Список литературы: 1. Хог Э., Чой К., Комков В. Анализ чувствительности при проектировании конструкций. – М.: Мир, 1988. – 428 с. 2. Лукьяненко В.М. Динамическая прочность, надежность и оптимизация роторных машин нефтегазохимической промышленности. – Сумы: Контраст, 1999. – 232 с. 3. Жеков К.С. Современные аналитические возможности ANSYS. // САПР и графика. 1998. №9. – С. 50-52. 4. http://www.ansys.com/services/documentation/ manuals70.htm – Welcome to ANSYS 7.0 Documentation. 5. Богомолов С.И., Назаренко С.А., Симсон Э.А. Расчет и оптимизация оболочек общей формы на базе смешанного подхода МКЭ // Динамика и прочность тяжелых машин. – 1986. – С. – 91-97. 6. Лукьяненко В.М., Назаренко С.А., Симсон Э.А., Солошенко В.А. Математические модели анализа рабочих колес турбокомпрессорных агрегатов // Вестник Харьковского государственного политехнического университета, 2000. – Вып. 82. – С. 54-57.

Поступила в редколлегию 05.06.2003

УДК 621.822:531.3

М.М.СМИРНОВ, канд.техн.наук; *Г.Ю.МАРТЫНЕНКО*, канд.техн.наук; *И.Н.БАБЕНКО*

КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫЙ РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ АКТИВНЫХ МАГНИТНЫХ ПОДШИПНИКОВ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ МАГНИТОСТАТИКИ

У роботі запропонована методика розрахунку магнітних ланцюгів активних магнітних підшипників методом кінцевих елементів і обробки результатів з метою визначення дискретних параметрів магнитопровода. Приведено приклад розрахунку магнитопровода з восьмиполюсним статором.

In work the technique of account of magnetic circuits of active magnetic bearings by a method of final elements and processing of results is offered with the purpose of definition of discrete parameters of magnetic circuit. The example of account of magnetic circuit with stator as octopole is given.

Магнитные подшипники (МП) являются альтернативой подшипникам скольжения с масляной смазкой и обладают по сравнению с ними целым рядом преимуществ (отсутствие смазочных систем, повышение надежности, снижение потерь на трение и т.д.). Поэтому за последние 15 лет интерес к магнитному подвесу заметно увеличился. Об этом можно судить хотя бы по тому, что с 1988 по 1998 год было проведено шесть международных симпозиумов по магнитному подвесу «Int. Symposium on Magnetic Bearings», в различных городах мира – Токио, Каназава (Япония), Цюрих (Швейцария), Кембридж (США) и др. В 2000 году вышла монография Э.Меслена из США «Магнитные подшипники», в которой освещаются научно технические особенности, начиная с магнетизма и силовых электромагнитов и заканчивая системами управления магнитными опорами, в том числе с использованием ЭВМ [1]. Работы по созданию магнитного подвеса ведут также учёные из Японии, Франции, Швейцарии, Германии [2]. В России магнитные подвесы роторов изготавливают НПП ВНИИЭМ [3] и ООО «ГАЗХОЛОДТЕХНИКА» [4]. За 20 лет этими организациями были созданы инженерные конструкции, применявшиеся в нескольких отраслях промышленности – от космических гироскопов до многотонных роторов магистральных турбокомпрессоров. Однако, несмотря на обилие публикаций, не все вопросы по МП освещены одинаково подробно. Так конструкции магнитопровода уделяется повышенное внимание, о чем свидетельствует множество работ, в том числе патентов, например [5-10], но практически отсутствуют публикации по количественной оценке и необходимости учета тех или иных параметров магнитопровода при построении математических моделей и проектировании.

Изучение литературы и проспектов французской фирмы-изготовителя магнитных опор Societe de Mecanique Magnetique (S2M) показывает, что статор магнитопровода представляет собой конструкцию сложной геометрии. Например, достаточно часто используются 8-ми полюсные с полюсами одинакового поперечного сечения или 16-ти полюсные магнитопроводы с полюсами неодинакового поперечного сечения.

