УДК 681.518.54

Р. П. МИГУЩЕНКО, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПІ»

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ СИСТЕМАТИЧНИХ ПОХИБОК ВИМІРЮВАННЯ НА РИЗИКИ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ДІАГНОСТИКИ

У даній статті розглянуті і проаналізовані ймовірнісні моделі вимірювальних перетворень та визначені умови багатомірної корекції зміщень в оцінках коефіцієнтів лінійної вирішувальної функції за рахунок планування багатомірного метрологічного експеримента при первинних вимірюваннях складових вхідного вектора вимірювальних величин в робочому режимі функціонування ІВС функціональної діагностики та доведено, що корекція ймовірностей помилок діагностики реалізується правильним вибором складових похибок

Ключові слова: ймовірність помилки, дисперсія, вірогідність, похибка, контроль

Вступ. В будь-яких інформаційно-вимірювальних системах (ІВС) контролю, діагностики та ідентифікації, які здійснюють перетворення первинної вимірювальної багатомірної інформації в інформацію вторинну одномірну, що представлена логічними рішеннями, ефективність останніх залежить від ступеню адекватності математичних моделей інформаційних перетворень змінам фізичних властивостей об’єкта вібродіагностики. Ступінь такої адекватності залежить від забезпечення заданої точності оцінювання коефіцієнтів математичної моделі інформаційно-логічного перетворення результатів первинних вимірювань у вторинні статистичні рішення.

Відомо, що певна неадвактність математичної моделі параметричного контролю, включаючи зміщення коефіцієнтів цієї моделі, може бути скомпенсована за рахунок вибору співвідношення між адитивними і мультиплікативними складовими похибок первинних засобів вимірювального контролю [1]. Проте така компенсація можлива в одновимірному варіанті, при лінійних вимірювальних перетвореннях.

Аналіз літератури. Відомо багато математичних моделей прийняття рішень у ході функціональної діагностики, особливо у випадках неповної інформації про коефіцієнти вирішувальної функції [2, 3]. Проте у всіх випадках використовуються моделі коефіцієнтів у формі інтервальних оцінок з використанням лише рівня значущості. Такий підхід не вирішує повністю задачу зниження невизначеності через параметричну неадекватність вирішувальної функції реальним фізичним властивостям технічної діагностики.

Мета статті полягає у визначені метрологічних умов повної компенсації складових ймовірності ризиків діагностики як першого так і другого роду, зумовлених параметричною неадекватністю моделі діагностки.

Дослідження впливу систематичних похибок вимірювання на ризики функціональної діагностики. Відомо [4], що для лінійної параметричної моделі функціональної діагностики імовірності похибок (ризики) діагностики, які визначаються за рівнянням

$$\alpha = \beta = 1 - \Phi\left(\delta/2\right), \tag{1}$$

де $\Phi(\bullet)$ – інтеграл ймовірності;

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{m_i^{(0)} - m_i^{(1)}}{\sigma_i}\right)^2}; \tag{2}$$

$m_i^{(0)}$, $m_i^{(1)}$ – оцінки умовних середніх для i -тої складової x_i вектора $\bar{X}$ вхідних сигналів ІВС, $i = \overline{1, n}$;

σ_i^2 – оцінка дисперсії x_i

відповідають умовам:

а) незміщенності коефіцієнтів $m_i^{(0)}$, $m_i^{(1)}$, σ_i $(i = \overline{1, n})$;

б) відсутністю адитивних і мультиплікативних систематичних похибок вимірювання складових $x_1, \dots x_n$ вектора $\bar{X}$ вхідних сигналів ІВС функціональної діагностики.

Будемо розглядати вирішувальну функцію [5]

$$g(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(m_i^{(0)} - m_i^{(1)}\right)}{\sigma_i^2}\left[x_i - \frac{\left(m_i^{(0)} + m_i^{(1)}\right)}{2}\right] \tag{3}$$

як композицію лінійних вимірювальних перетворень

$$\xi = \sum_{i=1}^{n}\left(A_i + B_i \cdot x_i\right), \tag{4}$$

де $A_i = -\left[\left(m_i^{(0)\,2}\right) - \left(m_i^{(1)\,2}\right)\right]\left(2\sigma_i^2\right)^{-1}$;

$B_i = \left(m_i^{(0)} - m_i^{(1)}\right)\sigma_i^2$.

