pravyl bezpeky u vuhil'nykh shakhtakh. Kyiv, Minpalivenergo, 2003. 480 pp. Print. **5.** Solomichev, R.I. “Dvopromenevyy sposib vymiryuvannya kontsentratsiyi i dyspersnosti pylovoho aerozolyu u vuhil'nykh shakhtakh”. *Zbirnyk tez dopovidey druhoyi naukovoyi mizhnarodnoyi konferentsiyi «Vymiryuvannya, kontrol' ta diahnostyka v tekhnichnykh systemakh» (VKDT·S–2013).* Vinnytsya: PP «Edel'veys i K», 2013.111–113. Print. **6.** Vovna, A.V. and Zori A.A. “Rozrobka ta doslidzhennya shvydkodiyuchoho vymiryuvacha kontsentratsiyi metanu invariantnoho do zapylennya rudnychnoyi atmosfery”. *Naukovi pratsi DonNTU. Seriya : "Obchyslyuval'na tekhnika ta avtomatyzatsiya".* № 22(200). Donets'k, 2012. 143–150. Print. **7.** Vovna, A.V., Zori, A.A., Korenev, V.D. and Hlamov, M.G. “Metody i sredstva analiticheskogo izmerenija koncentracii gazovyh komponent i pyli v rudnichnoj atmosfere ugol'nyh shaht”. Doneck: GVUZ «DonNTU», 2012. 260 pp. Print

Надійшла (received) 05.05.2014

УДК 534.232.082.72; 620.179.16; 620.179.17

О. Н. ПЕТРИЩЕВ, д-р техн. наук, проф., НТУУ «КПИ», Киев;
Г. М. СУЧКОВ, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»;
Е. Л. НОЗДРАЧЕВА, канд. техн. наук, доцент НТУ «ХПИ»;
М. И. РОМАНЮК, аспирант, НТУУ «КПИ», Киев

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЕМКОСТНОГО ТИПА В РЕЖИМЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В МЕТАЛЛАХ. ЧАСТЬ 1

Предложена математическая модель емкостного преобразователя для излучения ультразвуковых колебаний в металлическое изделие. Получено выражение для расчета поверхностной плотности статического электрического заряда на поверхности металлического образца. Выявлены основные влияющие факторы, определяющие плотность зарядов на поверхности изделия и, соответственно, мощность и диаграмму направленности излучаемого ультразвукового поля.

Ключевые слова: ультразвуковой контроль, емкостной преобразователь, плотность электрического заряда, электрическое поле, емкость, ультразвуковые колебания.

Введение. Внедрение энерго- и ресурсосберегающих технологий необходимо не только при производстве, но и при проведении неразрушающего контроля [1]. Разработка новых методов и средств контроля ведется практически во всех ведущих странах мира [2]. Одним из интенсивно развивающихся и внедряемых методов, позволяющий экономить энергию и материалы, является электромагнитно-акустический [3]. Однако, он имеет ряд ограничений в некоторых областях применения, в частности при контроле ферромагнитных материалов, из-за сильного притяжения преобразователя к изделию, при контроле сплавов из меди и титановых сплавов. Принципиально улучшить ситуацию возможно за счет применения емкостного метода возбуждения и приема ультразвуковых колебаний. Однако, практически реализуемая чувствительность этого метода сравнительно небольшая [4]. Поэтому перспективными для практики являются теоретические и экспериментальные разработки, направленные на увеличение чувствительности емкостного метода возбуждения и приема ультразвуковых волн в металлах. Требуется исследовать и определить влияние факторов, определяющих работу емкостных преобразователей, и показать возможные пути повышения их чувствительности.

