

УДК 621.9

**П.М. АНДРЕНКО**, д-р техн. наук; проф. НТУ «ХП»;  
**О.В. ДМИТРІЄНКО**, канд. техн. наук; доц. НТУ «ХП»

### СТОХАСТИЧНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МЕХАТРОННОГО МОДУЛЯ РУХУ

Розроблена стохастична математична модель робочого процесу електрогідравлічного мехатронного модуля лінійного переміщення. Розглянуто структуру і фізичну модель робочої рідини гідравлічної системи. Встановлені границі зміни її параметрів при функціонуванні гідроагрегатів. Визначені закони розподілення та межі відхилення випадкових характеристик та параметрів структурних елементів мехатронного модуля руху, їх математичні очікування і дисперсія. Розроблена математична модель є підґрунтям його динамічного синтезу.

**Ключові слова:** мехатронний модуль, стохастична математична модель, випадкові відхилення, математичне очікування, дисперсія.

#### Вступ

Однією з основних тенденцій розвитку сучасних гідроприводів є інтенсивне зрощування гідроприводів з електронними системами керування, застосування «інтелектуальних» гідроапаратів з вбудованою електронікою та стандартними комунікаційними засобами з відкритою структурою. Використання блочно-модульного принципу побудови гідроприводів з електронними системами керування свідчить про високий технічний рівень останніх. Для сучасних гідроприводів такими модулями є мехатронні модулі руху (ММР). В [1] встановлено, що перспективний електрогідравлічний ММР крім електричного блоку керування і гідравлічного виконавчого механізму містить гідро розподільник (ГР) з пропорційним електричним керуванням з нульовим перекриттям, встановленим у першому каскаді, безпосередньо біля виконавчого механізму. Аналіз і синтез систем гідроприводів, збудованих на базі ММР, базується на математичних моделях робочого процесу останніх, тому розробка досконалих моделей робочого процесу ММР є актуальним науково-технічним завданням.

#### Аналіз літературних джерел

Розробки математичних моделей робочого процесу мехатронних систем та їх структурних елементів присвячена робота [2]. В ній наведені математичні моделі окремих елементів та методики синтезу систем. Однак, в цій роботі розглядаються виключно ММР, побудовані на електричних елементах. В роботах [3, 5] описано принципи побудови мехатронних систем, у тому числі побудованих з використанням гідравлічних елементів, наведено схеми ММР. На сучасному рівні розглянуті математичні моделі робочих процесів гідравлічних елементів мехатронних систем у роботі [4]. У роботі [5] описано нову концепцію моделювання і проектування мехатронних систем з пристроями гідроавтоматики. Слід зазначити, що існує два основних підходи до побудови математичних моделей елементів та пристроїв: ймовірнісний і детерміністський. Більш загальним є ймовірнісний підхід, який припускає статистичний (ймовірнісний) характер їхніх характеристик. В роботах розглянутих вище, не розглядаються стохастичні математичні моделі ММР та їх елементів. Зазначимо, що роботи [2, 5] є підґрунтям динамічного синтезу ММР та їх елементів.

При описі та дослідженні складних технічних систем ефективно застосовувати ієрархічний підхід, який передбачає розбиття системи на вертикальні супідрядні підсистеми різних рівнів, розробку модульних моделей кожної з підсистем, введення пріоритетів для підсистем старших рівнів по відношенню до підсистем молодших рівнів [6]. Застосування ієрархічного підходу дозволяє використовувати аналітичні, стохастичні та моделі ідентифікації, що підвищує точність моделей реальному процесу. В роботі [7] наведено основи декомпозиції багаторівневих ієрархічних моделей. Однак, в цій та інших роботах не розглядаються ієрархічні моделі електрогідрравлічних систем. Методика динамічного синтезу сучасного електрогідрравлічного ММР розглядається в статті [1]. В усіх розглянутих вище нами, не виявлено робіт, в яких розглядаються стохастичні математичні моделі ММР.

Розгляду стохастичних процесів у гідроприводах присвячені роботи [8÷11] й інші. В роботі [8] розглядаються стохастичні процеси у гідроприводах верстатів. Причому у [8] розглядаються лінеаризовані рівняння, які описують динамічні процеси у гідроприводах з використанням трансформуючих функцій при малих відхиленнях параметрів, що значно звужує область використання отриманих результатів. В роботі [9] розглянуті математичні моделі випадкових коливальних процесів динамічної системи верстатів. У роботі [10] встановлено, що випадкові зміни характеристик регулюючої гідроапаратури лежать в межах смуги, ширина якої становить 5÷15 % від їх номінальних значень та в межах цієї смуги випадкові змінні характеристик, зазвичай, відповідають нормальному закону розподілення. Нормальний закон розподілення описує більшість процесів, що відбуваються у гідроприводі [11], отже цілком обґрунтовано можна прийняти, що зміна випадкових характеристик гідроприводів та їх елементів відповідає нормальному розподіленню. За аналітичним оглядом літературних джерел, проведеному нами, встановлено, що стохастичні математичні моделі електрогідрравлічного ММР з пропорційним ГР з нульовим перекриттям, встановленим у першому каскаді в них, не розглядаються, отже розробка стохастичної математичної моделі такого модуля руху є актуальним науковим завданням, вирішення якого дозволить підвищити точність визначення його робочих характеристик та є підґрунтям для його синтезу. Метою даної статті є розробка стохастичної математичної моделі робочого процесу електрогідрравлічного ММР.