Якщо $f(\xi|S_0)$, $f(\xi|S_1)$ – умовні щільності розподілення вимірювальних, по моделі (4), значень ξ вирішувальної функції (3), то ризики діагностики α і β визначаються, у загальному випадку, рівняннями:

$$\begin{cases} \alpha = \int\limits_{-\infty}^{0} f(\xi|S_0)d\xi; \\ \beta = \int\limits_{0}^{\infty} f(\xi|S_1)d\xi. \end{cases}.$$

При виконанні умов а) та б) і нормальному законі розподілення вектора $\overline{X}$, номінальні ризики α_0 і β_0 – однакові і розраховуються з використанням інтеграла ймовірності (вираз (2)), оскільки однакові дисперсії величини ξ для станів S_0 і S_1, а умовні щільності $f(\xi|S_0)$, $f(\xi|S_1)$ – нормальні і зміщені відносно нуля (див. рис. 1).

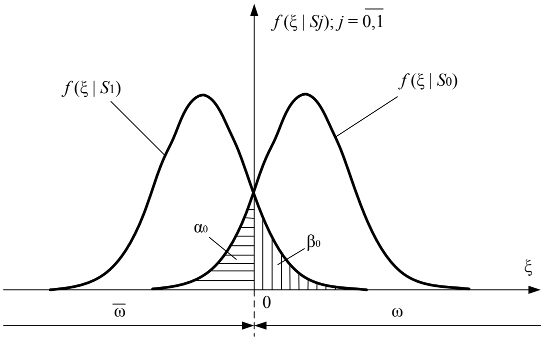


Рис. 1 – Графічна модель визначення ризиків діагностики (лінійна вирішувальна функція)

Використовуємо допустиму ω і критичну $\overline{\omega}$ області для визначення якісних змін ризиків α і β при невиконанні умов а) та б).

Введемо поняття номінального ξ_0 і фактичного ξ вимірювальних лінійних перетворень на основі моделі (4), причому перетворення ξ_0 відповідає виконанню умов а) і б). Тоді порушення перерахованих умов визначає перетворення ξ як функцію:

$$\xi = \xi_0 + \sum_{i=1}^{n}(\Delta A_i) + \sum_{i=1}^{n}(\Delta B_i)(x_i + \Delta x_i) + \sum_{i=1}^{n} B_i(\Delta x_i),$$

де ΔA_i, ΔB_i – зміщення коефіцієнтів моделі (4);

Δx_i, $i = \overline{1, n}$ – абсолютні похибки складових $x_1, \ldots x_n$.

Так як коефіцієнти моделі (4) – це параметри зсуву (коефіцієнти A_i) і масштабу (коефіцієнти B_i), то є сенс пронормувати модель (4) задавши:

$$\begin{cases} A_1 = A_2 = \ldots = A_n = 0; \\ B_1 = B_2 = \ldots = B_n = 1. \end{cases} \tag{5}$$

Позначимо формально нижню ξ_H і верхню ξ_B границі області ω_0. Тоді рішення γ_0 та γ_1 відповідають правилам:

$$\begin{cases} \gamma_0 : \text{якщо}\, \xi \in (\xi_H, \xi_B]; \\ \gamma_1 : \text{якщо}\, \xi \notin (\xi_H, \xi_B]. \end{cases}$$

З умов (5) слідує, що

$$\xi_0 = \sum_{i=1}^{n} x_i ; \tag{6}$$

$$\xi = \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} (\Delta A_i) + \sum_{i=1}^{n} \Delta B_i x_i + \sum_{i=1}^{n} \Delta B_i \Delta x_i . \tag{7}$$

З останнього виразу слідує, що

$$\xi = \xi_0 + \Delta\xi , \tag{8}$$

де $$\Delta\xi = \sum_{i=1}^{n} (\Delta A_i) + \sum_{i=1}^{n} \Delta B_i x_i + \sum_{i=1}^{n} \Delta B_i \Delta x_i . \tag{9}$$