1. Общая схема построения математической модели емкостного преобразователя в режиме возбуждения ультразвуковых волн

Рассмотрим преобразователь емкостного типа (рис. 1), в виде металлического круглого диска (позиция 1 на рис. 1), который располагается на расстоянии δ над поверхностью электропроводного образца (позиция 2). На металлический диск подается постоянный во времени электрический потенциал U_0, который формирует на поверхности ме-

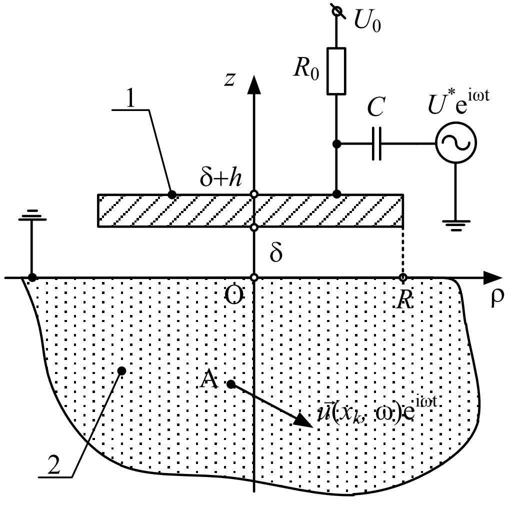

Рис. 1 – Расчетная схема электроакустического преобразователя емкостного типа в режиме возбуждения ультразвуковых волн в металлическом образце таллического образца электрический заряд с поверхностной плотностью $\sigma^0(\rho)$, где ρ, φ, z - координатные линии цилиндрической системы координат, начало которой располагается на поверхности металлического образца (в точке О), а ось z совмещена с осью симметрии диска (рис. 1). Очевидно, что электрические поля и поверхностная плотность $\sigma^0(\rho)$ наведенного электрического заряда не зависят от круговой координаты φ.

Одновременно с постоянным потенциалом U_0 на металлический диск подается изменяющейся во времени по гармоническому закону $e^{i\omega t}$ ($i = \sqrt{-1}$;ω - циклическая частота; t - время) электрический потенциал с амплитудным значением U^*. Этот потенциал создает переменное электрическое поле с напряженностью $\vec{E}^* e^{i\omega t}$ ($\vec{E}^*$ - амплитуда вектора напряженности переменного электрического поля).

Пусть выполняется неравенство $U^* << U_0$. Тогда поверхностные заряды, которые создаются переменным электрическим полем, можно не принимать в расчет. В таком случае переменное электрическое поле линейно взаимодействует со статическим электрическим зарядом, в результате чего на поверхности $z = 0$ металлического образца возникают силы Кулона с поверхностной плотностью $\sigma^*_{z\rho}(\rho,t)$ и $\sigma^*_{zz}(\rho,t)$. Причем

$$\sigma^*_{z\rho}(\rho,t) = \sigma^0(\rho) E^*_\rho(\rho,0) e^{i\omega t}, \quad \sigma^*_{zz}(\rho,t) = \sigma^0(\rho) E^*_z(\rho,0) e^{i\omega t}, \qquad (1)$$

где $E^*_\rho(\rho,0)$ и $E^*_z(\rho,0)$ - амплитудные значения радиального и аксиального компонентов вектора напряженности переменного электрического поля на поверхности $z = 0$ металлического образца.

Силы Кулона $\sigma^*_{z\rho}(\rho,t)$ и $\sigma^*_{zz}(\rho,t)$ или, используя терминологию механики деформируемого твердого тела, касательные и нормальные поверхностные нагрузки, создают в области существования постоянного и переменного электрических полей динамические деформации поверхности металлического объекта. Из области динамических деформаций избыток энергии выносится упругими волнами в объем металлического образца. Учитывая линейность физической системы и существующих в ней процессов, определим вектор смещения материальных частиц металла как гармонически изменяющуюся во времени величину с амплитудным значением $\vec{u}(x_k,\omega)$, где x_k - координаты точки наблюдения за волновым полем (произвольно выбранная точка A на рис. 1).

Амплитудные значения волнового поля смещений $\vec{u}(x_\text{k},\omega)e^{i\omega t}$ в любой точке внутри металлического образца удовлетворяют уравнению установившихся гармонических колебаний. В инвариантной относительно выбора системы координат форме это уравнение записывается следующим образом [5]

$$(\lambda + 2G)\,\text{grad}\,\text{div}\,\vec{u}(x_\text{k},\omega) - G\,\text{rot}\,\text{rot}\,\vec{u}(x_\text{k},\omega) + \rho_0\omega\,\vec{u}(x_\text{k},\omega) = 0, \quad (2)$$

где λ и G – константы Ламе для изотропного по упругим свойствам металла; ρ_0 - плотность металла.