### Електрогідрравлічний ММР

Стохастичну математичну модель такого модуля проводили за його схемою (рис. 1).

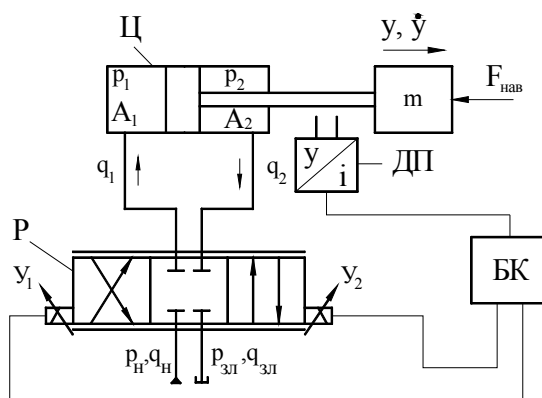


Рис. 1 – Схема електрогідрравлічного мехатронного модуля руху: Р – пропорційний гідророзподільник; Ц – гідроциліндр; ДПІ – датчик переміщень; БК – блок керування

При розробці стохастичної математичної моделі електрогідравлічного ММР, враховуючи його блочно модульне компонування, приймали наступні припущення:

- ГР – ідеальний: його перекриття нульове; гідравлічні провідності  $G_1$  і  $G_2$ , а також  $G_3$  і  $G_4$ , утворені дроселюючими кромками, при рівних значеннях переміщення запірно-регулюючого елемента (ЗРЕ) однакові; радіальний зазор, перетоки робочої рідини (РР) і опір внутрішніх каналів настільки малий, що ними можна знехтувати;
- пружини ГР мають малу жорсткість та працюють у межах, де їхні характеристики лінійні і не відбувається відрив їхніх кінців від поверхонь контакту, це дозволяє знехтувати силою від їхньої дії на ЗРЕ;
- корпуса гідроциліндра, ГР, каналів та трубопроводів – абсолютно жорсткі, а їх пружні властивості враховуються приведеним модулем об'ємної пружності РР;
- довжина трубопроводів мала, а їх діаметр у порівнянні з довжиною великий, це дозволяє знехтувати хвильовими процесами, що відбуваються в них. Нехтуємо також початковими ділянками трубопроводів;
- у ММР відсутні: кавітація –  $p_i(t) \geq p_{\text{пар}}$ ,  $p_{\text{пар}}$  – тиск насичених парів РР; гідравлічний удар і виконується умова нерозривності РР. Швидкість звуку в РР, з урахуванням пружних властивостей трубопроводів, є сталою та значно більшою за швидкість руху РР;
- розглядаємо моделі у зосереджених параметрах, процес зміни випадкових величин відбувається згідно нормального закону, є марківським та задовольняє умові стаціонарності і ергодичності.

#### **Стохастична математична модель електрогідравлічного ММР**

Зміна стану РР. Точність моделювання робочих процесів у гідравлічних пристроях і системах, в тому числі і ММР, залежить від правильного визначення параметрів РР. При дослідженні таких процесів використовують диференціальні рівняння, до складу яких входять густина, в'язкість, модуль об'ємної пружності, які, в свою чергу, залежать від її температури. Зі збільшенням тиску та розширенням діапазону робочих температур гідросистем значимість параметрів РР зростає. Так, при збільшенні температури РР на кожні  $10^{\circ}\text{C}$  в діапазоні  $30 \div 70^{\circ}\text{C}$  відбувається зменшення енергоспоживання гідросистеми на величину від 1,7 % до 6 %, а рівень навантаження на виконавчому механізмі впливає на тривалість часу виходу її на сталий режим теплового балансу. Температура РР у гідросистемах з водяним охолодженням знаходиться в межах  $50 \div 60^{\circ}\text{C}$ , а з повітряним –  $70 \div 80^{\circ}\text{C}$  [12], тому на першому етапі моделювання робочих процесів у гідросистемах приймають значення температури РР постійною – рівною її середньому значенню у даному температурному діапазоні.

Значний вплив на параметри РР має нерозчинене повітря, що міститься в ній. У роботі [8] встановлено, що бульбашки повітря рівномірно розподілені по усьому об'єму РР, їх випадкові радіуси становлять  $0,065 \div 0,075$  мм, середньоквадратичне відхилення яких складає  $0,032 \div 0,037$  мм, та в одному кубічному міліметрі РР знаходиться в середньому  $7 \div 8$  бульбашок повітря. Це відповідає концентрації газоповітряної фази  $1,4 \div 1,6$  % та співпадає з даними концентрації нерозчиненого повітря у відкритих гідросистемах ( $1 \div 2$  %), наведених в різних літературних джерелах, наприклад [12]. Таким чином, далі розглядаємо бульбашкову, згідно класифікації [13], течію рідини, у якій газова фаза у вигляді окремих бульбашок різної величини і форми рівномірно розподілена у середовищі рідини, яке є дисперсним. Зазначимо, що при зміні тиску у гідросистемі нерозчинене повітря переходить у розчинене і навпаки. Для визначення характеристик двофазної рідини використовуємо аналітичні залежності з роботи [6].