При разработке имитационной компьютерной модели движения ротора на электромагнитных опорах статор и ротор электромагнита представляются дискретной разветвленной магнитной цепью. В дискретных моделях невозможно определить распределение магнитных потоков по зазору, сечениям статора и цапфы ротора вследствие их осреднения, а также потоки рассеяния, которые на практике определяются экспериментально. Экспериментальная доводка требует изготовления большого количества опытных вариантов конструкции магнитопровода. Такие методы проектирования и модернизации практически не используются в единичном и мелкосерийном производстве. В условиях эксплуатации определение дискретных параметров магнитной цепи и оценка их достоверности экспериментально не всегда возможны. Однако при современном уровне вычислительных ресурсов ПЭВМ вполне реально такую оценку проводить сопоставлением с более точными моделями, учитывающими, что магнитопровод есть система с распределенными магнитными параметрами. Данный подход позволит в дальнейшем, выбирать рациональное соотношение основных размеров магнитопровода на основе вариантных расчетов и практически исключить экспериментальное определение потоков рассеяния и доводку магнитных цепей путем изготовления альтернативных вариантов конструкции. Такая расчетная методика может стать основой для программы оптимального проектирования магнитопровода, алгоритм которой может быть построен на основе математической теории оптимизации [11].

Рассмотрим радиальный электромагнитный подшипник (ЭМП) с 8-ми полюсной конструкцией магнитопровода статора с полюсами одинакового поперечного сечения [12]. На рис. 1 приведена схема магнитной цепи ЭМП.

Основные уравнения магнитостатики можно получить исключением членов, зависящих от времени из первой группы уравнений Максвелла в дифференциальной форме, описывающих электромагнитное поле [13]. Тогда:

$$j_{x} = \frac{\partial H_{z}}{\partial y} - \frac{\partial H_{y}}{\partial z}, \quad j_{y} = \frac{\partial H_{x}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z}}{\partial x}, \quad j_{z} = \frac{\partial H_{y}}{\partial x} - \frac{\partial H_{x}}{\partial y}, \quad (1)$$

где H_x , H_y и H_z – составляющие напряженности магнитного поля, j_x , j_y , j_z – составляющие плотности тока.

К уравнениям (1) следует добавить выражение потока вектора магнитной индукции через замкнутую поверхность в дифференциальной форме, отражающее теорему Остроградского-Гаусса для магнитных полей [13]:

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0, \qquad (2)$$

где B_x , B_y , B_z – составляющие магнитной индукции.

Чтобы сохранить линейность уравнений магнитостатики между величинами входящими в уравнения (1-2) принимаются следующие связи:

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \mu \boldsymbol{H},\tag{3}$$

где *B* – магнитная индукция, *H* – напряженность магнитного поля, μ_0 – магнитная проницаемость в вакууме, μ – относительная магнитная проницаемость вещества.



Рис. 1. Схема магнитной цепи ЭМП.

 статор ЭМП, набранный из листовой электротехнической стали; 2 – цапфа, набранная из листовой электротехнической стали в форме колец; 3 – однообмоточные катушки полюсов, соединенные между собой попарно и образующие четыре двухполюсных электромагнита; 4 – воздушный зазор.

Уравнения (1-2) совместно с уравнениями (3) представляют собой полную систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме, в которых все входящие величины относятся к одной и той же точке поля.

Уравнение (1) можно записать в компактной векторной форме, не зависящей от выбора системы координат, если воспользоваться понятием вихря вектора:

$$\boldsymbol{j} = \operatorname{rot} \boldsymbol{H},\tag{4}$$

где j – плотность тока.

Если среда является диэлектриком, то в первой группе уравнений Максвелла нужно положить [13]: $j_x = j_y = j_z = 0$.

Граничные условия для магнитного поля на поверхности проводника *S* заключаются в равенстве касательных составляющих вектора напряженности *H* и нормальных составляющих вектора индукции *B*. В рассматриваемом случае [14]:

$$H_{\tau|S} = H_{\tau 0}, \ H_{n|S} = B_{n0} / \mu_0 \mu ,$$
 (5)

где *п* и *т* – внешняя нормаль и касательная к поверхности проводника.