Смещения $\vec{u}(x_\text{k},\omega)e^{i\omega t}$ материальных частиц металла, решения уравнения (2), создают в объеме металла деформации, которым противостоят силы упругости, т. е. механические напряжения $\sigma_{\beta\lambda}(x_\text{k},\omega)e^{i\omega t}$ ($\beta, \lambda = \rho$, z). На поверхности $z = 0$ металла должен выполняться третий закон Ньютона в дифференциальной форме, согласно которому должны выполняться следующие граничные условия

$$\sigma_{z\rho}(\rho,0) = \sigma^*_{z\rho}(\rho), \qquad \sigma_{zz}(\rho,0) = \sigma^*_{zz}(\rho), \quad (3)$$

где $\sigma^*_{z\rho}(\rho)$ и $\sigma^*_{zz}(\rho)$ - амплитудные значения поверхностной плотности сил Кулона (см. выражение (1)). Выполнение граничных условий (3) обеспечивает единственность решения уравнения (2).

Таким образом, электрическое воздействие $U^*e^{i\omega t}$ на входе преобразователя емкостного типа (рис. 1) формирует вектор смещения материальных частиц $\vec{u}(x_\text{k},\omega)e^{i\omega t}$ в произвольной точке *A* (рис. 1), т. е. гармонически изменяющееся во времени по закону $e^{i\omega t}$ воздействие порождает изменяющийся по тому же закону отклик. При этом становится справедливой следующая запись

$$\vec{u}(x_\text{k},\omega) = U^*\vec{W}^{\text{ч}}(x_k,\omega,\Pi), \quad (4)$$

где $\vec{W}^{\text{ч}}(x_k,\omega,\Pi)$ - векторная функция, зависящая от координат точки *A* наблюдения за волновым полем, т. е. от набора чисел $x_\text{k} \equiv \rho,\phi,z$, круговой частоты ω смены знака воздействия и набора физико-механических параметров (символ П в списке аргументов векторной функции) описываемой физической системы, т. е. преобразователя емкостного типа. Векторную функцию $\vec{W}^{ч}\left(x_k, \omega, \Pi\right)$ будем называть передаточной характеристикой емкостного преобразователя в режиме излучения ультразвуковых волн.

В соответствии с определениями академика А. Н. Тихонова [6] векторная функция $\vec{W}^{ч}\left(x_k, \omega, \Pi\right)$ имеет смысл математической модели реального объекта, т. е. в данном случае электроакустического преобразователя емкостного типа в режиме излучения ультразвуковых волн.

Из сказанного выше следует, что построение математической модели емкостного преобразователя в режиме излучения ультразвуковых волн естественным образом распадается на две, последовательно решаемые, задачи.

Первая задача – это задача электродинамики об определении сил Кулона на поверхности металлического образца.

Вторая задача – это граничная задача (2), (3) динамической теории упругости о возбуждении гармонических волн системой поверхностных нагрузок. Решение этой задачи позволит записать в явном виде выражение для расчета компонентов векторной функции $\vec{W}^{ч}\left(x_k, \omega, \Pi\right)$, т. е. завершает построение математической модели преобразователя емкостного типа в режиме возбуждения.

2. Определение поверхностной плотности $\sigma^0(\rho)$ статического электрического заряда на поверхности металлического образца

Электростатическое поле, которое создается электрически заряженным диском в окружающем его воздушном пространстве, можно описать с помощью скалярного осесимметричного электрического потенциала $\Phi^0(\rho, z)$, где ρ и z - радиальная и аксиальная координаты цилиндрической системы координат ρ, φ, z (рис. 1). Скалярный потенциал $\Phi^0(\rho, z)$ удовлетворяет уравнению Пуассона [7]

$$\nabla^2 \Phi^0\left(\rho, z\right) = -\rho_e / \chi_0 , \qquad (5)$$

где ρ_e - объемная плотность статического электрического заряда в металлическом диске; $\chi_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *Ф/м* - диэлектрическая проницаемость окружающего диск пространства.