Зміщення $\Delta\xi$ вирішувальної функції (1) максимальне коли всі окремі зміщення ΔA_i, ΔB_i, Δx_i мають однакові знаки і дорівнюють осередненим (по n) зміщенням:

$$\begin{cases} \Delta A_1 = \ldots = \Delta A_n = \Delta A; \\ \Delta B_1 = \ldots = \Delta B_n = \Delta B; \\ \Delta x_1 = \ldots = \Delta x_n = \Delta x. \end{cases} \tag{10}$$

З врахуванням виразів (8) – (10) реальна (фактична) вирішувальна функція (7) має вигляд:

$$\xi = n \cdot \Delta A + \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right) (1 + \Delta B) + n \cdot \Delta B \cdot \Delta x . \tag{11}$$

Рішення γ_0 будемо приймати, коли

$$\xi_H < \xi < \xi_B . \tag{12}$$

Підставимо з (11) значення ξ в нерівність (12) і перетворимо останню відносно суми результатів вимірювальних значень складових вектора $\overline{X}$:

$$\xi_H - \xi_H \frac{\Delta B}{(1+\Delta B)} - \frac{n(\Delta A + \Delta B \cdot \Delta x)}{(1+\Delta B)} < \sum_{i=1}^{n} x_i < \xi_B - \xi_B \frac{\Delta B}{(1+\Delta B)} - \frac{n(\Delta A + \Delta B \cdot \Delta x)}{(1+\Delta B)}.$$

Цю нерівність можна представити в більш простому вигляді, якщо ввести позначення $\Delta\xi_H$, $\Delta\xi_B$ для зміщень границь інтервала допуску ω_0:

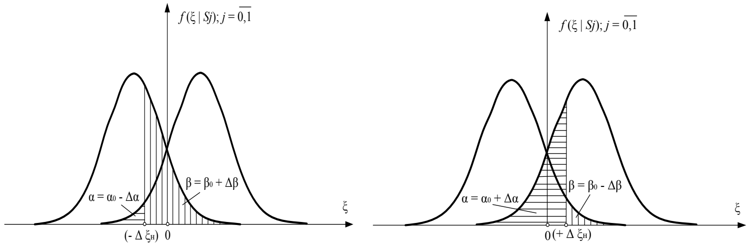
$$\xi_H - \Delta\xi_H < \sum_{i=1}^{n} x_i < \xi_B - \Delta\xi_B ,$$

де $$\begin{cases} \Delta\xi_H = \xi_H \dfrac{\Delta B}{(1+\Delta B)} - \dfrac{n(\Delta A + \Delta B \cdot \Delta x)}{(1+\Delta B)}; \\ \Delta\xi_B = \xi_B \dfrac{\Delta B}{(1+\Delta B)} - \dfrac{n(\Delta A + \Delta B \cdot \Delta x)}{(1+\Delta B)}. \end{cases}$$

Оскільки $\xi_H = 0$, $\xi_B = \infty$, а $\sum_{i=1}^{n} x_i$ – це модель (з (6)) номінального перетворення ξ_0 вимірювальних значень $x_1, \dots x_n$ (без врахування фактичних зміщень $\Delta\xi_H$, $\Delta\xi_B$, які визначаються неточністю виміру як вектора $\overline{X}$, так і коефіцієнтів вирішувальної функції (1)), то рішення γ_0 і γ_1 будуть відповідати фактичним результатам діагностики:

$$\begin{cases} \gamma_0 : \text{якщо}\, \xi_0 > -\dfrac{n\left(\Delta A + \Delta B \cdot \Delta x\right)}{(1+\Delta B)}; \\ \gamma_1 : \text{якщо}\, \xi_0 \le -\dfrac{n\left(\Delta A + \Delta B \cdot \Delta x\right)}{(1+\Delta B)} \end{cases} \qquad (13)$$

Права частина нерівностей (13) це $\Delta\xi_H$ при $\xi_H = 0$. На рис.2, а-б, графічно показано появу різнознакових приростів $\Delta\alpha$ і $\Delta\beta$ у ризиків діагностики α і β при $\Delta\xi_H \ne 0$, де (α_0 і β_0 – номінальні ризики).