Для обычных диа- и парамагнитных тел магнитная проницаемость μ очень близка к единице, поэтому учет членов порядка $\mu - 1$ во многих задачах является не имеющим смысла превышением точности. В этом случае граничные условия на поверхности тела имеют вид [14]:

$$H_{\rm nls} = B_{\rm n0}/\mu_0 \,. \tag{6}$$

Кроме того, магнитное поле на достаточно большом расстоянии от тела должно совпадать с магнитным полем, созданным внешними источниками, поэтому дополним сформулированную задачу следующим граничным условием на бесконечности [14]:

$$\lim_{r \to \infty} \left[H\left(r,t\right) - H^{\infty}\left(r,t\right) \right] = 0, \qquad (7)$$

где H(r,t) – магнитное поле, создаваемое внутренними источниками и являющееся решением поставленной задачи, $H^{\infty}(r,t)$ – известное магнитное поле, созданное внешними источниками, r – координатный вектор.

В данной работе решение задачи о распределении магнитной индукции в магнитной системе ЭМП осуществляется на основе метода конечных элементов (МКЭ) [15-16]. Вариационный функционал в данном случае используется без введения векторного потенциала магнитного поля [17]:

$$F(\boldsymbol{H}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[\mu(\boldsymbol{H})^2 \right] d\Omega, \qquad (8)$$

где Ω – объем, соответствующий области решения.

В нашем случае толщина катушек в радиальном направлении меньше их длины в осевом направлении, вследствие чего поле потока рассеяния близко к плоскопараллельному [18]. Поэтому задачу можно решать в двумерной постановке.

При решении задач магнитостатики в двумерной постановке возможно использование плоского конечного элемента [16]. Схема элемента показана на рис. 2. На схеме для этого конечного элемента показаны геометрия (1-2-3-4), местоположение узлов (i,j,k,l) и системы координат – локальная (x,y) и глобальная (X,Y). Элемент имеет четыре узла (в частном случае – три), каждый узел может иметь до четырех степеней свободы для задач электродина-

мики и две степени свободы для задач магнитостатики, то есть значения магнитной индукции в двух координатных направлениях. Элемент имеет возможность моделирования *B-H* кривых и нелинейной магнитной кривой намагничивания или кривой размагничивания постоянного магнита. Данный конечный элемент также может использоваться в двумерном магнитном, тепловом, электрическом и пьезоэлектрическом анализе.

На первоначальном этапе решения строится конечноэлементная (КЭ) модель магнитопровода и составляется линейная алгебраическая система уравнений относительно проекций вектора индуктивности в узловых точках. На заключительном этапе осуществляется решение системы уравнений методом LDL^T- факторизации, который учитывает симметрию и ленточность матрицы коэффициентов разрешающей системы уравнений.

Макроэлементная двумерная модель электромагнитного подшипника (рис. 1) приведена на рис. 3.



Рис. 3. Двумерная модель ЭМП. 1 – статор ЭМП; 2 – цапфа в форме колец (ротор); 3 – катушки полюсов; 4 – воздушный зазор.

Для повышения точности расчета проведена неравномерная разбивка на плоские трехузловые конечные элементы, которая показана на рис.4. В местах ожидаемых больших градиентов изменения магнитной индукции (в зазорах между катушками и полюсами, статором и ротором, в местах перехода от кольцевой части статора магнитопровода к полюсам) выполнено сгущение конечноэлементной сетки.

Так как решается задача магнитостатики, то из констант материала необходимо задать лишь относительную магнитную проницаемость. В нашем случае материал статора ЭМП и кольцевой цапфы имеет одинаковую относительную магнитную проницаемость. Катушка намотана из медной проволоки, и так как медь является диамагнетиком, то ее относительная магнитная проницаемость близка к единице. Магнитная проницаемость имела следующие значения: для статора ЭМП $\mu = 5500$; для кольцевой цапфы $\mu = 5500$; для катушек $\mu = 1$; для воздушного зазора $\mu = 1$.



Рис. 4. Разбивка на конечные элементы (6888 конечных элементов, 3492 узлов).

В качестве нагрузок задавалась плотность тока в катушках полюсов, соединенных между собой попарно и образующих верхний двухполюсный электромагнит, которая рассчитывалась по формуле [18]:

$$j_K = i_K w_K / S_K , \qquad (8)$$

где i_K – ток в катушке, w_K – количество витков в катушке, S_K – площадь поперечного сечения катушки.

