

го действия // Вестник НТУУ “КПИ”, Машиностроение. – 1999. Вып. 36. – Том 2. – С. 495-500. 4. *Лурье З.Я., Лищенко И.Г.* Исследование механических потерь узла поршень-цилиндр радиально-поршневого гидромотора многократного действия // Вестник ХГПУ. Машиностроение. – 2000. – Вып. 101. – С. 145-151. 5. *Лурье З.Я., Лищенко И.Г.* Исследование механических потерь трения между поршневой группой и ротором гидромотора многократного действия // Вестник ХГПУ. Технологии в машиностроении. – 2000. – Вып. 104. – С. 119-124. 6. *Пономаренко Ю.Ф.* Высокомоментные радиально-поршневые гидромоторы горных машин. – М.: Недра. 1972. 376 с. 7. *Лурье З.Я., Лищенко И.Г.* Компьютерное проектирование профиля направляющей высокомоментного гидромотора многократного действия для промышленных гидроприводов // Приводная техника. 1999. № 3/4. С. 22-26. 8. *Лурье З.Я., Лищенко И.Г.* Анализ механических потерь при обкатке катка по профилю направляющей гидромотора многократного действия // Вестник НТУУ “КПИ”. Машиностроение. Т. 2, 2000. – С. 12-17. 9. *Докукин А.В., Рогов А.Я., Фейфец Л.С.* Радиально-поршневые гидромоторы многократного действия. – М.: Машиностроение. 1980. – 288 с.

Поступила в редколлегию 25.03.2001.

УДК 631.3:752.004.5

В.Д.МИГАЛЬ, канд.техн.наук, ХГТУСХ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВИБРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ ТРАКТОРА

Численні джерела вібрації трактора конструктивного, технологічного і експлуатаційного походження подані багатовимірною динамічною системою. Спектральна густина сигналів вібрації на виході при некоригованих входах подана через частотні характеристики окремих каналів. Вібраційний процес поданий періодичними функціями у вигляді ряду Фур'є, а шумові складові досліджені за допомогою перетворення Фур'є.

Существующие методы повышения надежности тракторов, основанные на классической теории надежности и прочностных расчетов [1-3], сталкиваются с трудностями в учете влияния вибрационных процессов на надежность и ресурс механизмов трактора. Это объясняется тем, что надежность машин характеризуется определенными уровнями вибрации, превышение которых вызывает интенсивное накопление усталостных повреждений и пластических деформаций, виброползучесть в элементах конструкции, нарушение нормального функционирования, потерю устойчивости конструкции. Поэтому в задачах проектирования высоконадежных механизмов первостепенное место должны занимать проблемы определения допустимых и предельных значений вибрации, оптимизации вибрационных характеристик, снижение мощности потока вибрационной энергии, проходящей через элементарные части и контактные площадки деталей механизмов с целью снижения: влияния потока упругих волн вибрации на структуру материала и эластичность механических систем [4], вибрационных полей, повышение надежности, вибропрочности и

виброустойчивости механических систем трактора.

Учитывая актуальность применения вибрационных методов оценки качества трактора, нами обоснованы допустимые уровни вибрации, разработаны классы вибрации тракторов и методологии расчета спектров вибрации трактора на заданный класс вибрации [5,6]. Настоящая работа посвящена математическому описанию вибрационных процессов трактора.

Поставленная цель комплексного подхода и оценки качества трактора по параметрам вибрации может в общем случае представлена функциями возмущения дефектов конструктивного, технологического и эксплуатационного происхождения в виде

$$P(t,R) = P(t+T_{BP}) + P_K(t+T_K) + P_H(t+T_H) + P_D(t+T_D) + P_O(t+T_O) + P_{Ш}(t), \quad (1)$$

где $P(t+T_{BP})$ – периодическое низкочастотное возмущение; $P_K(t+T_K)$ – результат воздействия кинематических погрешностей; $P_H(t+T_H)$ – импульсные возмущения; $P_D(t+T_D)$ – динамические возмущения; $P_O(t+T_O)$ – случайные возмущения внешними источниками и режимами работы; $P_{Ш}(t)$ – шумовое возмущение, возникающее вследствие случайного фактора взаимодействия деталей.

Описать модель (1) при помощи системы дифференциальных и алгебраических уравнений практически невозможно в виду чрезвычайной сложности этой системы. Упрощение модели и рассмотрение ее по частям делает трудной четкую формулировку единого подхода к оценке вибрационного состояния трактора, что снижает результаты исследований.

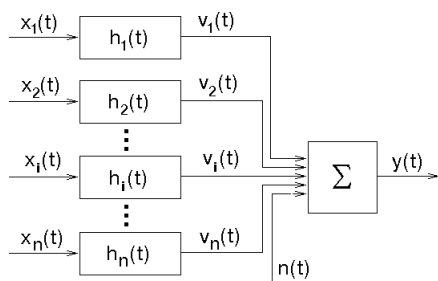


Рис. 1. Структурная схема многомерной динамической системы трактора

Для описания модели (1) многочисленные источники вибрации трактора представим многомерной динамической системой рис. 1.