**Витрата на виході з насоса**

Використовували зміну випадкової степеневі функції виду:

$$Z_j(t) = B_{c_j} t^{\beta_j} + \Delta Z_{e_j} + \Delta \Pi_{Z_j}, \quad (1)$$

де  $Z_j$  – структурний параметр насоса;  $t$  – час;  $B_{c_j}$  – швидкість зміни  $j$ -го функціонального параметра від часу;  $\beta_j$  – показник ступеня;  $\Delta Z_{e_j}$  – випадкове відхилення фактичної зміни параметра від теоретичної реалізації під впливом варіації зовнішніх експлуатаційних факторів;  $\Delta \Pi_{Z_j}$  – значення параметра, який залежить від припрацювання.

Застосовували метод, оснований на середній статистичній зміні подачі групи однотипних насосів. Подача  $q_n$  є основним параметром насоса, який визначає його ресурс до першого капітального ремонту і міжремонтний ресурс. Зменшення подачі насоса  $\Delta q_n$  при експлуатації є наслідком зміни структурних параметрів його вузлів та окремих деталей внаслідок зношення. Встановлено, що основними причинами зниження подачі насоса  $\Delta q_n$  є збільшення внутрішніх витоків у ньому  $\Delta q_{\text{вит}}$  та зміна початкових кінематичних співвідношень  $\Delta q_k$ , тобто

$$\Delta q_n = \Delta q_{\text{вит}} + \Delta q_k. \quad (2)$$

Сумарну зміну подачі насоса залежно від його конструкції розбивали на ряд складових:

$$\Delta q_n = \Delta q_{n_1} + \Delta q_{n_2} + \Delta q_{n_3} + \dots + \Delta q_{n_i} + \dots + \Delta q_k, \quad (3)$$

де  $\Delta q_{n_i}$  – складові зменшення подачі насоса внаслідок зміни його структурних параметрів його окремих вузлів (1 – вузол який качає; 2 – вузол регулятора подачі; 3 – вузол розподілення тощо).

Використовували випадкову степеневу функцію (1) та отримали аналітичний вираз для зміни подачі насоса:

$$q_n^*(t) = q_{n_0}^*(t_0) + B_q t^\beta, \quad (4)$$

де  $q_{n_0}^*(t_0)$  – подача насоса після завершення процесу припрацювання, який визначається з паспорта насоса;  $B_q$  – коефіцієнт, що характеризує середню швидкість зміни подачі насоса;  $\beta$  – показник ступеня, який визначають за даними експериментів.

Значимо, що тут і далі \* – позначено величини, які змінюються випадковим чином. Так як тиск у гідросистемі визначається залежно від витрати за відомими залежностями, то він як і витрата змінюється випадковим чином. Значимо, що, параметри РР які залежать від тиску в гідросистемі, також змінюються випадковим чином, однак та зірочку біля них для скорочення запису опускаємо.

На підставі аналізу статистичних даних зміни подачі насосів визначаємо експериментальну залежність зміни подачі насоса від часу  $q_{n_i}^* = f(t)$ , крива 1 на рис. 2 (індекс  $i$  означає практичну реалізацію). Використовуючи стандартний пакет підпрограм наближених функцій методом найменших квадратів, на ЕВМ визначаємо значення параметрів  $B_q$  і  $\beta$ , виразу (4). Отримана, таким шляхом, математична модель  $q_n^*(t)$  є математичним очікуванням зміни подачі насосів даного типу, які знаходяться у експлуатації (крива 2, рис. 2).

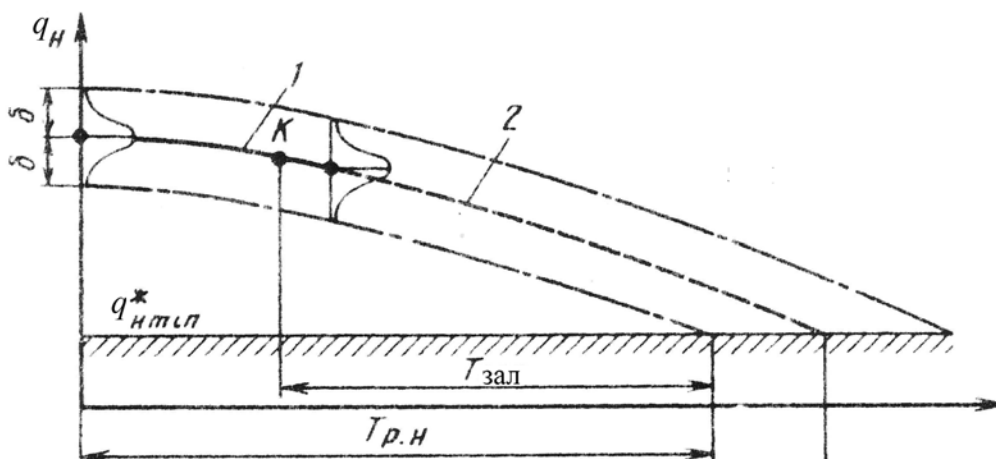


Рис. 2 – Залежність подачі насоса від часу: 1 – за даними експлуатації; 2 – за даними прогнозування ( $T_{зал}$  і  $T_{р.н}$  – залишковий і призначений ресурс)

