Список литературы: **1.** *Артоболевский И.И., Черкудинов С.А.* Синтез плоских механизмов. – М.: Гос. изд-во Физ. мат. лит-ры, 1959. – 1084 с. **2.** *Шаумян Г.А.* Основы теории проектирования станков-автоматов и автоматических линий. – М.: Машгиз, 1949.

Поступила в редколлегию 03.05.2006

УДК 539.3

И.Д.БРЕСЛАВСКИЙ, ХНУ им. В.Н.Каразина;
К.В.АВРАМОВ докт.техн.наук**,** НТУ «ХПИ»

УСТОЙЧИВОСТЬ НЕЛИНЕЙНЫХ ФОРМ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЕ С КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

У статті знайдено нормальні форми системи з кубічною нелінійністю. Для дослідження їхньої стійкості використовуються рівняння у варіаціях.

The nonlinear normal modes of the system with cubic nonlinearity are studied. The variation equations are used to study stability.

1. Введение. Нелинейная динамика механических систем с несколькими степенями свободы до сих пор остается не решенным вопросом прикладной механики. С помощью теории нелинейных нормальных форм колебаний часто удается аналитически исследовать существенно нелинейные механические системы с несколькими степенями свободы. Эта теория развивалась в работах Розенберга, Маневича, Михлина, Вакакиса [1-3].

Новизна этой статьи заключается в том, что для исследования устойчивости используется модель, полученная после подстановки нулевого приближения по малому параметру в уравнения движения, то есть так называемая псевдоавтономная динамическая система.

2. Формулировка задачи. Рассмотрим механическую систему с двумя степенями свободы, представленную на рис. 1. Движение системы описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} &\ddot{x}_1 + x_1 + x_1^3 + K_1(x_1 - x_2) + K_3(x_1 - x_2)^3 = \varepsilon p(t); \\ &\ddot{x}_2 + x_2 + x_2^3 + K_1(x_2 - x_1) + K_3(x_2 - x_1)^3 = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где $p(t) = P\cos(\omega t)$. Динамическая система (1) при $\varepsilon = 0$ содержит две нелинейные формы колебаний:

$$x_2(x_1) = cx_1\,, \tag{2}$$

где $c = \pm 1$. Исследуются нелинейные формы при $\varepsilon \neq 0$. Они соответствуют вынужденным колебаниям системы. Для определения вынужденных колебаний используется схема Раушера [2]. Тогда псевдоавтономная система имеет вид:

$$\begin{aligned} &\ddot{x}_1 + x_1 + x_1^3 + K_1(x_1 - x_2) + K_3(x_1 - x_2)^3 = \varepsilon p(x_1); \\ &\ddot{x}_2 + x_2 + x_2^3 + K_1(x_2 - x_1) + K_3(x_2 - x_1)^3 = 0. \end{aligned} \tag{3}$$

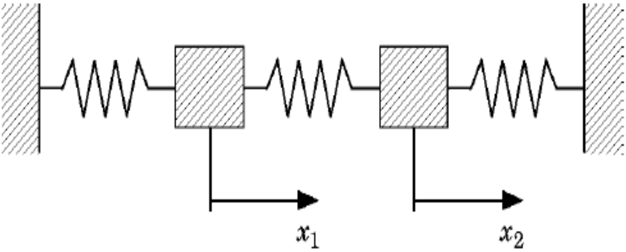

Рисунок 1 – Механическая система

В конфигурационном пространстве уравнения движения приобретают вид [2,3]:

$$\begin{aligned} &-2\hat{x}_2''\left(\frac{(x_1^2 - X_1^2)(1+K_1)}{2} + \frac{(x_1^4 - X_1^4)}{4} + \right. \\ &\left. + \int_{X_1}^{x_1}\left(K_3(\xi - \hat{x}_2(\xi))^3 - K_1\hat{x}_2(\xi) - \varepsilon p(\xi)\right)d\xi\right) - \\ &- \hat{x}_2'\left(x_1 + x_1^3 + K_1x_1 - K_1\hat{x}_2 + K_3(x_1 - \hat{x}_2)^3 - \varepsilon p(x_1)\right) + \\ &+ \hat{x}_2 + \hat{x}_2^3 - K_1\hat{x}_2 + K_3(\hat{x}_2 - x_1)^3 = 0. \end{aligned}$$

