

УДК 62.82

Е.П. ИВАНИЦКАЯ, канд. техн. наук; доц. НТУ «ХПИ»

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ГИДРОПРИВОДА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Рассматривается гидравлический модуль с одноштоковым вертикальным гидравлическим цилиндром, шток которого ориентирован вверх, дроссель расположен в напорной магистрали, направление действия нагрузки совпадает с направлением втягивания штока.

Представлена математическая модель втягивания штока гидравлического цилиндра. Выполнен расчет переходных процессов при разгоне, торможении и переходе с одной скорости на другую. Приведены результаты расчетов и их анализ.

Ключевые слова: гидравлический привод, гидравлический цилиндр, переходные процессы, математическая модель, дроссель.

Введение

Сегодня гидропривод используется для автоматизации различных технологических процессов. Технологические процессы требуют реализации не только установившихся, но и переходных процессов разгона, торможения, перехода с одной скорости на другую. Поэтому вопрос моделирования переходных процессов гидропривода является актуальным.

Цель статьи

Целью данной статьи является построение математической модели и расчет переходных процессов (ПП) гидравлического модуля подъемного устройства с одноштоковым вертикальным гидравлическим цилиндром (ГЦ).

Описание объекта исследований

В качестве объекта исследований принят гидравлический привод (рис. 1) с одноштоковым вертикальным ГЦ, шток которого ориентирован вверх, дроссель расположен в напорной магистрали, направление действия нагрузки совпадает с направлением втягивания штока.

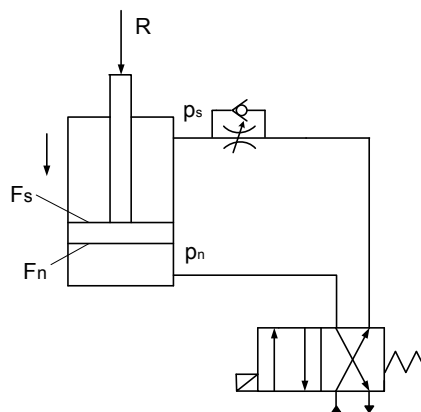


Рис. 1 – Исследуемый гидравлический модуль

Целесообразно применять классификацию приводов с одноштоковым ГЦ в зависимости от направления движения поршня, направления действия нагрузки, наличия или отсутствия дросселя и расположения его в напорной или сливной магистралях [1÷3].

По упомянутой классификации рассматриваемый привод относится к модулю №2 [3]. Он состоит из ГЦ, гидравлического распределителя (двухпозиционного четырехлинейного), дросселя с обратным клапаном, расположенным в напорной магистрали; напорной магистрали, соединенной с насосом и сливной магистрали, соединенной с баком. Шток ГЦ втягивается.

Математическая модель рассматриваемого гидравлического модуля

При построении математической модели (ММ) применяются следующие допущения [3]: отсутствуют утечки рабочей жидкости (РЖ); сухое трение равно нулю; волновые процессы в трубопроводах отсутствуют; температура РЖ постоянная (т. е. постоянным считаем коэффициент кинематической вязкости и силы трения); потери на трение в магистралях и в гидравлической аппаратуре не учитываются; давление в сливной магистрали равно нулю; радиальный зазор между корпусом и золотником в золотниковых распределителях принимаем равным нулю; рабочие кромки считаем острыми; принимаем постоянным E – модуль упругости РЖ.

Рассмотрим ММ рабочего процесса втягивания штока ГЦ ГП исследуемого модуля, в которой используется аналитическая зависимость перепада давления на дросселе в зависимости от расхода через дроссель.

1. Уравнение динамического равновесия поршня:

$$m \, dV/dt = -p_n F_n + p_s F_s + R - Rt,$$

где m – приведенная масса; V – скорость перемещения поршня и штока ГЦ; p_n, p_s – давления в поршневой и штоковой полостях ГЦ соответственно; R – нагрузка; Rt – сила трения; $F_n = \pi \cdot D^2/4$, $F_s = \pi \cdot (D^2 - d^2)/4$ – эффективная площадь поршня в поршневой и штоковой полостях ГЦ (здесь D, d – диаметры поршня и штока).