Будем считать, что статический электрический заряд в объеме диска $V = \pi R^2 h$ (R - радиус диска, h - его толщина) распределен равномерно и поэтому

$$\rho_e = \frac{C_0 U_0}{\pi R^2 h} f(\rho) f(z), \qquad (6)$$

где $C_0 \approx \pi R^2 \chi_0 / \delta$ - статическая электрическая емкость диска над поверхностью металлического изделия. Металлический образец для упрощения последующих выкладок заменим полупространством $z \le 0$ с изотропной удельной электрической проводимостью r с размерностью См/м и магнитной проницаемостью μ (размерность – Гн/м). Функции $f(\rho)$ и $f(z)$ задаются следующим образом

$$f(\rho) = \begin{cases} 1 \forall \rho \in [0, R], \\ 0 \forall \rho \notin [0, R], \end{cases} \qquad f(z) = \begin{cases} 1 \forall z \in [\delta, \delta + h], \\ 0 \forall z \notin [\delta, \delta + h]. \end{cases} \qquad (7)$$

Так как в статической ситуации электрический ток по поверхности $z = 0$ не протекает, то радиальный компонент $E_\rho^0(\rho, z) = -\partial \Phi^0(\rho, z) / \partial \rho$ вектора напряженности статического электрического поля на поверхности металла должен быть равен нулю. В противном случае по поверхности металла протекал бы электрический ток с поверхностной плотностью $j_\rho^0(\rho) = r E_\rho^0(\rho, 0)$ и статический заряд в этом случае был бы равен нулю. Таким образом, решение уравнения (5) на границе $z = 0$ должно удовлетворять следующему условию

$$\left. \frac{\partial \Phi^0(\rho, z)}{\partial \rho} \right|_{z=0} = 0. \qquad (8)$$

Помимо этого, скалярный потенциал $\Phi^0(\rho, z)$ и его первые производные $\partial \Phi^0(\rho, z) / \partial \rho$ и $\partial \Phi^0(\rho, z) / \partial z$ должны удовлетворять условию физической реализуемости источника поля, т. е. удовлетворять следующим предельным условиям

$$\lim_{L \to \infty} \left\{ \Phi^0(\rho, z), \frac{\partial \Phi^0(\rho, z)}{\partial \rho}, \frac{\partial \Phi^0(\rho, z)}{\partial z} \right\} = 0, \qquad (9)$$

где $L = \sqrt{\rho^2 + z^2}$ - расстояние от металлического диска.

Физический смысл условия (9) очевиден – источник конечной мощности создает электрическое поле, потенциал которого и компоненты вектора напряженности обращаются в нуль при бесконечном удалении от него.

Развернутая форма записи уравнения (5) имеет следующий вид

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\rho\frac{\partial\Phi^0(\rho,z)}{\partial\rho}\right] + \frac{\partial^2\Phi^0(\rho,z)}{\partial z^2} = -\frac{\rho_e}{\chi_0}. \quad (10)$$

Предельное условие (9) позволяет применить для решения уравнения (10) интегральное преобразование Ханкеля [3] с ядром $J_0(\gamma\rho)$ ($J_0(x)$ - функция Бесселя нулевого порядка; γ - параметр интегрального преобразования – действительное число).

Прямое преобразование Ханкеля определяется следующим соотношением [8]

$$\Phi^0(\gamma,z) = \int_0^\infty \rho\Phi^0(\rho,z)J_0(\gamma\rho)d\rho, \quad (11)$$

где $\Phi^0(\gamma, z)$ - интегральный образ по Ханкелю или просто образ функции (оригинала) $\Phi^0(\rho, z)$. Прямому преобразованию Ханкеля (11) соответствует обратное преобразование, которое определяется следующим выражением

$$\Phi^0(\rho,z) = \int_0^\infty \gamma\Phi^0(\gamma,z)J_0(\gamma\rho)d\gamma, \quad (12)$$

Интегрируя дважды по частям и принимая при этом во внимание предельное условие (9), можно показать, что

$$\int_0^\infty \rho\left\{\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\rho\frac{\partial\Phi^0(\rho,z)}{\partial\rho}\right]\right\}J_0(\gamma\rho)d\rho = -\gamma^2\Phi^0(\gamma,z). \quad (13)$$