Нулевое приближение нормальной формы имеет вид

$$x_1(t) = X_1 cn(qt, k),$$

где $q^2 = 1 + K_1(1-c) + \left(1 + K_3(1-c)^3\right)X_1^2$; $k^2 = \frac{\left(1+K_3(1-c)^3\right)X_1^2}{2q^2}$; X_1 – амплитуда колебаний. Введем обозначение $\varphi = am(qt,k)$. Так как возмущающая сила удовлетворяет условию $p(\pi + \varphi) = -p(\varphi)$, ее можно представить в виде ряда Фурье:

$$p(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n+1}\cos((2n+1)\varphi).$$

Перейдем от переменной t к φ:

$$\cos(\omega t) = \cos\left(\frac{\pi F(\varphi,k)}{2K(k)}\right);$$

$$A_n = \frac{4K(k)}{\pi^2}\int_0^{\pi}\cos(\psi)\left(am\left(\frac{2K(k)}{\pi}\psi\right)n\right)dn\left(\frac{2K(k)}{\pi}\psi\right)d\psi .$$

Воспользуемся следующим рядами Фурье [4]:

$$sn\left(\frac{2K(k)\psi}{\pi}\right) = \frac{2\pi}{kK(k)}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi\frac{K'}{K}}}{1-e^{-(2n+1)\pi\frac{K'}{K}}}\sin((2n+1)\psi),$$

$$sn^3\left(\frac{2K(k)\psi}{\pi}\right) =$$

$$= \frac{\pi}{4K^3k^3}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi\frac{K'}{K}}\left(4K^2(1+k^2)-\pi^2(2n-1)^2\right)}{1-e^{-(2n+1)\pi\frac{K'}{K}}}\sin((2n+1)\psi).$$

Тогда

$$A_1 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}\sin(\psi)sn\left(\frac{2K(k)\psi}{\pi}\right)d\psi = \frac{\pi}{kK(k)sh\left(\frac{\pi K'(k)}{2K(k)}\right)}.$$

$$A_3 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}sn\left(\frac{2K(k)\psi}{\pi}\right)\sin(\psi)d\psi - \frac{8}{3\pi}\int_0^{\pi}sn^3\left(\frac{2K(k)\psi}{\pi}\right)\sin(\psi)d\psi =$$

$$= \frac{\pi\left(2K^2(k)(k^2-2)+\pi^2\right)}{6k^3K^3(k)sh\left(\frac{\pi K'(k)}{2K(k)}\right)}.$$

Нормальные формы представляются так:

$$x_2(x_1) = (c+\varepsilon a_1)x_1 + \varepsilon a_3 x_1^3 + \varepsilon a_5 x_1^5 + \cdots . \qquad (5)$$

Применяя классическую процедуру метода нелинейных нормальных форм [3], получены коэффициенты нелинейной нормальной формы. На рис. 2 представлены амплитудно-частотные характеристики рассматриваемой системы.

3. Анализ устойчивости движений по Ляпунову. Так как $x_1(t) = X_1 cn(qt,k)$, то x_1/X_1 представим в виде ряда по $\cos((2n-1)\omega t)$; $n \in N$. Амплитуды гармоник при n = 2,3,… малы. Приближенно можно считать

$$\frac{x_1}{X_1} = \frac{\pi}{kK(k)ch\left(-\pi\frac{K'(k)}{2K(k)}\right)}\cos(\omega t).$$

Тогда возмущающая сила может быть представлена так $p(x_1) = \frac{P(X_1)}{X_1}x_1$, где $P(X_1) = kK(k)ch\left(-\pi\dfrac{K'(k)}{2K(k)}\right)\pi^{-1}.$