Для розрахунку показників розподілення експериментальних реалізацій подачі насоса розбиваємо експериментальні дані на  $(N+1)$  групу залежно від  $t$ . Нульову групу становить значення подачі насоса при  $t = 0$ . Для кожної з груп розраховуємо значення математичного очікування  $m_{q_n}$ , дисперсії  $D_{q_n^*}$  і середнього квадратичного відхилення

$\sigma_{q_n^*}$ :

$$m_{q_n} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K q_n^*; D_{q_n^*} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (q_n^* - q_{n_i}^*)^2; \sigma_{q_n^*} = \sqrt{D_{q_n^*}}, \quad (5)$$

де  $K$  – кількість насосів у групі яка розглядається.

Приймаємо, що експериментальна реалізація подачі насоса всередині окремих груп відбувається за нормальним законом розподілення, визначаємо верхню і нижню границі статистичного розподілення, яке розглядається. Довірче відхилення  $\delta$  отриманої математичної моделі статистичного розподілення визначається як

$$\delta = \sigma_{q'} k_q,$$

де  $\sigma_{q'} = \frac{1}{N+1} \sum_{j=0}^N \sigma_{q'_j}$ ;  $k_q$  – параметр який знаходять з таблиць функцій Лапласа.

На графік  $q_n^*(t)$  наносять верхню та нижню довірчі границі. По мірі накопичення статистичних даних значення коефіцієнтів  $B_q$  і  $\beta$  та довірче відхилення прогнозованої кривої можуть уточнюватися.

#### Рух РР у трубопроводах і каналах

Він описується рівняннями, які базуються на зосередженні параметрів каналу чи трубопроводу за Т- і Г-подібними схемами, наприклад Т-подібною:

$$\left. \begin{aligned} d q_{i \text{ вх}}^*(t) / d t &= [p_{i \text{ вх}}^*(t) - p_{i \text{ ср}}^*(t)] / L_i^*(t) - q_{i \text{ вх}}^*(t) R_i^*(t) / L_i^*(t), \\ d p_{i \text{ ср}}^*(t) / d t &= q_{i \text{ ст}}^*(t) / C_i^*(t) = [q_{i \text{ вх}}^*(t) - q_{i \text{ вих}}^*(t)] / C_i^*(t), \\ d q_{i \text{ вих}}^*(t) / d t &= [p_{i \text{ ср}}^*(t) - p_{i \text{ вих}}^*(t)] / L_i^*(t) - q_{i \text{ вих}}^*(t) R_i^*(t) / L_i^*(t) \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

де  $q_{i\text{ вх}}^*$ ,  $q_{i\text{ вих}}^*$  і  $q_{i\text{ ст}}^*$  – відповідно витрати на вході, виході і стискання  $i$ -го каналу;  $p_{i\text{ вх}}^*$ ,  $p_{i\text{ вих}}^*$  і  $p_{i\text{ ср}}^*$  – відповідно тиски на вході, виході і середній  $i$ -го каналу;  $L_i^*(t) = \rho_{ic}(t) l_i / 2 A_i$  – відіграє роль індуктивного опору  $i$ -го каналу;  $R_i^*(t) = 8 \nu_{ic}(t) \rho_{ic}(t) l_i / 2 A_i r_i^2$  – роль активного опору  $i$ -го каналу;  $C_i^*(t) = A_i l_i / E_{\text{пр}}(t)$  – роль ємності  $i$ -го каналу,  $A_i$  і  $r_i$  – відповідно площа і гідравлічний радіус каналу (трубопроводу),  $A_i = \pi r_i^2$ .

Зазначимо, що випадкові збурення тиску ініціюють виникнення резонансних автоколивань у гідросистемі, які є однією із причин виникнення випадкових вібраційних процесів у гідросистемі [8]. У загальному випадку зміна вихідних параметрів каналу може бути представлена у вигляді постійної та випадкової складової, причому випадкова складова складає 1÷2 % від номінальної, тобто нею у першому наближенні можна знехтувати. Дисперсія вихідних параметрів каналу мало змінна в часі. Таким чином, випадковий характер зміни тиску у каналі чи трубопроводі обумовлений випадковими пульсаціями витрати на виході із насоса.

