 2001. – №1. – С. 79–90. 7. Потетенко, О. В. Вихревая структура потока и анализ различных математических моделей потока в каналах высоконапорных радиально-осевых гидротурбин РО 400, РО 500 и РО 600 [Текст] / О. В. Потетенко, В. Э. Дранковский, Е. С. Крупа // Східно-Європейський журнал передових технологій. – Харків, 2012. – № 3/8 (57). – С. 50–57.

Bibliography (transliterated): 1. Rauhman, B. S. "Profil'nye poteri reshetki radial'no-osevoj turbiny v dvumernom neploskom potoke." *Jenergomashinostroenie*. No. 12. Moscow, 1963. Print. 2. Rauhman, B. S. "Prjamaja zadacha obtekanija dvumernoj reshetki profilej." *Trudy CKTI*. No. 61. Leningrad, 1965. Print. 3. Jetinberg, I. Je., and B. S. Rauhman. *Gidrodinamika gidravlicheskih turbin*. Leningrad: Mashinostroenie, 1978. Print. 4. *Metody rascheta turbulentnyh techenij*. Moscow: Mir, 1984. Print. 5. Serrin, Dzh. *Matematicheskie osnovy klassicheskoy mehaniki zhidkosti*. Moscow: Izdat. inostr. liter., 1963. Print. 6. Mihajlova, N. P., E. U. Repik and Ju. P. Sosedko. "Masshtab turbulentnosti, porozhdaemyj setkami i honejkombami." *Inzh. sbornik AN USSR MZhG*. No. 1. Moscow, 2001. 79–90. Print. 7. Potetenko, O. V., V. Je. Drankovskij and E. S. Krupa "Vihrevaja struktura potoka i analiz razlichnyh matematicheskikh modelej potoka v kanalah vysokonapornyh radial'no-osevyh gidroturbin RO 400, RO 500 i RO 600." *Shidno-Evropejs'kyj zhurnal peredovyh tehnologij* 3/8 (57) (2012): 50–57. Print.

Поступила (received) 12.01.2015