Воздействуя на левую и правую части уравнения (10) интегральным преобразованием (11) получаем, с учетом соотношения (13), следующее уравнение для интегрального образа $\Phi^0(\gamma, z)$ скалярного потенциала

$$\frac{d^2\Phi^0(\gamma,z)}{dz^2} - \gamma^2\Phi^0(\gamma,z) = -\frac{\rho_e(\gamma)}{\chi_0} f(z), \tag{14}$$

где $\rho_e = \dfrac{C_0 U_0}{\pi h}\dfrac{J_1(\gamma R)}{\gamma R}$ - интегральный образ объемной плотности электрического заряда металлического диска (J_1 (x) - функция Бесселя первого порядка). Общее решение обыкновенного дифференциального уравнения (14) известно

$$\Phi^0(\gamma,z) = \left[\mathrm{A} + \mathrm{A}(z)\right]\mathrm{e}^{\gamma z} + \left[\mathrm{B} + \mathrm{B}(z)\right]\mathrm{e}^{-\gamma z}, \tag{15}$$

где A, B - константы; A (z) и B (z) - варьируемые константы, которые удовлетворяют условию минимума вычислений, т. е.

$$\mathrm{A}'(z)\mathrm{e}^{\gamma z} + \mathrm{B}'(z)\mathrm{e}^{-\gamma z} = 0, \tag{16}$$

где штрих означает первую производную по переменной z.

Подстановка общего решения (15) в уравнение (14) после вычисления производных с учетом условия (16), дает следующий результат

$$\gamma\mathrm{A}'(z)\mathrm{e}^{\gamma z} - \gamma\mathrm{B}'(z)\mathrm{e}^{-\gamma z} = -\frac{\rho_e(\gamma)}{\chi_0} f(z). \tag{17}$$

Условие (16) и уравнение (17) образуют алгебраическую систему уравнений, которая единственным образом разрешается относительно производных варьируемых констант A (z) и B (z). Интегрируя найденные производные по переменной z, получаем

$$\mathrm{A}(z) = -\frac{1}{2\gamma\chi_0}\int_0^{z\le\delta+h} \rho_e(\gamma) f(x)\mathrm{e}^{-\gamma x}dx = -\frac{C_0 U_0}{2\pi\gamma h\chi_0}\frac{J_1(\gamma R)}{\gamma R}\int_\delta^{z\le\delta+h} \mathrm{e}^{-\gamma x}dx,$$

$$\mathrm{B}(z) = \frac{1}{2\gamma\chi_0}\int_0^{z\le\delta+h} \rho_e(\gamma) f(x)\mathrm{e}^{\gamma x}dx = \frac{C_0 U_0}{2\pi\gamma h\chi_0}\frac{J_1(\gamma R)}{\gamma R}\int_\delta^{z\le\delta+h} \mathrm{e}^{\gamma x}dx. \tag{18}$$

При неограниченном возрастании аксиальной координаты z первое слагаемое в общем решении (15) стремится к бесконечности и тем самым нарушается предельное условие (9). Во избежание противоречий, необходимо и достаточно положить, что

$$\mathrm{A} = -\mathrm{A}(\delta + h) = \frac{C_0 U_0}{2\pi\gamma\chi_0} W(\gamma), \tag{19}$$

где $W(\gamma) = \mathrm{e}^{-\gamma\delta} \dfrac{\left(1 - \mathrm{e}^{-\gamma h}\right)}{\gamma h} \dfrac{J_1(\gamma R)}{\gamma R}$ - функция, которая учитывает влияние геометрических параметров емкостного преобразователя на характер распределения электрического поля в окружающем пространстве. Таким образом

$$\Phi^0(\gamma, z) = \left[\frac{C_0 U_0}{2\pi\gamma\chi_0} W(\gamma) + \mathrm{A}(z)\right]\mathrm{e}^{\gamma z} + \left[\mathrm{B} + \mathrm{B}(z)\right]\mathrm{e}^{-\gamma z}. \tag{20}$$

Из определений (18) следует, что при $z < \delta$, т. е. в области под металлическим диском варьируемые коэффициенты $\mathrm{A}(z) = \mathrm{B}(z) = 0$ и выражение (20) принимает следующий вид

$$\Phi^0(\gamma, z) = \frac{C_0 U_0}{2\pi\gamma\chi_0} W(\gamma)\mathrm{e}^{\gamma z} + B\mathrm{e}^{-\gamma z}, \quad 0 \le z \le \delta. \tag{21}$$