### **Робочі процеси в пропорційному ГР**

Вони описуються рівняннями:

– руху ЗРЕ:

$$m_{\text{ЗРЕ}} \ddot{x}_{\text{ЗРЕ}} = F_{\text{ем ГР}}(t) - F_{\text{тер ЗРЕ}}(t) - F_{\text{гд ЗРЕ}}(t); \quad (7)$$

– витрати РР через дроселюючі щілини:

$$\left. \begin{aligned} q_{\text{ГР1}}^*(t) &= q_{\text{щ1}}^*(t) - q_{\text{ст1}}(t) + q_{\text{осц1}}(t), \\ q_{\text{ГР2}}^*(t) &= q_{\text{щ2}}^*(t) - q_{\text{ст2}}(t) + q_{\text{осц2}}(t) \end{aligned} \right\}; \quad (8)$$

– обмеження переміщення ЗРЕ:

$$x_{\text{ЗРЕ}} < x_{\text{ЗРЕ}}(t) \leq x_{\text{ЗРЕ max}}. \quad (9)$$

Стохастичні процеси у ГР обумовлені збуреннями, викликаними течією РР в ньому, які приводять до випадкових змін його характеристик. У реальному ГР всі параметри мають невеликі випадкові зміни. Це приводить до зміни витрати РР через дроселюючі отвори, внаслідок чого його змінні характеристики знаходяться в межах смуг, ширина якої сягає деякого відсотка номінального значення характеристики, та являють собою сукупність математичних сподівань відповідних функціональних залежностей. Зазначимо, що за даними з роботи [8] випадкові зміни характеристик ГР і його коефіцієнта витрати не перевищують 5÷10 %.

Випадкове значення витрати РР  $q_{\text{щ}}^*(t)$  в формулі (8) розраховуємо за залежністю

$$q_{\text{щ}}^*(t) = \mu(\text{Re}, x_{\text{ЗРЕ}}) A_{\text{щ}}^*(t) \sqrt{2\Delta p / \rho_c}, \quad (10)$$

де  $\mu(\text{Re}, x_{\text{ЗРЕ}})$  – коефіцієнт витрати ГР і  $A_{\text{щ}}^*(t)$  – випадкове значення площі щілини, які розраховуємо за залежностями:

$$\mu(\text{Re}, x_{\text{ЗРЕ}}) = \mu_c \sqrt{\text{Re}(t)} / \sqrt{\text{Re}_k + \text{Re}(t)}; \quad (11)$$

$$A_{\text{щ}}^*(t) = \left( \sqrt{x_{\text{ЗРЕ}}^2 + \Delta^2} / x_{\text{ЗРЕ}} \right) \int_0^{2\pi} [d_{\text{ЗРЕ}} (\bar{x}_{\text{ЗРЕ}} - \bar{x}_r) / 2] d\varphi \quad (12)$$

В формулах (7) – (12):  $m_{ЗРЕ}$  – маса ЗРЕ ГР разом з приведеними до нього масами рухомих частин;  $x_{ЗРЕ}$  – переміщення ЗРЕ ГР;  $F_{емГР}(t)$ ,  $F_{терЗРЕ}(t)$  і  $F_{гдЗРЕ}(t)$  – відповідно сили пропорційного електромагніта ГР, тертя ЗРЕ і гідродинамічна, що діє на ЗРЕ;  $q_{щ1}^*(t)$  і  $q_{щ2}^*(t)$ ,  $q_{ст1}(t)$  і  $q_{ст2}(t)$ ,  $q_{осц1}(t)$  і  $q_{осц2}(t)$  – відповідно витрати через 1 і 2 дроселюючі щілини, стиску РР в правій і лівій порожнинах ГР, осциляції;  $\mu_c$  – коефіцієнт витрат у статичному режимі;  $Re(t)$  і  $Re_k$  – відповідно число Рейнольдса і коефіцієнт корекції, [6];  $\Delta$  – зазор між гільзою і ЗРЕ;  $d_{ЗРЕ}$  – діаметр ЗРЕ;  $\bar{x}_{ЗРЕ}$  і  $\bar{x}_Г$  – відповідно осереднені значення координат країв ЗРЕ і гільзи. Сила пропорційного електромагніта ГР містить осциляційну складову, яка надає осциляцію ЗРЕ, мала у порівнянні з силою керування ЗРЕ і швидкість зміни якої в часі щонайменше на два порядки більша від першої. Розрахунок всіх сил, що діють на ЗРЕ проводили за залежностями, наведеними у роботі [4]. Зазначимо, що витрати стиску та осциляції, які входять до рівняння (8), у порівнянні з витратою через дроселюючі щілину пропорційного ГР малі і при нехтуванні ними похибка не перевищить 1 %.

#### **Робочий процес гідроциліндра**

Він описується наступними рівняннями:

– руху штока гідроциліндра разом з приведеними до нього масами рухомих частин:

$$m\ddot{y}^* = A_1 p_1^*(t) - A_2 p_2^*(t) - F_{тер}^*(t) - F_{нав}(t); \quad (13)$$

– витрати РР в правій і лівій порожнині гідроциліндра:

$$\left. \begin{aligned} q_1^*(t) &= A_1 \dot{y}^* + \frac{W_{пор} + A_1 \dot{y}^* dp_1^*(t)}{E_{пр}} \\ q_2^*(t) &= A_2 \dot{y}^* - \frac{W_{шт} - A_2 \dot{y}^* dp_2^*(t)}{E_{пр}} \end{aligned} \right\}; \quad (14)$$