2. Уравнение расхода РЖ, поступающего в поршневую полость ГЦ:

$$Q_n = Q_{nep \, n} - Q_{сж \, n},$$

где Q_n – расход РЖ, поступающий в поршневую полость ГЦ; $Q_{nep \, n} = V \cdot F_n$ – расход на перемещение поршня ГЦ; $Q_{сж \, n} = (W_n / E) \, dp_n/dt$ – расход на сжатие РЖ в поршневой полости ГЦ (здесь $W_n = W_{0n} - F_n \cdot y$ – объем РЖ в поршневой полости ГЦ; W_{0n} – начальный объем в поршневой полости ГЦ; y – перемещение поршня ГЦ); E – модуль упругости РЖ.

3. Уравнение расхода РЖ, вытекающего из штоковой полости ГЦ:

$$Q_s = Q_{nep \, s} + Q_{сж \, s},$$

где Q_s – расход РЖ, вытекающий из штоковой полости ГЦ; $Q_{nep \, s} = V \cdot F_s$ – расход на перемещение поршня; $Q_{сж \, s} = (W_s / E) \, dp_s/dt$ (здесь $W_s = W_{0s} + F_s \cdot y$ – объем РЖ в штоковой полости ГЦ; W_{0s} – начальный объем РЖ в штоковой полости ГЦ).

4. Уравнение расхода РЖ через дроссель в напорной магистрали:

$$Q_d = \mu_d f_d \sqrt{(2g \Delta p_d) / \gamma},$$

где Q_d – расход РЖ через дроссель в напорной магистрали; μ_d – коэффициент расхода дросселя; γ – удельный вес РЖ; g – ускорение свободного падения; f_d – площадь проходного сечения дросселя; $\Delta p_d = p_n - p_s$ – перепад давления на дросселе.

5. Уравнение расхода РЖ через распределитель в сливной магистрали:

$$Q_{zc} = \mu \pi d_z x_z \sqrt{2g p_s / \gamma},$$

где μ – коэффициент расхода распределителя; d_z – диаметр золотника; x_z – величина открытия окна распределителя.

6. Уравнение неразрывности:

$$Q_1 = Q_{zc}; Q_2 = Q_d.$$

В уравнении (4) перепад давления на дросселе Δp_d является функцией расхода рабочей жидкости, протекающей через дроссель. Для решения задачи эта зависимость должна быть задана аналитически.

Моделирование переходных процессов исследуемого модуля

Решение задачи определения аналитической зависимости $\Delta p_d = f(Q)$ по известным экспериментальным данным методом линейной и нелинейной регрессии проводилось в универсальной математической системе MathCAD.

На рис. 2 представлена экспериментальная зависимость $\Delta p_d = f(Q)$ и расчетная зависимость перепада давления от расхода рабочей жидкости через дроссель методом нелинейной регрессии (коэффициент корреляции равен 0,999):

$$\Delta p_d = k_0 + k_1 Q_d + k_2 Q_d^2, \tag{1}$$

где $k_0 = -0,134$; $k_1 = 1,759 \cdot 10^{-5}$; $k_2 = 2,059 \cdot 10^{-5}$.

В стандартных обозначения MathCAD экспериментальная зависимость обозначена как $dP = f(Q)$, а полученная зависимость как $fit = f(Q)$.

При решении задачи линейной регрессии (коэффициент корреляции равен 0,997) перепад давления на распределителе определялся в виде

$$\Delta p_d = k_0 + k_1 Q_d, \tag{2}$$

где $k_0 = -2,817$; $k_1 = 0,016$.

На рис. 3 приведены экспериментальная и расчетная зависимости перепада давления от расхода через дроссель, полученная методом линейной регрессии.

Из анализа полученных результатов при решении задач линейной и нелинейной регрессии можно сделать вывод о возможности применять для описания аналитической зависимости $\Delta p_d = f(Q)$ как линейную (2), так и нелинейную зависимость (1).