а б

Рис. 2 – Графічні моделі появи додаткових ризиків діагностики.
а – умова $\Delta\xi_H > 0$; б – $\Delta\xi_H < 0$

З рис. 2, а, б слідує, що при будь-яких знаках прирощень $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$

$$\alpha + \beta > \alpha_0 + \beta_0,$$

що вказує на обов’язкове зниження вірогідності діагностики, якщо $\Delta\xi_H \neq 0$.

Якщо розглядати границі $\xi_H = \infty$ і $\xi_B = 0$ критичної області $\overline{\omega}$, то отриманий висновок можна розповсюдити і на випадок коли $\Delta\xi_B \neq 0$.

В табл. 1 представлені варіанти впливу на ризики α і β систематичних похибок оцінювання коефіцієнтів лінійної вирішувальної функції на етапі навчання системи діагностики і систематичних похибок вимірювання вхідних сигналів ІВС діагностики (порушення правила б)).

Таблиця 1 – Вплив фактора «Метрологічні порушення» на ризики діагностики ($\gamma = \left|\Delta A / \Delta B\right|$)

Δx	ΔA	ΔB	Знак $\Delta\xi_H$	Знак $\Delta\alpha$	Знак $\Delta\beta$	Вірогідність діагностики
$\Delta x = 0$	$\Delta A > 0$	$\Delta B > 0$	-	-	+	зменшується
	$\Delta A < 0$	$\Delta B < 0$	+	+	-	
	$\Delta A > 0$	$\Delta B < 0$	-	-	+	
	$\Delta A < 0$	$\Delta B > 0$	+	+	-	
$\Delta x > \gamma$	$\Delta A > 0$	$\Delta B > 0$	-	-	+	зменшується
	$\Delta A < 0$	$\Delta B < 0$	+	+	-	
	$\Delta A > 0$	$\Delta B < 0$	+	+	-	
	$\Delta A < 0$	$\Delta B > 0$	-	-	+	

Продовження таблиці 1

$\Delta x = \gamma$	$\Delta A > 0$	$\Delta B > 0$	-	-	+	зменшується
	$\Delta A < 0$	$\Delta B < 0$	+	+	-	
	$\Delta A > 0$	$\Delta B < 0$	$\Delta\xi_H = 0$	$\Delta\alpha = 0$	$\Delta\beta = 0$	не змінюється
	$\Delta A < 0$	$\Delta B > 0$	$\Delta\xi_H = 0$	$\Delta\alpha = 0$	$\Delta\beta = 0$	
$\Delta x < \gamma$	$\Delta A > 0$	$\Delta B > 0$	-	-	+	зменшується
	$\Delta A < 0$	$\Delta B < 0$	+	+	-	
	$\Delta A > 0$	$\Delta B < 0$	-	-	+	
	$\Delta A < 0$	$\Delta B > 0$	+	+	-	

З табл. 1 видно, що при наявності зміщень в оцінках коефіцієнтів вирішувальної функції (1) вірогідність діагностики знижується, навіть якщо вимірювання складових $x_1, \ldots x_n$ вхідного вектора $\overline{X}$ виконані без систематичних і випадкових похибок ($\Delta X = 0$, $\Delta A \neq 0$, $\Delta B \neq 0$). Вірогідність не зменшується тільки в одному випадку, якщо систематична похибка вимірювання значень вектора $\overline{X}$ дорівнює γ ($\gamma = \left| \Delta A / \Delta B \right|$). Це означає, що в принципі можлива компенсація зміщень ΔA і ΔB в оцінках коефіцієнтів вирішувальної функції $g(x)$ за рахунок перерозподілу співвідношень між адитивною і мультиплікативною похибками засобів первинного вимірювального перетворення в ІВС діагностики. Цей висновок добре узгоджується з результатами аналізу сумісного впливу адитивних і мультиплікативних похибок на вірогідність контролю якості неперервного потоку промислової продукції по одній інформативній ознаці (одномірна модель прийняття статистичних рішень).