– обмеження переміщень поршня гідроциліндра:

$$y < y^*(t) \leq y_{max}. \quad (15)$$

У рівняннях (13) – (15):  $m$  – маса штока гідроциліндра разом з приведеними до нього масами рухомих частин;  $y$  – переміщення штока гідроциліндра;  $A_1$  і  $A_2$  – відповідно площі безштокової і штокової порожнин гідроциліндра;  $p_1^*(t)$  і  $p_2^*(t)$  – відповідно випадковий тиск у безштоковій і штоковій порожнинах гідроциліндра;  $F_{тер}^*(t)$  і  $F_{нав}(t)$  – відповідно сили тертя, яку розраховуємо згідно залежності з роботи [4], і сила зовнішнього навантаження;  $W_{пор}$  і  $W_{шт}$  – відповідно об'єми безштокової і штокової порожнин гідроциліндра. Слід зазначити, що максимальне значення тиску у штоковій порожнині гідроциліндра обмежують  $p_{2max} \leq p_{2гр}^*$ , де  $p_{2гр}^*$  визначають з умови міцності гідроциліндра. Приймають, що  $p_{зл} = 0$ .

Залежність переміщення штока гідроциліндра від тиску в його порожнині є суттєво нелінійною. Воно має яскраво виражені гістерезисні властивості [8]. Це обумовлено, в першу чергу, нелінійністю сили тертя та релаксаційними явищами, що мають місце при стисненні РР, а також втратами рідини в ущільненнях штока і поршня.

Зміна в часі сили навантаження  $F_{нав}(t)$  залежить від технологічного процесу, який виконує ММР. На першому етапі визначення стохастичних характеристик модуля

руху її можна прийняти постійною. Стохастичну силу тертя в рівнянні (13) записували у вигляді детермінованого значення, розрахованого за методикою з роботи [4], та випадкового відхилення. Стохастична сила тертя моделювалась у пакеті прикладних програм згідно методики, наведеною у статті [14]. Випадкові значення коефіцієнта при силі сухого тертя задавались генератором випадкових чисел з нормальним законом розподілення. Задавався часовий інтервал його зміни та середньоквадратичне відхилення.

#### **Пропорційний електромагніт**

Він відрізняється від звичайного наявністю керуючого конуса, виготовленого з немагнітного матеріалу, який змінює форму магнітного поля та забезпечує практично постійне зусилля на якорі, пропорційне струму керування, незалежно від його положення. Силу, що розвиває лінійний пропорційний електромагніт обчислюємо за залежністю [4]:

$$F_{em}(t) = [K_1 K_2 K_3 \mu_{em} A_{em} n_{em}^2 i_{em}(t)^2] / [2x_{em}(t)^2], \quad (16)$$

де  $K_1$  – постійний коефіцієнт, який враховує розмірність величин, що входять до формули (16);  $\mu_{em}$  – магнітна провідність середовища, Гн/м, ( $\mu_{em}$  повітря –  $1,26 \cdot 10^{-6}$  Гн/м);  $A_{em}$  – площа торцевої поверхні якоря, м<sup>2</sup>;  $n_{em}$  – кількість витків у котушці;  $i_{em}(t)$  – струм в обмотці електромагніту, А;  $x_{em}(t)$  – переміщення якоря, мм;  $K_2$  – коефіцієнт, який враховує залежність сили пропорційного електромагніту від переміщення якоря і його геометричних розмірів,

$$K_2 = (thx_{em})^2 e^{b_1(1-(x_{em\ max}-x_{em})/x_{em\ max})}, \quad (17)$$

$K_3$  – коефіцієнт, який враховує залежність сили пропорційного електромагніту від струму в котушці,

$$K_3 = e^{-[1-b_2((i_{em\ max}-i_{em})/i_{em\ max})]}, \quad (18)$$

$b_1$  та  $b_2$  – сталі коефіцієнти, характерні для даної конструкції лінійного пропорційного електромагніту;  $x_{em\ max}$  та  $i_{em\ max}$  – максимальні значення переміщення якоря та струму в котушці.

Слід зазначити, що через залишковий магнетизм та сили тертя в електромагнітах наявний гістерезис, який формула (16) не враховує. Стохастичну силу пропорційного електромагніта розраховували за залежністю

$$F_{em}^*(t) = F_{em}(t) + \delta F_{em}(t), \quad (19)$$

де  $\delta F_{em}(t)$  – випадкове відхилення сили пропорційного електромагніта.

Оцінку математичного очікування і дисперсії випадкових функцій  $J_j^*(t)$  (де  $J_j$  – функції, які описують параметри модуля) при  $t_k$  – фіксованому часі випадкового процесу, проводили за формулами [15]:

$$m_{J_j}(t_k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n J_{j_i}(t_k), \quad D_{J_j}(t_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [J_{j_i}(t_k) - m_{J_j}(t_k)]^2, \quad (20)$$

де  $J_{j_i}^*(t_k)$  – реалізація випадкової функції  $J_j^*(t_k)$ ;  $n$  – кількість експериментів.