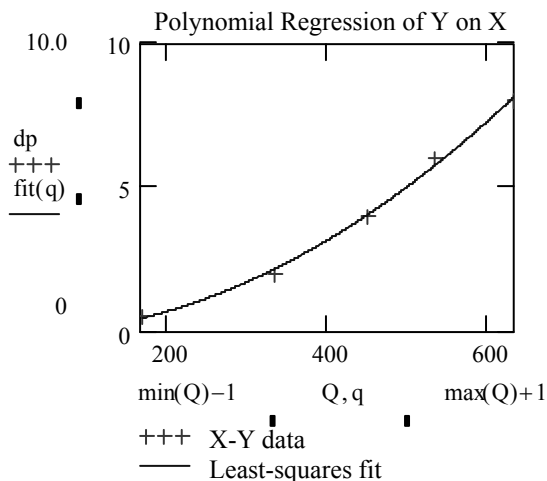


Рис. 2 – Нелинейная регрессия

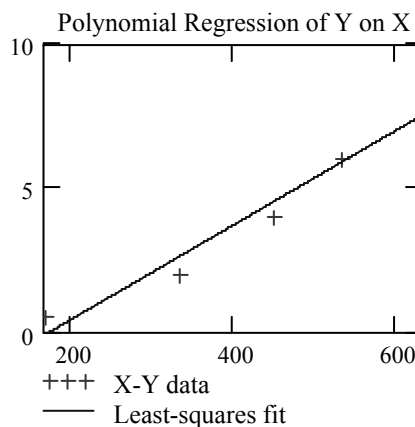


Рис. 3 – Линейная регрессия

Зная коэффициенты регрессии, при решении задачи моделирования переходных процессов можно не задаваться постоянным перепадом давления, а рассчитывать его в зависимости от расхода, протекающего через дроссель. А этот расход нам известен на основании уравнения неразрывности. При моделировании рабочих процессов, протекающих в рассматриваемом гидравлическом модуле, расход рабочей жидкости через распределитель в напорной магистрали равен расходу, поступающему в гидравлический цилиндр: $Q_d = V \cdot F_s$.

Следовательно, зависимости (1), (2) можно представить в виде:

$$\Delta p_d = k_0 + k_1(V \cdot F_s) + k_2(V \cdot F_s)^2, \quad \Delta p_d = k_0 + k_1(V \cdot F_s).$$

После соответствующих преобразований, получим следующую математическую модель рабочего процесса рассматриваемого модуля (шток перемещается вниз):

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = V \\ \frac{dV}{dt} = m^{-1}(-p_n F_n + p_s F_s + R - Rt), \\ \frac{dp_n}{dt} = E(-\mu \pi d_z x_z(t) \sqrt{\frac{2gp_n}{\gamma} + VF_n}) / (W_{0n} - F_n \cdot y); \\ \frac{dp_s}{dt} = E(-V \cdot F_s + \mu_d f_d \sqrt{\frac{2g(k_0 + k_1(VF_s))}{\gamma}}) / (W_{0s} + F_s \cdot y). \end{cases} \quad (3)$$

Полученные системы нелинейных дифференциальных уравнений (3) решались методом Рунге-Кутты в универсальной математической системе MathCAD.

При моделировании были приняты следующие исходные данные: $D = 5$ см – диаметр поршня; $d = 3,2$ см – диаметр штока; $d_z = 0,6$ см – диаметр золотника; $x = 0,075$ см – максимальный ход золотника; $R = 39$ кгс – нагрузка; $E = 14000$ кгс/см² – модуль упругости РЖ; $\gamma = 0,0009$ кгс/см³ – удельный вес РЖ; $g = 980$ см/с² – ускорение свободного падения; $p_n = 63$ кгс/см² – давление насоса; $\mu = 0,62$ – коэффициент расхода; $Rt = 1$ кгс – сила трения; $F_n = \pi D^2/4 = 19,635$ см²; $F_s = \pi (D^2 - d^2)/4 = 11,592$ см² – эффективная площадь поршневой и штоковой полости ГЦ; $L = 19$ см – максимальный ход поршня; $f_d = 0,15$ см² – площадь проходного сечения дросселя. Связь между объемами РЖ в полостях ГЦ $W_{02} = W_c - W_{01}$.