Определим интегральный образ радиального компонента $E_\rho^0(\rho, z)$ вектора напряженности статического электрического поля следующим образом

$$E_\rho^0(\gamma, z) = \int_0^\infty \rho E_\rho^0(\rho, z) J_1(\gamma\rho)\, d\rho. \tag{22}$$

Подставляя в определение (22) вместо символа $E_\rho^0(\rho, z)$ первую производную от электрического потенциала ($E_\rho^0(\rho, z) = -\partial\Phi^0(\rho, z)/\partial\rho$), после интегрирования по частям получаем следующий результат

$$E_\rho^0(\gamma,z)=\gamma\int_0^\infty \rho\Phi^0(\rho,z)J_0(\gamma\rho)d\rho=\gamma\Phi^0(\gamma,z). \qquad (23)$$

Из граничных условий (8) следует, что константа $B=-C_0U_0W(\gamma)/(2\pi\gamma\chi_0)$. После этого выражение для расчета интегрального образа скалярного потенциала в области $0\le z\le\delta$ принимает следующий вид

$$\Phi^0(\gamma,z)=\frac{C_0U_0}{\pi\gamma\chi_0}W(\gamma)\,sh(\gamma z), \quad 0\le z\le\delta. \qquad (24)$$

Аксиальный компонент $E_z^0(\rho,z)=-\partial\Phi^0(\rho,z)/\partial z$ вектора напряженности электростатического поля имеет интегральный образ $E_z^0(\gamma,z)=-\partial\Phi^0(\gamma,z)/\partial z$, т. е.

$$E_z^0(\gamma,z)=-\frac{C_0U_0}{\pi\chi_0}W(\gamma)ch(\gamma z), \quad 0\le z\le\delta. \qquad (25)$$

Из теории электрических явлений известно [8], что поверхностная плотность электрического заряда на поверхности $z=0$, разделяющей металл и вакуум, определяется следующим образом

$$\sigma^0(\rho)=\chi_0E_z^0(\rho,0). \qquad (26)$$

Воздействуя на левую и правую части соотношения (26) интегральным преобразование (11), получаем

$$\sigma^0(\gamma)=\chi_0E_z^0(\gamma,0)=-\frac{C_0U_0}{\pi}W(\gamma). \qquad (27)$$

Подвергая соотношение (27) обратному преобразованию Ханкеля (12), получаем выражение для расчета поверхностной плотности статического электрического заряда на поверхности металлического образца

$$\sigma^0(\rho)=-\frac{C_0U_0}{\pi}\int_0^\infty \gamma W(\gamma)J_0(\gamma\rho)\,d\gamma. \qquad (28)$$

Интеграл (28) определяется численно. Особенностью вычисления интеграла (28) является то, что верхний предел интегрирования является бесконечно большим. В реальном машинном счете верхний предел интегрирования должен быть конечной величиной. Очевидно, что, в первом приближении, такой величиной должно быть действительное число γ_{max}, начиная с которого выполняется неравенство $\gamma W(\gamma)<\varepsilon\,\forall\gamma>\gamma_{max}$, где ε - наперед заданное малое число. Поскольку сомножитель $\left|J_0\left(\gamma\rho\right)\right| \le 1$, то в записанном выше неравенстве было использовано максимальное значение функции Бесселя нулевого порядка, т. е. единица.

На рис. 2 показано изменение фрагмента подынтегрального выражения $xW(x)$ в зависимости от безразмерного параметра интегрального преобразования $x = \gamma R$, где R - радиус металлического диска. При этом функция $W(x)$ рассчитывается по формуле

$$W\left(x\right) = \mathrm{e}^{-x\delta/R} \frac{\left(1 - e^{-xh/R}\right)}{\left(x h/R\right)} \frac{J_1\left(x\right)}{x} .$$

По оси ординат на рис. 2 отложены значения модуля функции $xW(x)$, по оси абсцисс – безразмерный параметр интегрального преобразования x.