Висновки. 1. Визначені умови багатомірної корекції зміщень в оцінках коефіцієнтів лінійної вирішувальної функції за рахунок планування багатомірного метрологічного експерименту при первинних вимірюваннях складових вхідного вектора $\overline{X}$ в робочому режимі функціонування ІВС функціональної діагностики. 2. Доведено, що корекція ймовірностей помилок діагностики як першого так і другого роду може бути виконана за рахунок правильного вибору співвідношення між адитивними і мультиплікативними систематичними похибками первинних перетворювань в багатомірній функціональній діагностиці.

Список літератури: 1. *Володарський Є.Т.* Метрологічне забезпечення вимірювань і контролю: навч. посіб. / Є. Т. Володарський, В. В. Кухарчук, В. О. Поджаренко та ін. // – Вінниця: Велес, 2001. – 219 с. **2.** *Уткин Л.В.* Модель классификации на основе неполной информации о признаках в виде их средних значений / Л.В. Уткин, Ю.А. Жук, И.А. Селиховкин // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2012. –№3. С. 71 – 81. **3.** *Волченко Е.В.* О трудоемкости построения обучающих выборок и решающих правил в открытых системах распознавания // Международная конференция ИАИ-2010., КПИ, Киев, 2010. С.145 – 153. **4.** *Раудис Ш.* Табулирование зависимости ожидаемой ошибки классификации линейной дискриминантной функции от объема обучающей выборки // Сборник «Статистические проблемы управления» – Вильнюс, 1975. – Вып. 11. – С. 81 – 120. **5.** *Раудис Ш.* Ограниченность выборки в задачах классификации / Ш. Раудис // Сборник «Статистические проблемы управления» – Вильнюс, 1976. – Вып. 18. – С. 1 – 185.

Bibliography (transliterated): 1. Volodars'kyy Ye.T., Kukharchuk V.V., Podzharenko V.O. ta in. *Metrolohichne zabezpechennya vymiryuvan' i kontrolyu: navch. posib*. – Vinnytsya: Veles, 2001. – 219.Print **2.** Utkin L.V., Zhuk Ju.A., Selihovkin I.A. *Model' klassifikacii na osnove nepolnoj informacii o priznakah v vide ih srednih znachenij*. Iskusstvennyj intellekt i prinjatie reshenij. – 2012. –№3. 71 – 81.Print **3.** Volchenko E.V. *O trudoemkosti postroenija obuchajushhih vyborok i reshajushhih pravil v otkrytyh sistemah raspoznavanija*. Mezhdunarodnaja konferencija IAI-2010., KPI, Kiev, 2010. 145 – 153.Print **4.** Raudis Sh. *Tabulirovanie zavisimosti ozhidaemoj oshibki klassifikacii linejnoj diskriminantnoj funkcii ot ob#ema obuchajushhej vyborki*. Sbornik "Statisticheskie problemy upravlenija"– Vil'njus, 1975. – Vyp. 11. – 81 – 120. **5.** Raudis Sh. *Ogranichennost' vyborki v zadachah klassifikacii.* Sbornik "Statisticheskie problemy upravlenija" – Vil'njus, 1976. – Vyp. 18. S. 1– 185.Print

Надійшла (received) 05.06.2014

УДК 535.345.1, 622.23.05

Р. І. СОЛОМІЧЕВ, аспірант ДВНЗ ДонНТУ, Донецьк;
О. В. ВОВНА, канд. техн. наук, доц. ДВНЗ ДонНТУ, Донецьк;
А. А. ЗОРІ, д-р. техн. наук, проф. ДВНЗ ДонНТУ, Донецьк

РОЗРОБКА ТА ОБҐРУНТУВАННЯ СТРУКТУРИ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ КОНТРОЛЮ ВИБУХОНЕБЕЗПЕЧНИХ ПИЛО-ГАЗОВИХ СУМІШЕЙ В ШАХТНОМУ ВИРОБІТКУ

На основі проведених досліджень отримано багатопараметричний функціонал, який визначає імовірнісні характеристики критичних меж вибуховості пило-газової суміші в шахтному повітрі. Завдяки даному функціоналу розроблено структуру комп’ютеризованої ІВС контролю концентрацій вибухонебезпечних компонент рудничної атмосфери, що включає автоматичний канал вимірювання концентрації (0÷3) г/м^3 та