Для получения единственного решения системы дифференциальных уравнений (3) необходимо определить четыре начальных условий (НУ). НУ можно определить из уравнений статики и из физической модели функционирования исследуемого привода.

III режимов разгона, торможения, перехода с одной скорости на другую

Запишем НУ для режима разгона:

1. $y(0) = 0$ – при $t = 0$ положение поршня принимаем равным нулю.
2. $V(0) = 0$ – поршень неподвижен.
3. $p_2(0) = 0$ – давление в сливной магистрали равно нулю.
4. Из уравнения (1) при $V(0) = 0$ получим

$$p_s(0)F_n - p_n(0)F_s - R = 0 \text{ и } p_n(0) = R/F_n = 39/19,635 = 1,986 \text{ кгс/см}^2.$$

НУ для режима торможения. Их можно определить на основании результатов расчета III режима разгона:

1. $y(0) = 0$;
2. $V(0) = 10,736$ см/с;
3. $p_n(0) = 2,65$ кгс/см²;
4. $p_s(0) = 1,5344$ кгс/см² – установившиеся значения режима разгона.

Моделировался режим открытия окна распределителя постепенным изменением величины открытия окна распределителя от 0 до x_{\max} за 0,04 с (см. рис.4) по формуле

$$X(t) = x_{\max} \left(\frac{e^{kt} - e^{-kt}}{e^{kt} + e^{-kt}} \right),$$

где $x_{\max} = 0,075$ см; $k = 65$.

Моделювався процес закриття окна розподільця поступовим зменшенням величини площі окна розподільця від $x = x_{\max}$ до $x = 0$ з допомогою залежності:

$$x(t) = x_{\max} e^{-kt},$$

де t – теперішній час; $k_1 = 230$; $x_{\max} = 0,075$ см.

Повне закриття окна розподільця моделювалося за 0,02 с (см. рис. 4).

Моделювання процесу переходу з однієї швидкості на іншу реалізовувалося шляхом переключення потоку робочої рідини на інший дросель, який підключений паралельно першому.

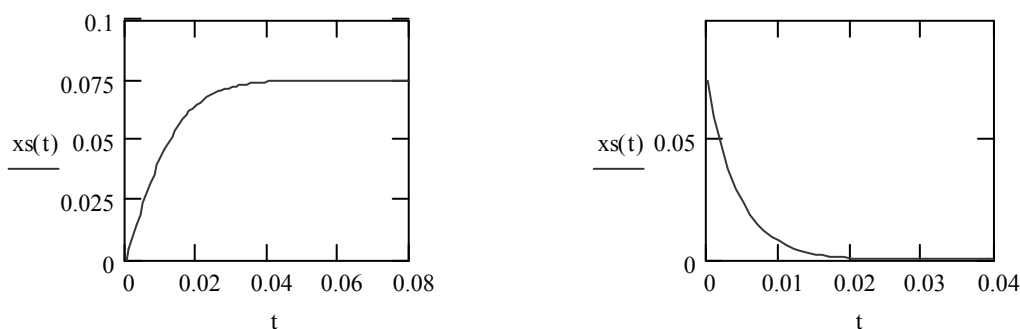


Рис. 4 – Процес відкриття і закриття окна розподільця

Отримана система нелінійних диференціальних рівнянь (3) розв'язувалася методом Рунге-Кутти в універсальній математическій системі MathCAD.

При розв'язанні системи рівнянь (3) будемо оперувати наступними розмірностями: одиниця довжини – см; одиниця тиску – кгс/см²; одиниця сили – кгс.

Результати розрахунків наведені на рис.5÷7. На них представлені перехідні процеси в стандартних для MathCAD позначеннях з відповідними розмірностями: x_0 – y [см]; x_1 – V [см/с]; x_2 – p_1 [кгс/см²]; x_3 – p_2 [кгс/см²]; t [с] – час.

Перехідні процеси $y(t)$, $V(t)$, $p_1(t)$, $p_2(t)$ в режимі розгону представлені на рис. 5. Установившіся значення визначаються параметрами режиму розгону наступні: $V=10,738$ см/с ($t=0,057$ с); $p_1=2,65$ кгс/см² ($t=0,05$ с); $p_2=1,5344$ кгс/см² ($t=0,057$ с). Час перехідного процесу 0,057 с. За це час поршень переміститься на 0,6 см.