На рис. 2*а* показаны графики функции $xW(x)$ для фиксированного значения δ / R = 0,04 и варьируемых значений безразмерной толщины диска h / R. Значения h / R проставлены в поле рисунка возле соответствующих кривых. На рис. 2*б* показаны значения модуля функции $xW(x)$ для фиксированного значения h / R = 0,2 и варьируемых значений относительного неконтакта δ / R, которые проставлены в поле рисунка возле соответствующих кривых.

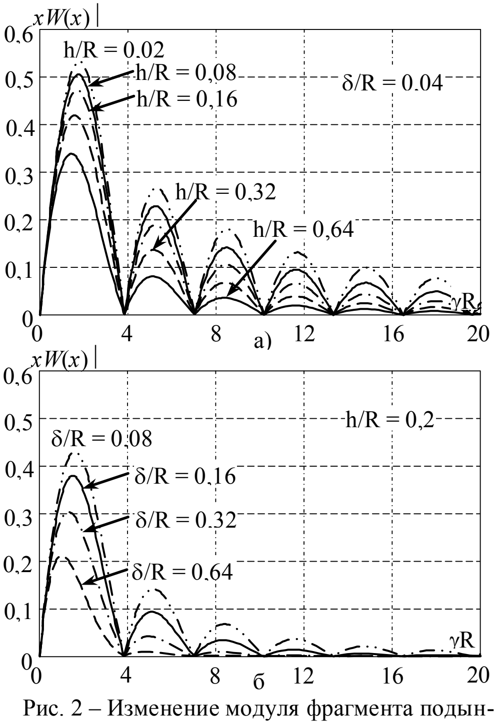

Рис. 2 – Изменение модуля фрагмента подынтегрального выражения (28)

Из представленных на рис. 2 результатов следует, что при $x > 20$ произведение $xW(x) < 0{,}02$ для произвольных (не нулевых) значений δ / R и h / R. Если учесть то, что при ρ / $R > 0$ функция Бесселя $J_0\left(x\rho/R\right) < 1$, то можно утверждать, что основной вклад в интеграл (28) осуществляют значения подынтегральной функции на интервале интегрирования $0 \le x \le 20$.

Таким образом, при выполнении вычислений значения интеграла (28) вместо бесконечного предела интегрирования можно подставить любое безразмерное число $x_{\max} > 20$.

На рис. 3 показаны результаты вычисления поверхностной плотности $\sigma^0(\rho)$ статического электрического заряда по формуле (28), которая в терминах безразмерного параметра x записывается следующим образом

$$\sigma^0\left(\rho/R\right) = -\frac{C_0 U_0}{\pi R^2} \int_0^{x_{\max}} x W\left(x\right) J_0\left(x\rho/R\right) dx .$$

При выполнении расчетов статическая электрическая емкость C_0 рассчитывалась по приближенной формуле $C_0 = \pi R^2 \chi_0 / \delta$, которая дает несколько заниженную оценку реального значения этой величины. Для отображения результатов счета в абсолютных величинах были приняты следующие значения параметров: $U_0 = 100$ В и $R = 5$ мм. При вычислении интеграла верхний предел интегрирования был принят равным $x_{\max} > 40$. Интервал интегрирования был разделен на 400 отрезков. По оси ординат на рис. 3 отложены значения $\sigma^0(\rho)$ в микрокулонах, деленных на метр квадратный взятые с обратным знаком. По оси абсцисс отсчитываются безразмерные расстояния ρ / R от центра металлического диска. Варьируемым параметром семейства кривых, которые показаны на рис. 3, является величина безразмерного неконтакта δ / R, числовые значения которого проставлены в поле рисунка возле соответствующих кривых.

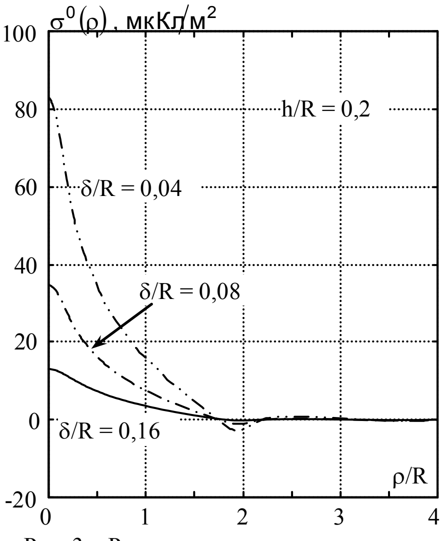

Рис. 3 – Распределение электростатического заряда на поверхности металлического полупространства

Выводы. 1. Предложена математическая модель преобразователя емкостного типа в режиме возбуждения ультразвуковых волн в металлах.