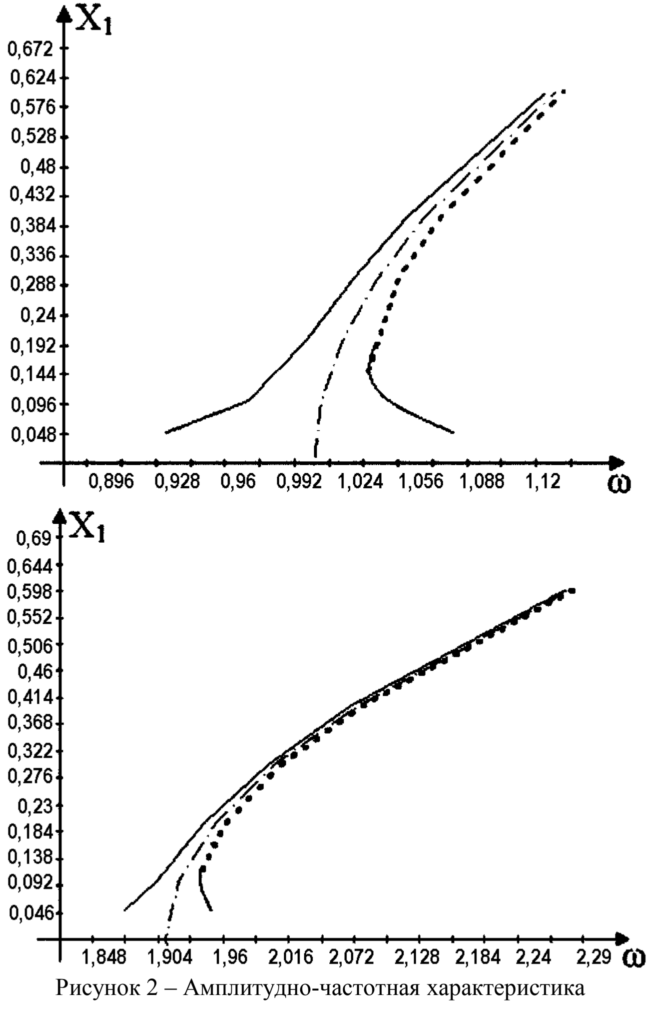

Рисунок 2 – Амплитудно-частотная характеристика

Для дальнейшего анализа устойчивости систему (1) представим в векторной форме:

$$\dot{u} = f(u,t),$$

где $u \in R^4$. К переменной u добавим малое возмущение $\xi(t)$. Эволюция с течением времени малых возмущений описывается уравнениями в вариациях:

$$\dot{\xi} = \frac{\partial f(u,t)}{\partial u}\xi . \qquad (6)$$

Для оценки устойчивости по Ляпунову рассчитывалась фундаментальная матрица $X(t)$, которая является решением системы (6) с начальными условиями $X(0) = E$. Решение фундаментальной матрице в момент времени T является матрицей монодромии. По собственным значениям матрицы монодромии делается вывод об устойчивости колебаний $u(t)$. Если собственные значения по модулю меньше 1, то решение устойчиво по Ляпунову. Если хотя бы один мультипликатор больше 1, то решение неустойчиво.

Список литературы: **1.** *Rosenberg R. M., Hsu C.S.* On the geometrisation of normal vibrations of nonlinear systems having many degree of freedom // Тр. Междунар. симпозиума по нелин. колебаниям. – Киев, 1961. – С. 380-416. **2**. *Маневич Л. И., Михлин Ю.В., Пилипчук В.Н.* Метод нормальных колебаний для существенно нелинейных систем. – М: Наука, 1989. – 280 с. **3**. *Vakakis A., Manevich L.I., Mikhlin Yu.V., Pilipchuk V.N., Zevin A.A.* Normal modes and localization in nonlinear systems. − New York: Wiley Interscience, 1996. − 780 p. **4**. *K.V.Avramov, Yu.V.Mikhlin* Snap – through truss as an absorber of forced oscillations // Journal of Sound and Vibration. – 290 (2006). – P. 705-722.

Поступила в редколлегию 28.03.2006

УДК 669.018

О.О.БРЕСЛАВСЬКА, канд. техн. наук;
Ю.О.ІЩУК, канд. техн. наук; НТУ «ХПІ»

РОЗРАХУНКИ ТА ПРОЕКТУВАННЯ МАШИНОБУДІВНИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗА ДОПОМОГОЮ ІНТЕРНЕТ-САЙТУ «МАРОЧНИК СТАЛЕЙ І СПЛАВІВ»

Стаття присвячена методиці використання спеціалізованого Інтернет-сайту, призначеного для організації, зберігання, швидкого доступу та обробки даних про властивості металевих конструкційних матеріалів, у задачах розрахунку і проектування машинобудівних конструкцій.

The paper is devoted to the procedure of using the specialized Internet-site made for organization, saving, quick access and data processing of metal properties in the design and calculation of engineering structures.

Постановка проблеми. Є добре відомим, що специфіка проектно-конструкторських та розрахункових робіт у машинобудуванні дуже тісно пов’язана з необхідністю обробки та аналізу великої кількості експериментальних даних щодо фізичних, механічних, технологічних властивостей конструкційних матеріалів та їхнього хімічного складу. У теперішній час ці дані зосереджені у великій кількості довідників, виданих у різний час та, на жаль,