ППП гальмування по $V(t)$; $p_1(t)$; $p_2(t)$ представлені на рис.6. Установившіся значення наступні: $V=0$ см/с ($t=0,022$ с); $p_1=3,948$ кгс/см² ($t=0,02$ с); $p_2=3,404$ кгс/см² ($t=0,0256$ с). Поршень зупиняється ($V=0$) через 0,024 с, перемістившись на 0,057 см.

Крім розгону і гальмування можливий ППП переходу з однієї швидкості на іншу за рахунок зміни величини площі проходного сечення дроселя. В розрахунок бралася початковий установившийся режим (рис. 5) з величиною $f_d=0,15$ см². Розраховували ППП при збільшенні площі проходного сечення дроселя до 0,25 см² за 0,03 с по формулі:

$$x(t)=0,15+0,1(e^{65t}-e^{-65t})/(e^{65t}+e^{-65t}).$$

В якості НУ прийняті установившіся значення початкового режиму $y_0=0$ см; $V_0=10,738$ см/с; $p_{10}=2,653$ кгс/см²; $p_{20}=1,5344$ кгс/см². Результати розрахунок наведені на рис. 7. ППП триває 0,04 с. За це час поршень переміститься на 0,5 см. Установившіся значення: $V=12,798$ см/с; $p_1=3,88$ кгс/см²; $p_2=3,303$ кгс/см².