В простейшем случае имеем одномассовую систему, а связь вибрационного сигнала (выхода) с силовыми возмущающими дефектами (входом) определяется интегралом свертки

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau, \quad (2)$$

где $y(t)$ – вибрация механизмов трактора; $h(\tau)$ – импульсная переходная функция; $x(t - \tau)$ – силовые возмущения дефектов.

По вибрационному сигналу $y(t)$ можно определить согласно (2) возмущающие силовые дефекты. Последние связаны аналогичным соотношением с параметром состояния трактора. Для диагностики используют упрощенные

модели трактора с постоянными параметрами (массами, коэффициентами жесткости и демпфирования). Последнее позволяет описать вибрацию трактора линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. При существенной нелинейности предполагается возможным разделить систему на линейную и нелинейную части и анализировать их раздельно [7].

Из методов анализа линейных систем вибрации трактора используют преимущественно метод дифференциальных уравнений. Спектральные методы позволяют свести обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами к алгебраическим уравнениям. Свертка во временной области эквивалентна умножению в частотной области. Комплексная амплитуда выходного сигнала $Y(\omega)$ (преобразование Фурье) на частоте ω равна произведению комплексной амплитуды входного сигнала $X(\omega)$ на той же частоте и значению частотной характеристики $H(\omega)$ на этой же частоте, то есть

$$H(\omega) = Y(\omega)/X(\omega). \quad (3)$$

Таким образом, оператор динамической системы однозначно определяется параметрами дифференциального уравнения или частотной характеристикой (3). Если возмущающие дефекты нельзя представить в виде суммы синусоид, то используют более общую модель сигнала – случайный стационарный эргодический процесс. Частотная характеристика связывает спектральные плотности входного и выходного сигнала в следующем виде:

$$G_{YY}(\omega) = H^2(\omega) \cdot G_{XX}(\omega); \quad G_{XY}(\omega) = H(\omega) \cdot G_{XX}(\omega), \quad (4)$$

где G_{YY} , G_X – спектральные плотности мощности сигнала на входе и выходе; G_{XY} – взаимная спектральная плотность мощности сигнала.

Частотная характеристика, определенная по формуле (3) – комплексная величина и может быть представлена в форме

$$H(\omega) = |H(\omega)| \cdot \exp(i\varphi(\omega)), \quad (5)$$

где $\varphi(\omega)$ – фазовая характеристика сигнала.

Трактор имеет много источников вибрации, соответственно он представлен в виде многомерной динамической системы. В частотной области спектральную плотность сигнала на выходе при некоррелированных входах можно выразить через частотные характеристики отдельных каналов:

$$G_{YY}(\omega) = \sum_{j=1}^n H^2(\omega) \cdot G_{X,j}(\omega) = \sum_{j=1}^n G_{Y,j}(\omega), \quad (6)$$

где n – число источников вибрации (каналов);

$G_{Y,j}$, $G_{X,j}$ – спектральную плотность мощности сигнала на входе и выходе j -го сигнала.

Здесь необходимо выбрать систему контрольных точек, в которых максимум информации, и детализировать модель трактора. Применив метод "серого ящика", когда имеется определенная информация о структуре вибрации

трактора и взаимосвязях составляющих его механизмов, трактор можно разделить на несколько подсистем, а отдельный вибрационный канал разделить на ряд последовательно соединенных участков. Характеристики силовых элементов трактора определяют в лабораторных условиях при стендовых испытаниях на стадиях доводки или изготовления и контролируют в эксплуатации: подшипниковых узлов, зубчатых передач, корпуса и других элементов.

Для оценки вибрации трактора с помощью моделей (2),(3) и (6) вводим известные упрощения самой вибрации. Наиболее распространенное описание вибрации получено с помощью гармонического или полигармонического процесса с линейчатым спектром. Эта модель проста и удобна, верно отражает ряд важных свойств вибрации. В настоящей работе используется модель квазидетерминированной вибрации, различные реализации которой могут отличаться амплитудами, частотами и начальными фазами. Такая форма представления вибрационного сигнала достаточно хорошо моделирует рост шумовой компоненты при увеличении закладываемых допусков, появления дефектов изготовления и износа контактирующих поверхностей зубьев колес и подшипников качения, проявляющихся в увеличении соударений элементов.