134

Граничные условия (7) задавались на наружном диаметре статора магнитопровода и на внутреннем диаметре цапфы. На поверхности катушек задавались граничные условия вида (6).

Результаты проведенных расчетных исследований представлены на рис. 5-7. На рис. 5 и 6 показано распределение магнитных силовых линий при включении катушек полюсов, соединенных между собой попарно и образующих двухполюсный ЭМ и при включении одной из катушек отдельно соответственно.



Рис. 5. Распределение магнитных силовых линий при включении катушек полюсов, соединенных между собой попарно и образующих двухполюсный ЭМ.



Рис. 6. Распределение магнитных силовых линий при включении одной катушки.

На рис.7 показано распределение магнитной индукции. В углах статора

можно заметить концентрацию магнитной индукции, которую желательно понизить, чтобы уменьшить магнитные потери и потоки рассеяния, и повысить энергетическую экономичность магнитного подвеса в целом. Это может быть достигнуто внесением конструктивных изменений, например, галтелей или полюсов конической формы.

Точность полученных результатов была проверена проведением тех же расчетных исследований на модели с более мелкой сеткой (11844 конечных элементов, 6050 узлов), результаты которых отличались от приведенных на рис. 5-7 на 0,4%.



Рис. 7. Распределение магнитной индукции.

Результаты расчетов показывают, что распределение магнитного поля в магнитопроводе ЭМП позволяет проводить достаточно тонкую модернизацию конструкции магнитопровода в частности для исключения участков концентрации магнитного потока. Сопоставляя рис.5 и 6 видно, что смежные полюса можно изготавливать меньшего поперечного сечения, если на них отсутствуют катушки электромагнитов. Это объясняет применение в конструкциях с 16-ти полюсным статором магнитопровода полюсов разного поперечного сечения.

Полученные расчетные модели можно также использовать для расчета дискретных параметров модели – проводимости рассеяния и сопротивления потерь в магнитопроводе. На рис.8 представлена разбивка межполюсного пространства на элементарные площадки при определении проводимости потоков рассеяния.

Пользуясь расчетной моделью магнитопровода (рис. 3) можно определить параметры дискретной модели магнитопровода [19], например, сопротивление рассеянию магнитного потока между полюсами статора магнитопровода. Для такого определения желательно чтобы разбивка межполюсного пространства на элементарные площадки была близка к разбивке представленной на рис. 8, то есть конфигурация линий разбивки соответствовала конфигурации магнитных силовых линий между полюсами (рис. 5). Обозначим количество слоев в координатных направлениях. Пусть в направлении ρ таких слоев M, а в направлении φ их N, причем m – номер элементарной площадки в направлении ρ , а n – в направлении φ . Тогда сопротивление r_n радиального слоя n будет определяться как величина обратная сумме проводимостей каждой элементарной площадки в этот слой [18]:

$$r_{n} = \frac{1}{\sum_{m=1}^{M} \frac{\mu_{0} b h_{mn}}{l_{mn}}},$$
(9)

где *b* – толщина пакета пластин магнитопровода.



Рис. 8. Разбивка межполюсного пространства на элементарные площадки. 1 – полюса; 2 – линии разбивки межполюсного пространства; 3 – элементарная площадка

Полное сопротивление рассеянию магнитного потока между полюсами статора магнитопровода будет равно:

$$R = \sum_{n=1}^{N} r_n = \frac{1}{\mu_0 b} \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{\sum_{m=1}^{M} \frac{h_{mn}}{I_{mn}}}.$$
 (10)

Аналогично можно получить формулы для сопротивления зазора, участков магнитопровода с любой степенью дискретизации.

Дискретная модель магнитопровода необходима для расчетов устойчивости движения ротора на ЭМП, от степени дискретизации которой зависит точность этих расчетов. Результаты исследования влияния степени дискретизации магнитной цепи статора приведены в [19].

Используя разработанную методику можно объединить процесс проектирования магнитопровода с созданием системы автоматического управления ротора на электромагнитных подшипниках. С одной стороны можно спроектировать рациональный магнитопровод, в котором распределение магнитного потока было по возможности равномерным, а с другой стороны можно проверить влияние всех этих конструктивных изменений на устойчивость движения ротора. В случае необходимости можно изменить конструкцию магнитопровода, если результаты исследования устойчивости потребуют изменения дискретных параметров.