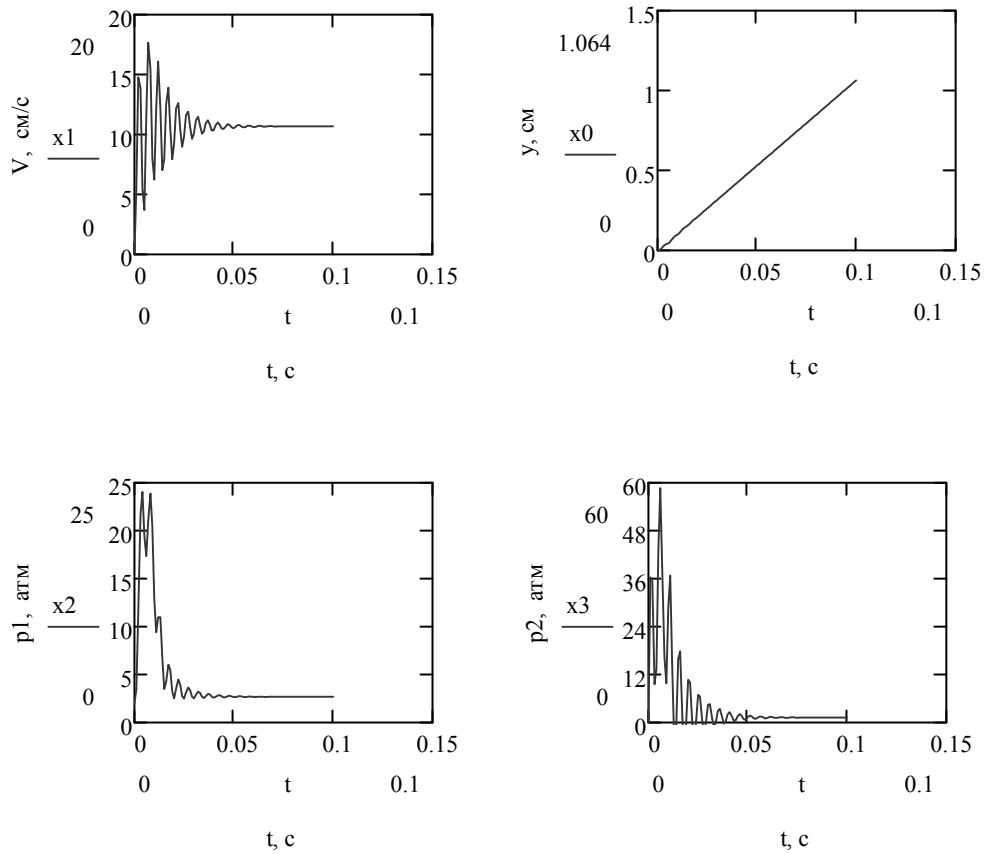


Рис. 5 – Переходные процессы разгона

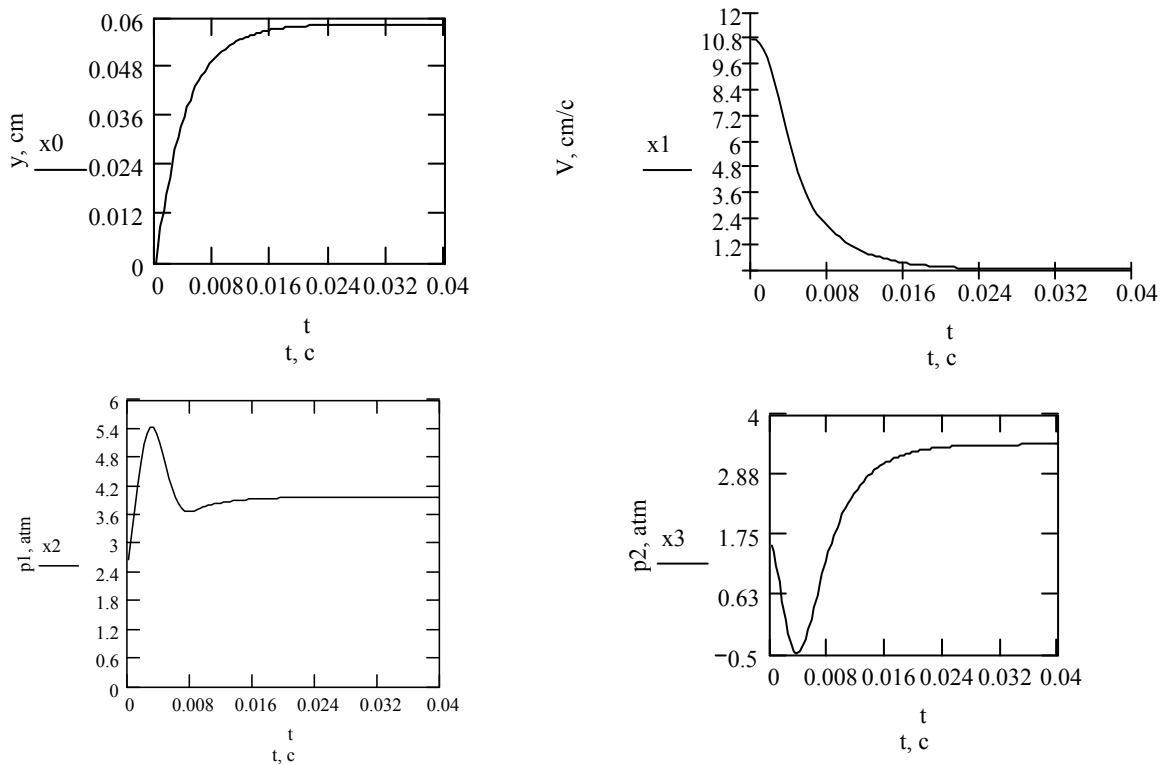


Рис. 6 – Переходные процессы торможения

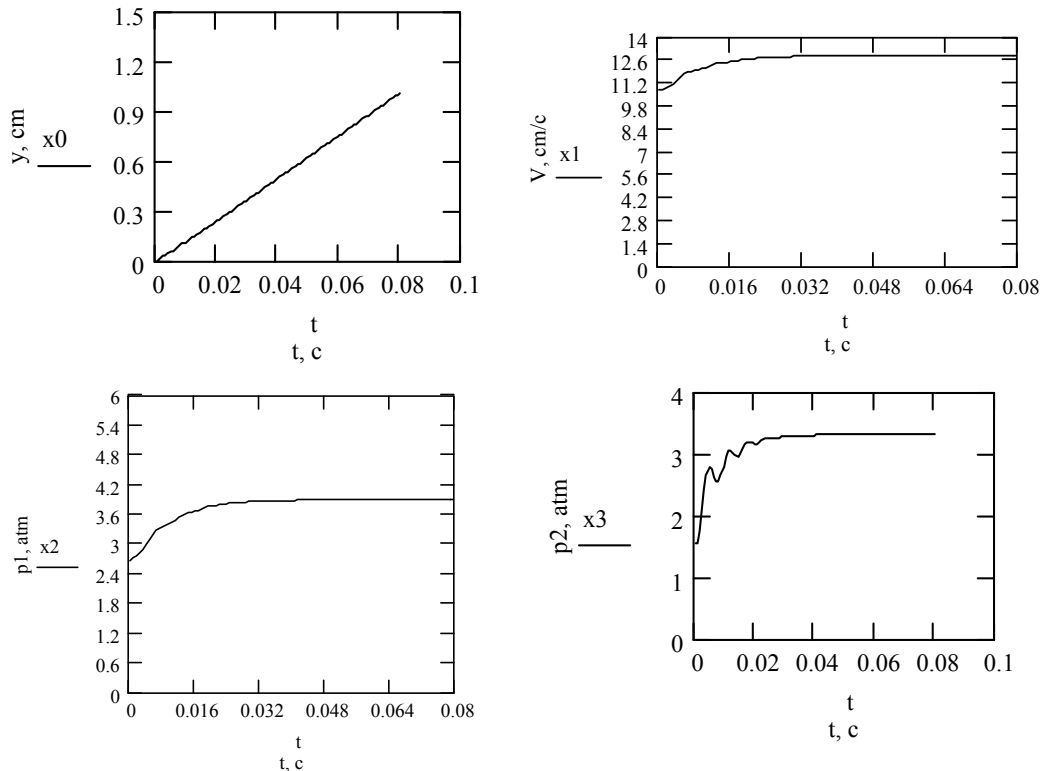


Рис. 7 – Переходные процессы перехода с одной скорости на другую

Выводы

1. Приведена математическая модель гидравлического модуля с одноштоковым вертикальным ГЦ, шток которого ориентирован вверх, дроссель расположен в напорной магистрали, направление действия нагрузки совпадает с направлением втягивания штока.
2. Выполнено моделирование ПП процессы $y(t)$, $V(t)$, $p_n(t)$, $p_s(t)$ в режиме разгона, торможения, перехода с одной скорости на другую.
3. Представлены результаты расчетов ПП.

Список литературы: 1. *Иваницкая, Е. П.* Математические модели гидравлических модулей с вертикальным гидравлическим цилиндром [Текст] / Е. П. Иваницкая // Восточно-европейский журнал передовых технологий, 2009. – №5 / 6 (41). – С. 38–41. 