Такой моделью с успехом можно заменить систему (1), если вибрационный процесс представить периодическими функциями в виде рядов Фурье, а шумовые составляющие исследовать с помощью преобразования Фурье. Это позволит применить один из наиболее эффективных методов анализа вибрационных сигналов – спектральный анализ. Между временной функцией $x(t)$ и ее отображением в частотной области $X(\omega)$ существуют соотношения

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot \exp(i\omega t) d\omega; \quad X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \exp(-i\omega t) dt, \quad (7)$$

называемые прямым и обратным преобразованием Фурье.

Для исследования модели (4) с помощью соотношения (7) воспользуемся связью спектральной плотности мощности сигнала с финитным преобразованием Фурье [8]. Из теоремы Винера-Ханчина взаимные спектры и спектральные плотности определяются следующим образом:

$$G_{xy}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{Tn} \sum_{j=1}^n [X_k^*(\omega) Y_k(\omega)]; \quad G_{xx}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{Tn} \sum_{k=1}^n X_k^2(\omega), \quad (8)$$

где T – период k -й финитной реализации спектра в соответствии с (7); n – число финитных реализаций; $X_k^*(\omega)$ – комплексный сопряженный спектр.

Для вычисления спектральной плотности мощности сигнала по формуле (8) необходимо вычисление преобразования Фурье по формуле (7).

Вычисление преобразования Фурье и построение ряда Фурье теоретически представляют собой различные операции, но в большинстве практических приложений численная реализация этих операций осуществляется одинаковым образом. Это объясняется тем, что для дискретной реализации можно построить ряд или преобразование Фурье только в конечном диапазоне частот, и

этот диапазон определяется значением периода при вычислении соответствующего ряда Фурье. Одна из основных причин использования быстрого преобразования Фурье (БПФ) состоит в том, что оно позволяет получить оценки спектральной мощности и ковариационной функции. Прежде чем излагать алгоритм быстрого преобразования Фурье, полезно рассмотреть, каким образом вычисляется обычный ряд Фурье.

Если предположить, что реализация $x(t)$ – периодическая с периодом T и частотой $f = 1/T$, то ее можно представить рядом Фурье [8,9]

$$x(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{q=1}^{\infty} (A_q \cos 2\pi qft + B_q \sin 2\pi qft); \quad q = 0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

где $\omega = 2\pi f$.

Пусть реализация $x(t)$ имеет конечную длину T , равную фундаментальному периоду. Предположим также, что она состоит из четного числа N эквидистантных наблюдений с интервалом дискретности Δt , который выбран таким образом, что частота Найквиста $f_0 = 1/2(\Delta t)$ достаточно высока. Будем считать, что начальный момент реализации равен нулю, и обозначим преобразованную последовательность следующим образом:

$$x_k = x \cdot (k\Delta t); \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

Вычислим теперь по всем N значениям реализации конечный ряд Фурье. Для любой точки t , принадлежащей интервалу $(0, T)$, этот ряд имеет вид

$$x(t) = A_0 + \sum_{q=1}^{N/2} A_q \cos\left(\frac{2\pi q t}{T}\right) + \sum_{q=1}^{(N/2)-1} B_q \cos\left(\frac{2\pi q t}{T}\right). \quad (11)$$

В точках $t = k\Delta t$ ($k = 1, 2, \dots, N$), где $T = N\Delta t$, получим

$$x_k = x(k\Delta t) = A_0 + \sum_{q=1}^{N/2} A_q \cos\left(\frac{2\pi q k}{T}\right) + \sum_{q=1}^{(N/2)-1} B_q \cos\left(\frac{2\pi q k}{T}\right). \quad (12)$$

Коэффициенты A_q и B_q определяются выражениями

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k = 0; & A_q &= \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N x_k \cos \frac{2\pi q k}{N}; \\ A_{N/2} &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \cos k\pi; & B_q &= \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N x_k \sin \frac{2\pi q k}{N}; \end{aligned} \quad (13)$$

Программа для расчета величин A_q и B_q должна содержать следующие операции: определение величины $\varphi(qk) = 2\pi qk/N$ при фиксированных значениях q и k ; вычисление $\cos \varphi(qk)$, $\sin \varphi(qk)$; вычисление $x_k \cos \varphi(qk)$, $x_k \sin \varphi(qk)$; вычисление суммы для каждого из этих выражений при $k = 1, 2, \dots, N$; приращение аргумента q на единицу и повторение всех перечисленных действий. Такой способ требует выполнения примерно N^2 операций умножения и сложения действительных чисел. Поскольку затраты машинного времени и стоимость расчетов зависят от N^2 , при больших N такой стандарт-