2. Построено замкнутое решение задачи электростатики для кусочно-однородной среды, в которой полупространство $z < 0$ заполнено металлом с конечными значениями электрической проводимости и магнитной проницаемости. Получено выражение для расчета поверхностной плотности статического электрического заряда на поверхности металлического образца.

3. Показано, что основными влияющими факторами определяющими плотность зарядов в поверхностном слое металла (а, следовательно, мощность и диаграмму направленности возбуждаемого ультразвукового поля) являются: поляризующее напряжение; емкость преобразователя (диэлектрическая проницаемость); размер преобразователя; величина зазора между преобразователем и изделием; форма преобразователя.

Во второй части работы будут определены характеристики переменного электрического поля емкостного преобразователя и сформулированы количественные оценки поверхностной плотности сил Кулона, что позволит экспериментально проверить полученные теоретические результат.

Список литературы: 1. *Судакова К.В.* О повышении эффективности контроля качества металлургической продукции / *К.В. Судакова, И.Л. Казюкевич* // В мире неразрушающего контроля. – 2004. – № 3. – С. 8-10. **2.** Неразрушающий контроль: Справочник: В 7 т. Под общ. ред. В.В. Клюева. Т.3: Ультразвуковой контроль / *И.Н. Ермолов, Ю.В. Ланге.* – М. : Машиностроение, 2004. – 864 с. **3.** *Сучков Г.М.* Современные возможности ЭМА дефектоскопии / *Г.М. Сучков* // Дефектоскопия. 2005. – № 12. – С. 24-39. **4.** *Ермолов И. Н.* Теория и практика ультразвукового контроля. - М: Машиностроение. 1981. - 240 с. **5.** *Новацкий В.* Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 873 с. **6.** *Тихонов А.Н.* Математическая модель. – В кн. Математическая энциклопедия. Т. 3. Коо – Од. Стб. 574 – 575. М. : Советская энциклопедия, 1982. – 1184 с. **7.** *Морс Ф.М., Фешбах Г.* Методы теоретической физики. Т.2. М.: Москва, ИЛ. 1960. — 886 с. **8.** *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 616 с.

Bibliography (transliterated): 1. Sudakova K.V., Kazjukevich I.L. *O povyshenii jeffektivnosti kontrolja kachestva metallurgicheskoj produkcii . V mire nerazrusha-jushhego kontrolja*. – 2004. – № 3. – Print. 8-10. **2.** "*Nerazrushajushhij kontrol*": *Spravochnik*: V 7 t. Pod obshh. red. V.V. Kljueva. T.3: *Ul'trazvukovoj kontrol*' / I.N. Ermolov, Ju.V. Lange. – Moscow : *Mashinostroenie*, 2004. – 864 Print. **3.** Suchkov G.M. *Sovremennye vozmozhnosti JeMA defektoskopii . Defektoskopija*. 2005. – № 12. – Print. 24-39. **4.** Ermolov I. N. *Teorija i praktika ul'trazvukovogo kontrolja*. - Moscow: *Mashinostroenie*. 1981. - 240 Print. **5.** Novackij V. *Teorija uprugosti*. – Moscow: Mir, 1975. – 873 Print. **6.** Tihonov A.N. "*Matematicheskaja model*". – V kn. *Matematicheskaja jenciklopedija*. T. 3. Koo – Od. Print. 574 – 575. Moscow: *Sovetskaja jenciklopedija*, 1982. – 1184 Print. **7.** Mors F.M., Feshbah G. *Metody teoreticheskoj fiziki*. T.2. M.: Moscow, IL. 1960. — 886 Print. **8.** Tamm I. E. *Osnovy teorii jelektrichestva*. – Moscow: Nauka, 1976. – 616 Print.

Надійшла (received) 05.05.2014