2. *Иваницька, О. П.* Про моделювання гідравлічних модулів з вертикальним гідравлічним циліндром [Текст] / О. П. Іваницька // Вісник НТУ «ХПІ», 2011. – Вип.13. – С. 89–96. 3. *Іваницька, О. П.* Типізація та моделювання гідравлічних модулів з одноштоковим гідравлічним циліндром [Текст] / О. П. Іваницька // Вісник НТУ «ХПІ», 2013. – Вип.5. – С. 84–94.

Bibliography (transliterated): 1. Ivanickaja, E. P. "Matematicheskie modeli gidravlicheskih modulej s vertikal'nym gidravlicheskim cilindrom." *Vostochno-evropejskij zhurnal peredovyh tehnologij* 5/6 (41) (2009): 38–41. Print. 2. Ivanits'ka, O. P. "Pro modelyuvannya hidravlichnykh moduliv z vertykal'nym hidravlichnym tsylindrom." *Visnyk NTU "KhPI"*. No. 13. 2011. 89–96. Print. 3. Ivanits'ka, O. P. "Typizatsiya ta modelyuvannya hidravlichnykh moduliv z odnoshtokovym hidravlichnym tsylindrom." *Visnyk NTU "KhPI"*. No. 5. 2013. 84–94. Print.

Поступила (received) 08.01.2015