ный метод вычисления коэффициентов A_q и B_q может оказаться дорогостоящим и потребовать значительного времени. Чтобы существенно снизить затраты машинного времени, разработаны и введены в практику другие способы расчета, получившие название "быстрое преобразование Фурье". Рассмотрим детально эти важные методы, применяемые для цифрового анализа случайных процессов. Преобразование Фурье действительной или комплексной функции $x(t)$, заданной на бесконечном интервале, представляет собой комплексную величину, определяемую формулой (7). Если область интегрирования не ограничена, то преобразование (7) не существует, когда реализация $x(t)$ обладает всеми свойствами стационарного случайного процесса. Ограничив интервал задания функции $x(t)$, приняв его равным $[0, T]$, построим финитное преобразование Фурье [8], как это сделано в выражении (8). Предположим теперь, что функция $x(t)$ представлена N эквидистантными наблюдениями с интервалом дискретности Δt , который выбран таким образом, что частота Найквиста достаточно высока. Поскольку вначале $t = 0$, $x_k = k\Delta t$ (в данном случае удобно начать с $k = 0$), формула (10) запишется в виде $x_k = x \cdot (k\Delta t)$, $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Дискретная аппроксимация выражения (7) при произвольном значении f есть

$$X(f, T) = \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} x_k \exp(-i2\pi f k \Delta t). \quad (14)$$

Для расчета функции $X(f, T)$ обычно выбираются дискретные значения частоты

$$f_j = \frac{j}{T} = \frac{j}{N\Delta t}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (15)$$

Преобразованная последовательность дает на этих частотах составляющие Фурье

$$X_j = \frac{X(f_j)}{\Delta t} = \sum_{k=0}^{N-1} x_k \exp\left(-i \frac{2\pi k j}{N}\right), \quad (16)$$

причем интервал дискретности Δt внесен в значение $X(f_j)$, чтобы перед знаком суммы не было множителя. Заметим, что преобразование однозначно только для значения $j = N/2$, поскольку этой точке соответствует частота Найквиста. БПФ применяется для вычисления последовательности X_j , но может быть также использовано для нахождения коэффициентов A_q и B_q из формул (13).

Выше было сказано, что результат применения алгоритма быстрого преобразования Фурье идентичен результату дискретного преобразования Фурье. Следовательно, присущие процессу БПФ ограничения по существу являются ограничениями, связанными с дискретным преобразованием Фурье. Эти ограничения, в основном, обусловлены конечным (круговым) и дискретным характером алгоритма дискретного преобразования Фурье. Следовательно, независимо от характера подлежащего преобразованию сигнала, обрабатываемого

мые реализации последнего и окончательные результаты имеют вид конечно-го числа (N) дискретных значений, которые с теоретической точки зрения соответствуют одному периоду бесконечного периодического процесса.

Первой операцией цифрового анализа является дискретизация (выборка дискретных значений) временного сигнала. Эту операцию можно рассматривать как умножение на последовательность временных импульсов с интервалами Δt . Трансформанта Фурье этой последовательности частотных импульсов, расположенной на частотах, являющихся кратными частоте выборки $2f_0$. Составляющие спектра $G_{xx}(f)$ исходного сигнала $x(t)$, частоты которых превышают половину выборки (частоту Найквиста), обуславливают перекрытие и эффект наложения.

Сопоставление спектров вибрации исходной и измененной конструкции, технологии изготовления, рабочих процессов, режимов работы позволяет по изменению дискретных частот или частотных областей и амплитуд вибрации в полосе от 5 до 10000 Гц распознавать источники возмущений дефектами и принимать решения по вибрационной оптимизации механизмов трактора на стадии проектирования, изготовления и доводки.

Список литературы: 1. Крагельский Н.В., Добычин М.Н., Камбалов В.С. Основы расчета на трение и износ. – М.: Машиностроение, 1977. – 526 с. 2. Міцність та надійність машин / Анілович В.Я., Гринченко А.С., Карабан В.В. – К.: Урожай, 1996. – 288 с. 3. Турханов В.М. Методы обеспечения надежности изделий машиностроения. – М.: Машиностроение, 1995. – 304 с. 4. Полячков В.И. Проектирование малошумных механизмов. – М.: Машиностроение, 1991. – 63 с. 5. Мигаль В.Д. Методология расчета вибрации трактора на заданный уровень // Вестник нац. техн. ун-та "ХПИ". – Харьков, НТУ "ХПИ". – 2002, № 6. – С. 56-62. 6. Говорущенко Н.Я., Мигаль В.Д. Графоаналитические методы вибрационного диагностирования трактора // Вестник нац. техн. ун-та "ХПИ". – Харьков, НТУ "ХПИ". – 2001, № 25. – С. 57-66. 7. Генкин М.А., Сокова А.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. – М.: Машиностроение, 1987. – 283 с. 8. Игуменцев Е.А. Приборы, система и методология спектрально-корреляционного виброконтроля предаварийного состояния газотранспортного оборудования: Дис. докт.техн.наук 05.11.13. – Харьков, 1999. – 337 с. 9. Рандал Р. Частотный анализ: Пер. с датского. – Нэрум, Дания: фирма Брюль и Кьер, 1989. – 389 с.

Поступила в редколлегию 08.04.02