Список литературы: 1. Maslen E.H. Magnetic bearings. – University of Virginia Department of Mechanical, Aerospace, and Nuclear Engineering Charlottesville, Virginia, 2000. - 229. 2. Knopf E., Nordmann R. Active Magnetic Bearings for the Identification of Dynamic Characteristics of Fluid Bearings // Sixth International Symposium on Magnetic Bearings, Cambridge, USA. 1998. **3.** А.В.Ермолаев, В.Ш.Мельничук, В.В.Варин, А.И.Архипов, А.П.Сарычев, А.В. Спирин Опыт создания нагнетателя с магнитными подшипниками для ГПА12М «Урал» // Компрессорная техника и пневматика. – 2001. – № 8. – С.15-17. 4. Рекламный проспект ООО «ГАЗХОЛОДТЕХНИКА». Системы магнитного подвеса, 2001. 5. Заявка 60-175823 Япония, МКИ F 16 C 32/04. The radial magnetic bearing / Miky Masaharu (Sevko sevki k.k.). № 59-31946; Заявл.22.02.84; Опубл. 10.09.85. 6. А.с.1209954 СССР, МКИ F 16 С 32/04. Магнитный упорный подшипник / Демкин Б.Н., Болотов А.Н., Елисеева Г.С. (СССР); Калинин.политех. ин-т. – №3693020/25-27; Заявл.19.01.84; Опубл. в Б.И., 1986, № 5. 7. Заявка 2246400 Великобритания, МКИ5 F16 C32/04. Magnetic thrust bearing / Hew Nigei Henry (Великобритания); The Clacier Metal Co.,Ltd. - №9016625.7; Заявл. 26.07.90; Опубл.29.01.92. 8. Пат. 2037684 Россия. МКИ F 16 C 32/04. Электромагнитная опора / Воронцов В.Д., Смирнов В.М. (Россия); №5058973/28; Заявл.17.08.92; Опубл. в Бюл. № 17, 1995. 9. Пат. 4686404 США, МКИ F 16 C 39/06. Controlled radial magnetic bearing device / Nakazeki Tsugito, Nanami Shoji, Okada Koichi (Япония); NTN Toyo Bearing Co.,Ltd. -№824697; Заявл.02.04.85; Опубл. 11.08.87; Приор. 18.05.84; НКИ 310/90.5. 10. Журавлев Ю.Н. Электромагнитные силы в радиально-упорном коническом электромагнитном подшипнике // Электричество. – 1982. – № 3. – С.62-64. 11. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К. Оптимизация в технике: В 2-х кн. Кн. 1.Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 320с. 12. Мартыненко Г.Ю., Смирнов М.М. Построение связанной многомерной нелинейной модели вращающегося ротора с управляемыми электромагнитными подшипниками // Вестник НТУ «ХПИ». – № 9. – Т. 8. – С.143-151. 13. Калашников С.Г. Электричество. Общий курс физики. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. – 1985 – 576 с. 14. Мартыненко Ю.Г. Движение твердого тела в электрических и магнитных полях. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. – 1988. – 386 с. 15. Демирчян К.С., Солнышкин Н.И Расчет трехмерных магнитных полей методом конечных элементов // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. - 1975. - № 5. - С. 39-49. 16. Каллун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А. ANSYS в руках инженера: Практическое руководство. – М.: Едиториал УРСС. – 2003. – 272 с. 17. Сильвестер П., Феррари Р. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков. -М.: Мир, 1986. - 229 с. 18. Сливинская А.С. Электромагниты и постоянные магниты. - М. - 1972. - 248 с. 19. Смірнов М.М., Мартиненко Г.Ю., Бабенко І.М. Про необхідність урахування деяких параметрів магнитопровода при побудові математичної моделі ротора на керованих електромагнітних підшипниках // Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: Анотації доповідей міжнародної науково-практичної конференції 15-16 травня 2003р. -Харків. – 730 с. – С. 124.

Поступила в редколлегию 30.06.2003