Точність наближення оцінок  $m_{J_j}(t_k)$  і  $D_{J_j}(t_k)$  до правдивих значень математичного очікування  $\tilde{m}_{J_j}(t_k)$  і дисперсії  $\tilde{D}_{J_j}(t_k)$  оцінювали ймовірністю попадання їх значень в задані інтервали, які для нормального розподілення чи близького до нього, розраховували за формулами [15]:

$$\alpha_1 = P\left(\left|m_{J_j}(t_k) - \tilde{m}_{J_j}(t_k)\right| < \varepsilon_1\right) = 2 \Phi\left(\varepsilon_1 / \sigma_{m_{J_j}}\right), \quad (21)$$

$$\alpha_2 = P\left(\left|D_{J_j}(t_k) - \tilde{D}_{J_j}(t_k)\right| < \varepsilon_2\right) = 2 \Phi\left(\varepsilon_2 / \sigma_{D_{J_j}}\right), \quad (22)$$

де  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  – довірчі імовірності;  $\Phi\left(\varepsilon_1 / \sigma_{m_{J_j}}\right)$  і  $\Phi\left(\varepsilon_2 / \sigma_{D_{J_j}}\right)$  – функції Лапласа, які визначали за таблицями з роботи [15];  $2 \varepsilon_1$  і  $2 \varepsilon_2$  – задані (довірчі) інтервали.

Середні квадратичні відхилення оцінок, що входять до формул (21) і (22) визначали з залежностей:

$$\sigma_{\tilde{m}_p} = \sqrt{\tilde{D}_{J_j} / n}, \quad \sigma_{\tilde{D}_p} = \sqrt{\tilde{D}_{J_j} / (n-1)}.$$

Задавалися довірчими ймовірностями  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  (0,9 чи 0,95), визначають довірчі інтервали  $\varepsilon_1$  і  $\varepsilon_2$  математичного очікування і дисперсії.

#### **Блок керування**

У загальному випадку він являє собою слідкуючу систему з зворотним зв'язком по відхиленню, реалізованого на мікропроцесорах, яка, незважаючи на випадковий характер зміни положення штока гідроциліндра та ЗРЕ ГР, подає на вхід пропорційного електромагніта струм керування відповідно до алгоритму функціонування модуля – закону руху штока гідроциліндра  $y(t) = y_0 + f_y(t)$ . При синтезі ММР, в першому наближенні, випадковими складовими зміни струму керування пропорційного електромагніта можна знехтувати.

Слід зазначити, що конструктивні та робочі параметри гідравлічної частини ММР, такі як діаметр умовного проходу каналів та трубопроводів, геометричні розміри гідроциліндра і маса його рухомих частин, номінальне значення тиску живлення й інші, вибирають з ряду відповідного ДСТУ. Крім того, стандартизованими є параметри блоку керування, пропорційного електромагніта та датчиків зворотного зв'язку.

При синтезі електрогідравлічного ММР приймають, що у початковий момент часу ЗРЕ ГР знаходиться у нейтральному положенні, і швидкість поршня, тиск в порожнинах гідроциліндра та витрата РР дорівнюють нулю. Задають початкові умови та значення  $p(t)$  і  $\mu_{щ}(Re)$ , які на попередньому етапі розрахунку приймали рівними їх середньому значенню під час функціонування ММР.

#### **Висновки**

Вперше розроблена стохастична математична модель робочого процесу електрогідравлічного ММР, яка є підґрунтям його динамічного синтезу, дозволяє поліпшити його динамічні властивості та отримати бажані характеристики. Запропоновані рівняння, що описують випадкову зміну робочих параметрів та характеристики структурних елементів ММР. Встановлено, що зміна параметрів гідравлічної частини ММР може бути описана нормальним законом розподілення, причому випадкові зміни характеристик не перевищують 5÷10 % від їх середнього значення. Наведені залежності для розрахунку математичного очікування і дисперсії даних параметрів та середні квадратичні їх відхилення.

**Список літератури:** 1. Андренко, П. М. Динамічний синтез мехатронного модуля руху [Текст] / П. М. Андренко, О. В. Дмитрієнко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Х. : НТУ «ХПІ». – 2014. – № 1 (1044). – С. 157–163. 2. Герман-Галкин, С. В. Matlab & Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК [Текст] / С. В. Герман-Галкин – СПб. : КОРОНА Век, 2008. – 368 с. – 500 экз. – ISBN 978-5-903383-39-9. 3. Введение в мехатронику [Текст] : учеб. пособие / О. М. Яхно, А. В. Узунов, А. Ф. Луговой и др. – К. : НТУУ «КПИ», 2008. – 528 с. 4. Андренко, П. М. Гідравлічні пристрої мехатронних систем [Текст] : навч. посібник / П. М. Андренко. – Х. : Видавничий центр НТУ «ХПІ», 2014. – 188 с. – ISBN 978-617-05-0106. 5. Узунов, О. В. Розвиток теорії циклічно-модульного моделювання і проектування мехатронних систем та пристроїв [Текст] : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.02.102 / Узунов Олександр Васильович ; НТУУ «КПИ». – К., 2011. – 39 с. 6. Месарович, М. Теория иерархических многоуровневых систем. [Текст] / М. Месарович, Д. Мако, И. Такараха. Перевод с англ. И. Ф. Шахного. – М. : Мир, 1973. – 344 с. 7. Чуян, Р. К. Методы математического моделирования двигателей летательных аппаратов [Текст] : учеб. пособие / Р. К. Чуян – М. : Машиностроение, 1988. – 288 с. 8. Струтинській, В. Б. Стохастичні процеси у гідроприводах верстатів [Текст] : моногр. / В. Б. Струтинській, В. М. Тіхенко. – Одеса : Астопринт, 2009. – 456 с. 9. Струтинській, В. Б. Статистична динаміка шпіндельних вузлів на гідростатичних опорах [Текст] : моногр. / В. Б. Струтинській, Д. Ю. Федориненко. – Ніжин : Аспект-Поліграф, 2011. – 464 с. 10. Колот, О. В. Наукові основи підвищення ефективності систем приводів шляхом врахування стохастичності їх характеристик [Текст] : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.02.03 / Колот Олександр Володимирович. – Харків, 2005. – 31 с. 11. Сырицын, Т. А. Надежность гидро- и пневмопривода [Текст] / Т. А. Сырицын. – М. : Машиностроение, 1981. – 216 с. 12. Свешников, В. К. Станочные гидроприводы [Текст] : справ. / В. К. Свешников. – М. : Машиностроение, 1995. – 448 с. 13. Евтушенко, А. А. Турбомашини для перекачивания газожидкостных смесей [Текст] / А. А. Евтушенко, Э. В. Колисниченко, С. В. Сапожников // Вісник СумДУ. – 2004. – № 13 (72). – С. 45–49. 14. Лур'є, З. Я. Дослідження впливу стохастичної сили тертя запірно-регулюючого елемента гідроапарата з осциляцією на характеристики гідроприводу [Текст] / З. Я. Лур'є, П. М. Андренко // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь : ТДАУ, 2009. – Вип. 9. – Т. 5. – С. 38–46. 15. Теория автоматического управления [Текст] : учеб. / Е. А. Санковский, А. С. Шаталов и др. ; под ред. А. С. Шаталова. – М. : Высшая школа, 1977. – 448 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Andrenko, P. M., and O. V. Dmytriyenko. "Dynamichnyy syntez mekhatronnoho modulya rukhu." *Visnyk NTU «KhPI»*. Ser.: Enerhetychni ta teplotekhnichni protsesy y ustatkuvannya. No. 1 (1044). Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. 157–163. Print. 2. German-Galkin, S. V. *Matlab & Simulink. Proektirovanie mehatronnykh sistem na PK*. SPb.: KORONA Vek, 2008. ISBN 978-5-903383-39-9. Print. 3. Jahno, O. M., et al. *Vvedenie v mehatroniku*. Kiev: NTUU «KPI», 2008. Print. 4. Andrenko, P. M. *Hidravlichni prystroyi mekhatronnykh system*. Kharkiv: Vydavnychy tsestr NTU «KhPI», 2014. ISBN 978-617-05-0106. Print. 5. Uzunov, O. V. *Rozvytok teorii tsyklichno-modul'noho modelyuvannya i proektuvannya mekhatronnykh system ta prystroyiv*. Avtoref. dys. na zdobuttja nauk. stupenja d-ra tekhn. nauk. Kyiv, 2011. Print. 6. Mesarovich, M., D. Mako and I. Takaraha. *Teorija ierarhicheskikh mnogourovnevnykh sistem*. Moscow: Mir, 1973. Print. 7. Chujan, R. K. *Metody matematicheskogo modelirovanija dvigatelej letatel'nykh apparatov*. Moscow: Mashinostroenie, 1988. Print. 8. Strutyns'kiy, V. B. and V. M. Tikhenko. *Stokhastychni protsesy u hidropyvodakh verstativ*. Odessa: Astoprynt, 2009. Print. 9. Strutyns'kiy, V. B. and D. Yu. Fedorynenko. *Statystychna dynamika shpyndel'nykh vuzliv na hidrostatychnykh oporakh*. Nizhyn: Aspekt-Polihraf, 2011. Print. 10. Kolot, O. V. *Naukovi osnovy pidvyshchennya efektyvnosti system pryvodiv shlyakhom vrakhuvannya stokhastychnosti yikh kharakterystyk*. Avtoref. dys. na zdobuttja nauk. stupenja d-ra tekhn. nauk. Kharkiv, 2005. Print. 11. Syricyn, T. A. *Nadezhnost' gidro- i pnevmoprivoda*. Moscow: Mashinostroenie, 1981. Print. 12. Sveshnikov, V. K. *Stanochnye gidroprivody*. Moscow: Mashinostroenie, 1995. Print. 13. Evtushenko, A. A., Je. V. Kolisnichenko and S. V. Sapozhnikov. "Turbomashiny dlja perekachivaniya gazozhidkostnykh smesey." *Visnik SumDU*. No. 13 (72). 2004. 45–49. Print. 14. Lur"ye, Z. Ya., and P. M. Andrenko. "Doslidzhennya vplyvu stokhastychnoyi syly tertya zapirno-rehulyuyuchoho elementa hidroaparata z ostsylyatsiyeyu na kharakterystyky hidropyvodu." *Pratsi Tavriys'koho derzhavnoho ahrotekhnolohichnoho universytetu*. No. 9.5. Melitopol: TSATU, 2009. 38–46. Print. 15. Sankovskij, E. A. *Teorija avtomaticheskogo upravlenija*. Ed. A. S. Shatalova. Moscow: Vysshaja shkola, 1977. Print.

*Надійшла (received) 15.12.2014*